

# ANÁLISE DE DISSERTAÇÕES PRODUZIDAS POR EGRESSOS DO PROFMAT: POSSÍVEIS CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO DE PROPORCIONALIDADE NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Nathaliane Janyele Vilela Cavalcanti  
njvc@discente.ifpe.edu.br

Josemar Claudino Barbosa  
josemar.barbosa@pesqueira.ifpe.edu.br

---

## RESUMO

O trabalho a seguir é um estudo que teve como objetivo pesquisar algumas dissertações produzidas por egressos do PROFMAT a respeito do tema proporcionalidade. A análise foi feita a partir de cinco tópicos relacionado ao tema proporcionalidade: justificativa do tema, objetivo, meios para atingir os objetivos, resultados obtidos e análise pessoal. No entanto, a dissertação escolhida também deveria conter um esforço de para possibilitar uma melhor compreensão do conceito de *proporcionalidade* por parte dos estudantes. Analisar as disseretações produzidas por egressos do PROFMAT, possibilitou uma visão diferenciada do tema *proporcionalidade*, de modo que, pudemos verificar a confluência da criação de uma sequência didática nos três trabalhos, diante de três perspectivas diferentes, para o mesmo tema e ainda verificar o interesse de Silva (2015), Castro (2015) e Nascimento (2017) em melhorar o ensino e a aprendizagem de um tema tão importante, como é o caso da *proporcionalidade*.

Palavras-chave: Proporcionalidade. PROFMAT. Sequência Didática.

## ABSTRACT

The following work is a study that aimed to research some dissertations produced by PROFMAT graduates on the subject of proportionality. The analysis was made from five topics related to the proportionality theme: theme justification, objective, means to reach the objectives, obtained results and personal analysis. However, the chosen dissertation should also contain an effort to enable a better understanding of the concept of proportionality by the students. Analyzing the dissertations produced by PROFMAT graduates allowed a different view of the proportionality theme, so that we could verify the confluence of the creation of a didactic sequence in the three works, in view of three different perspectives, for the same theme and also verify the interest de Silva (2015), Castro (2015) and Nascimento (2017) in improving the teaching and learning of such an important topic, such as proportionality.

## 1 INTRODUÇÃO

O tema proporcionalidade está inserido dentre os diversos temas matemáticos, como por exemplo, *regra de três*, *a função afim*, entre outros; também está presente em outras áreas do conhecimento, tais como, *Física, Química, Música, Geografia, Artes*, etc.

Estudos como o de Costa Junior (2010), Silva (2008) e Martins (2007) apontam que, no contexto da Matemática escolar, bem como na formação inicial de professores, os profissionais, ao ensinarem o tema *proporcionalidade*, priorizam o ensino do algoritmo da regra de três, deixando de lado as relações existentes entre as grandezas.

A proporcionalidade, por sua vez, é um tema bastante recorrente na de educação básica, que se insere no ensino da quantidade e das medidas, além de ser recomendada nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's). Segundo Brasil (1998, p. 67) “o fato de muitas situações da vida diária funcionarem de acordo com a lei da proporcionalidade mostra que o desenvolvimento do raciocínio proporcional ajuda a explicar fenômenos do mundo real”. Desse modo, percebe-se que, a A aprendizagem de matemática é uma ferramenta útil em diversos aspectos, tanto na sala de aula, como fora dela.

De acordo com a Base Nacional Curricular Comum (BNCC), a primeira das competências específicas de matemática para o ensino fundamental é:

Reconhecer que a matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho. (BRASIL, 2018, p. 267).

Nesse sentido, o ensino de *proporcionalidade* ganha destaque, considerando todo o leque de possibilidades e aplicações desse tema no nosso cotidiano. Portanto, discutir o ensino e a aprendizagem deste importante tema matemático, é fundamental na busca da melhoria da aprendizagem dos estudantes na educação básica, e também, na desconstrução da imagem negativa que a matemática tem por parte da maioria dos estudantes nesse nível de ensino.

O objetivo deste trabalho é discutir algumas dissertações produzidas por egressos do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), cujos temas de estudo foram o conceito de proporcionalidade e suas aplicações nas mais variadas áreas. Para isso, pesquisamos algumas dissertações no sítio do PROFMAT, destacando 3 (três) que julgamos importantes para realizarmos uma breve análise delas.

A ideia que está por trás desta escolha é a qualidade, mais do que comprovada, das dissertações produzidas pelos egressos do PROFMAT, contudo, percebemos que são pouco exploradas na educação básica. Nesse sentido, é importante que os frutos desses trabalhos sejam cada vez mais apresentados aos professores de matemática, possibilitando que as informações contidas nesses sejam instrumentos úteis no

processo de ensino e aprendizagem de matemática, em específico, do conceito de *proporcionalidade*.

Para abordar o tema de estudo, primeiramente abordaremos a fundamentação teórica, seguida sobre uma breve abordagem do Mestrado Profissional em Rede Nacional (PROFMAT) e sua importância. Depois explicitaremos nossa metodologia, seguida da análise das dissertações, e por fim, apresentaremos nossas considerações finais e referências bibliográficas.

A seguir, trataremos brevemente do conceito de proporcionalidade.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A seguir, apresentaremos o conceito grandezas diretamente e inversamente proporcionais, em seguida, apresentaremos duas ferramentas bastante úteis para resolução de problemas envolvendo o tema de nosso estudo, conhecidas como *regra de três simples* e *regra de três composta*.

### 2.1 Grandezas Diretamente Proporcionais

Sejam  $x$  e  $y$  dois tipos de grandezas. Dizemos que a grandeza  $y$  é diretamente proporcional à grandeza  $x$ , se

1) As grandezas  $x$  e  $y$  estão relacionadas de tal modo que a cada valor de  $x$  corresponde um valor bem determinado de  $y$ . Dizemos então que existe uma correspondência

$$x \rightarrow y$$

e que  $y$  é função de  $x$ .

Quando escrevemos  $x \rightarrow y$ , queremos dizer que  $y$  é o valor que corresponde a  $x$ . Uma outra forma de representarmos é  $y = f(x)$ .

2) Quanto maior a grandeza  $x$ , maior será a grandeza  $y$ . Na notação matemática, temos:

$$x \rightarrow y \quad e \quad x' \rightarrow y'$$

Logo:

$$x < y \quad \text{isso implica dizer} \quad x' < y'$$

3) Se um valor qualquer de  $x$ , digamos,  $x_0$ , é corresponde a um qualquer valor de  $y$ , digamos,  $y_0$ , e  $b$  é um valor qualquer, logo o valor de  $y$  que corresponde a  $bx_0$  é  $by_0$ . Simbolicamente, temos  $x_0 \rightarrow y_0$  então  $bx_0 \rightarrow by_0$ .

Um exemplo de proporcionalidade seria a aplicação de  $x$  reais na caderneta de poupança e o valor  $y$  recebido após um período  $t$ . De fato, a correspondência  $x_0 \rightarrow y_0$  é função pois, para cada valor  $x_0$  aplicado, há um valor  $y$  bem determinado a se receber. Além disso, quanto maior for a aplicação, mais receberei. Mais ainda, se aplicar  $2x$ , isso equivale a fazer dois depósitos de  $x$  reais, sendo assim, receberei  $y + y = 2y$ . De maneira geral, aplicar  $nx$  equivale a fazer  $n$  depósitos de  $x$  reais, donde concluímos que  $nx \rightarrow ny$ , ou seja,  $f(nx) = ny$ . Logo, nesse exemplo, as grandezas  $x$  e  $y$  são diretamente proporcionais.

## 2.2 Grandezas Inversamente Proporcionais

Seja  $x$  e  $y$  duas grandezas, iremos dizer que  $y$  é uma grandeza inversamente proporcional a  $x$  quando:

1)  $x$  e  $y$  são grandezas que se relacionam, de um modo que cada valor de  $x$  se relaciona com um determinado valor de  $y$ , ou seja,

$$x \rightarrow y \quad \text{ou} \quad y = f(x)$$

2) Quanto mais o valor de  $x$  for maior, menor será o valor de  $y$ . Ou seja:

$$x \rightarrow y \quad \text{e} \quad x' \rightarrow y'$$

então

$$x < x' \Rightarrow y' < y \quad \text{ou} \quad x < x' \Rightarrow f(x') < f(x)$$

3) Se  $x_0 \rightarrow y_0 \frac{1}{c}$  então  $cx_0 \rightarrow \frac{1}{c}y_0$  ou  $f(cx) = \frac{1}{c}f(x)$ .

Um exemplo que ilustra uma relação de proporcionalidade inversa entre duas grandezas é se considerarmos um carro movendo-se a 40 km/h indo de uma cidade A para outra cidade B. De fato, se a velocidade de deslocamento aumentar, o tempo de percurso irá diminuir e essa diminuição será da seguinte forma: se dobrarmos (ou triplicarmos, etc.) a velocidade, o tempo ficará reduzido à metade (ou à terça parte, etc.). Simbolicamente, chamado de  $v$  a velocidade do percurso e  $t$  o tempo de percurso, temos que a relação  $v \rightarrow t$  é uma proporcionalidade inversa e, mais ainda,  $f(nt) = \frac{1}{n}f(t)$ .

## 2.3 Regra de Três simples

Quando se tem uma proporcionalidade direta  $x \rightarrow y$ , dizemos que o número  $k$ , que é o valor de  $y$ , quando o valor de  $x = 1$ , é o fator de proporcionalidade. Usa-se para representar tal situação a notação  $1 \rightarrow k$ . De maneira geral, quando  $x \rightarrow y$  é uma proporcionalidade direta, existe um número  $k$ , chamado de fator de proporcionalidade, tal que  $y = kx$  para todo  $x$ . Analogamente, na proporcionalidade inversa  $x \rightarrow y$ , teremos  $y = \frac{1}{k}x$  para todo  $x$ , sendo  $k$  a constante de proporcionalidade.

Um método muito prático, conhecido como regra de três, é bastante útil para a resolução de vários problemas. Considerando uma proporcionalidade direta  $x \rightarrow y$  e conhecidos os valores específicos  $x' \rightarrow y'$  e  $x'' \rightarrow y''$ , e supondo conhecidos três dos números  $x', y', x'', y''$ , facilmente descobre-se o quarto deles. De fato, sabendo-se que  $y' = kx'$  e  $y'' = kx''$ , concluímos que  $\frac{x'}{x''} = \frac{y'}{y''}$ . Esta proporção nos permite calcular um dos números  $x', y', x'', y''$  quando três deles forem conhecidos. Esse mesmo raciocínio pode ser aplicado de forma análoga quando a proporcionalidade  $x \rightarrow y$  for inversa. Nesse último caso, teremos  $\frac{x'}{x''} = \frac{y''}{y'}$ .

Como exemplo de regra de três simples, consideremos que André aplicou R\$ 6.000,00 na caderneta de poupança e, no mesmo dia, Augusto tenha aplicado R\$ 9.000,00. Se no final do mês o saldo de André for de R\$ 6.048,00, qual será o saldo de Augusto?

Bem, fica a cargo do leitor resolver esse exemplo, usando como ferramenta a regra de três simples.

## 2.4 Regra de Três Composta

Há situações nas quais temos grandezas diretamente ou inversamente proporcionais a várias outras. É possível mostrar que, caso uma grandeza  $w$  é diretamente proporcional às grandezas  $x, y, z$  e inversamente proporcional às grandezas  $u$  e  $v$ , tem-se que

$$w = k \frac{xyz}{uv},$$

onde  $k$  é a constante de proporcionalidade.

Como exemplo para retratar essa definição, consideremos que com 5 teares funcionando 6 horas por dia, uma tecelagem fabrica 1800 m de tecido com 1,20 m de largura em 4 dias. Se um destes teares parar e a largura do tecido for de 0,80 m, em quanto tempo a tecelagem fabricará 2000m do mesmo tecido, com máquinas funcionando 8 horas por dia?

Neste problema, facilmente podemos observar que o tempo  $T$  procurado é diretamente proporcional ao número  $m$  de metros de tecido e à largura  $l$  da peça, bem como, inversamente proporcional ao número  $t$  de teares e ao número  $h$  de horas diárias em que eles são utilizados. Daí

$$4 = k \frac{1800 \times 1,2}{5 \times 6} \Rightarrow k = \frac{1}{18}$$

Consequentemente

$$T = \frac{1}{18} \frac{2000 \times 0,8}{4 \times 8} = 2\frac{7}{9} \text{ dias}$$

Esse tipo de problema pode ser resolvido através da regra de três composta. A seguir, apresentaremos brevemente o PROFMAT.

## 3 PROFMAT

O Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) é um programa de mestrado semipresencial na área de Matemática com oferta nacional. É formado por uma rede de Instituições de ensino superior, no contexto da Universidade Aberta do Brasil/Coordenação de Aperfeiçoamento Pessoal de Nível Superior (CAPES), e coordenado pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), com apoio do Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA). O PROFMAT surgiu mediante uma ação induzida pela CAPES junto à comunidade científica da área de Matemática, representada e coordenada pela SBM.

O PROFMAT visa atender prioritariamente professores de Matemática em exercício na educação básica, especialmente de escolas públicas, visando oferecer aprimoramento da profissão docente, com ênfase no domínio aprofundado de conteúdo matemático.

A forma de ingresso neste programa é através de seleções anuais, regulamentadas em edital, que descrevem orientações e informações necessárias para a realização do Exame Nacional de Acesso (ENA) ao programa.

Foi recomendado pela CAPES, reconhecido pelo Conselho Nacional de Educação (CNE) e validado pelo Ministério da Educação com nota 5 (nota máxima para programas de mestrado).

O PROFMAT, por sua vez, também possui o chamado Exame Nacional de Qualificação (ENQ), que consiste em uma única avaliação escrita, ofertada duas vezes por ano, com questões discursivas, envolvendo os conteúdos das quatro primeiras disciplinas obrigatórias e elaborado pela Comissão Nacional de Avaliação dos Discentes. As provas do ENQ são digitalmente despersonalizadas e corrigidas no módulo de correção online da plataforma de informática do PROFMAT.

Apresentado brevemente o PROFMAT, seguiremos para o detalhamento da metodologia.

## **4 METODOLOGIA**

Essa pesquisa ocorreu de modo qualitativo, em que foram analisadas 3 (três) dissertações oriundas do PROFMAT e observados os pontos que, no nosso entendimento, podem possibilitar ao ensino de proporcionalidade, uma melhora significativa no processo de ensino e aprendizagem desse conceito.

Para esta análise, utilizamos os seguintes critérios:

- Justificativa do tema da dissertação;
- Objetivo da dissertação;
- Meios para atingir os objetivos;
- Resultados obtidos;
- Análise pessoal da importância da dissertação;

Seguiremos agora para a análise das dissertações.

## **5 ANÁLISE DAS DISSERTAÇÕES LIGADAS AO ENSINO DA PROPORCIONALIDADE DE EGRESSOS DO PROFMAT**

### **5.1 Análise da dissertação “Uma análise do ensino de proporcionalidade no ensino fundamental: realidade e perspectivas”**

A dissertação de Silva (2015), cujo autor tem por nome Davidson Moura Lopes Silva, foi realizada na Universidade Federal de São Carlos, em 2015. O egresso busca mostrar, inicialmente, que os resultados do Brasil no Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), nos últimos anos, tem sido catastrófico no que se refere à aprendizagem da Matemática, mostrando, portanto, todo o desafio que ainda há em melhorar os índices de aprendizagem dos estudantes brasileiros nesta área do conhecimento.

Neste percurso, o autor enfoca o tema *proporcionalidade*, ressaltando que para uma aprendizagem satisfatória, sendo este um dos conteúdos mais importantes do currículo do ensino fundamental, é crucial inovar pois ainda que alguns livros didáticos abordem certa preparação para se chegar à resolução de problemas envolvendo este tem, por meio da ferramenta *regra de três*, o excesso de conteúdo a ser trabalhado para se chegar nesse momento, faz com que muitas vezes seja tratado superficialmente e sem conexões.

Também é destacado a importância de buscar alternativas para superar os diversos desafios da profissão docente, principalmente o investimento na valorização da carreira.

Instituto Federal de Pernambuco. Campus Pesqueira. Curso de Licenciatura em Matemática.  
25 de Agosto de 2021.

Como já foi destacado o tema *proporcionalidade*, segundo o autor da dissertação, é um dos conteúdos mais importantes no currículo do ensino fundamental, e a partir de leituras de alguns artigos da Revista do Professor de Matemática (RPM), sobre o supracitado tema, o egresso conseguiu observar que existe uma baixa compreensão dos alunos, pelo fato dos professores abordarem o ensino de deste tema com excesso de nomenclaturas e de forma mecânica. A partir destas considerações, buscou construir o conceito de grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais, tentando determinar como as grandezas se relacionam.

A metodologia utilizada foi baseada na *Engenharia Didática*, que é uma metodologia de origem francesa, criada por volta de 1980. O objetivo deste método é buscar inovar e revolucionar a prática do professor, buscando soluções inovadoras para resolver problemas de aprendizagem. Baseado, portanto nessa metodologia, o autor delineou o seu trabalho em quatro fases:

- Análise prévia ou preliminar;
- Concepção e análise a priori de experiências didático-pedagógicas a serem desenvolvidas na sala de aula;
- Experimentação, implementação da experiência ou aplicação da sequência didática;
- Análise a posteriori e validação da experiência.

Na Análise Prévia, o autor enfoca que o ensino de proporcionalidade nos dias atuais resume-se à aplicação da ferramenta regras de três simples, realizadas com pouco ou nenhum fundamento teórico. Segundo o egresso, em geral, identifica-se as duas grandezas envolvidas no problema, verifica-se se são diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais analisando o que o aumento no valor de uma delas ocasiona ao valor da outra. Se o aumento de uma grandeza resulta no aumento da outra, classificamos as grandezas como diretamente proporcionais, e para calcularmos o valor desconhecido, efetuamos a “multiplicação cruzada”. Caso contrário, as grandezas são inversamente proporcionais e igualamos o produto dos numeradores ao produto dos denominadores para calcularmos o valor desconhecido.

Pesquisando alguns livros didáticos, Silva (2015) constatou que os problemas que geram a conhecida regra de três composta, não são bem trabalhados, pois o método usado para resolver os problemas de regra de três simples se torna bastante complicado, uma vez que é necessário analisar as grandezas aos pares e assume-se fatos novos que tornam ainda mais difíceis e complicadas as resoluções dos problemas. Todo o processo de resolução é, portanto, bastante mecânico e sem fundamentação teórica nenhuma, e este método de ensino, produz um resultado catastrófico em cadeia, pois prioriza, apenas, as regras e não todo o processo de construção do conhecimento.

Em seguida, na segunda fase, o autor fala da Matemática necessária para a construção e aprendizagem do conceito de *proporcionalidade*, através da abordagem funcional e por meio de proporções.

Na terceira fase, o egresso aplica uma sequência didática na escola municipal Anna dos Reis Signorini, do município de Taubaté - SP, em turmas de 7ª série (8º ano), cujo objetivo dessa sequência foi fazer com que os alunos obtivessem a capacidade de reconhecer variáveis ou grandezas proporcionais ou não proporcionais e mensurar o avanço dos alunos na aquisição do conhecimento do tema *proporcionalidade*.

A sequência didática aplicada contou com quatro sessões didáticas, a saber:

- sessão didática 1: Revisão de conceitos fundamentais;

- sessão didática 2: Estudo de Proporcionalidade com auxílio do Geogebra;
- sessão didática 3: Gráficos de grandezas proporcionais;
- sessão didática 4: Usando sombras para estimar alturas inatingíveis.

Na primeira sessão, são apresentados conteúdos úteis para o desenvolvimento do tema proporcionalidade, tais como frações e equações do 1º grau.

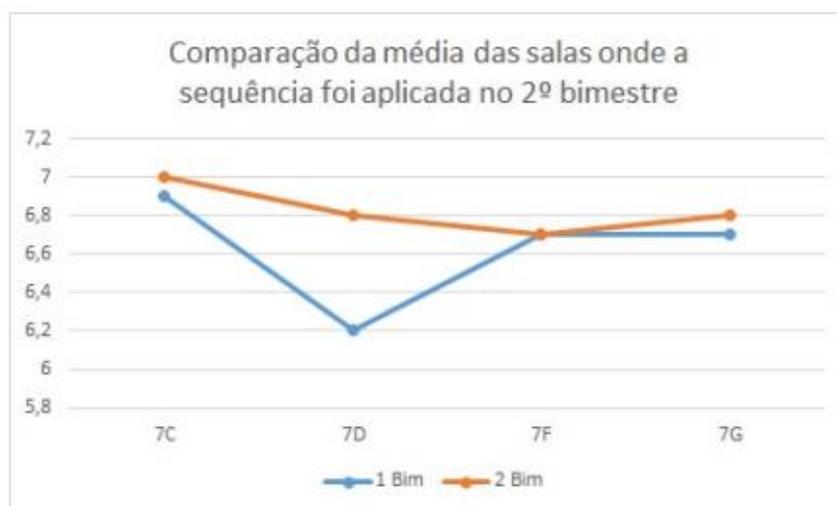
Na segunda sessão, o autor, através do software GeoGebra, apresenta o conceito de *proporcionalidade* direta e inversa utilizando tabelas e resolução de exercícios.

Já na terceira sessão, o autor apresenta o conceito de *proporcionalidade* através da análise de gráficos, ou seja, se as grandezas são diretamente proporcionais o gráfico que representa essa relação é uma reta, do contrário, se as grandezas forem inversamente proporcionais, o gráfico é uma curva chamada de hipérbole.

Por fim, na quarta e última sessão, o autor propõe atividades usando sombras para calcular alturas inatingíveis, baseado no método de Thales de Mileto.

Na análise a posteriori, o autor pontua que a experiência não foi tão positiva por conta de alguns fatores, tais como tempo e dificuldades dos alunos em temas básicos da matemática. O egresso ainda externa o fato de esperar que o rendimento dos alunos com mais dificuldades melhorasse, fato que não ocorreu da maneira que ele esperava. Contudo, os alunos que possuíam mais facilidade desenvolveram muito bem o trabalho, ou seja, não houve uma grande mudança no que diz respeito ao rendimento dos alunos.

Figura 1: comparação da média das salas onde a sequência foi aplicada no 2º bimestre



Fonte: Silva (2015)

Silva (2015) reconhece que ocorreram falhas no planejamento, visto que os alunos pesquisados não haviam estudado um conteúdo com esse tipo de metodologia e, nesse sentido, seria mais eficiente mesclar aulas tradicionais com atividades de aplicação. Além disso, enfatiza que o tempo necessário para aplicação das atividades propostas não foi tão bem planejado, comprometendo o sucesso dos alunos.

Outra dificuldade apontada foi referente ao laboratório de informática no que se refere a manipulação do software Geogebra por parte dos alunos. Talvez, de acordo

com ele, fosse necessário um tempo anterior para que houvesse a familiarização com o software. No entanto, o egresso pontua que a experiência foi exitosa e que pode ser aprimorada para uma busca de melhores resultados no futuro.

Por fim, com o objetivo de verificar o resultado da sequência didática, foi elaborada uma prova com os alunos sobre o conteúdo proporcionalidade, cujo tempo destinado foi de 1 hora e 40 minutos para responderem 12 questões.

Com essa dissertação, observou-se a importância de buscar novas formas de aprendizagem para ajudar os alunos, e vimos também, que a atividade em grupos, muitas vezes pode ser mais proveitosa.

Como futura professora, acredito ser muito importante os elementos trazidos pela análise da dissertação de Silva (2015), pois com certeza em ajudarão em sala de aula no tocante ao uso das suas atividades e exemplos sobre o conceito de *proporcionalidade*.

### 5.1.1 Questões trabalhadas pelo autor da dissertação na sequência:

Figura 2: Questão 4 da sessão didática 1

Podemos decidir se duas ou mais frações são equivalentes tornando-as irredutíveis ou encontrando sua representação decimal. Usando esses dois processos verifique quais das frações abaixo são equivalentes:

(a)  $\frac{12}{18}$

(b)  $\frac{14}{21}$

(c)  $\frac{10}{15}$

(d)  $\frac{7}{35}$

Fonte: Silva (2015)

Figura 3: Questão 6 da sessão didática 2

O professor de Matemática pediu em uma sala com 20 alunos, que resolvessem uma lista com 100 exercícios de Matemática. A lista podia ser feita em grupos de, no máximo, 5 alunos. Estima-se que um aluno gaste 3 minutos para resolver cada exercício. Faça os cálculos necessários e preencha a tabela abaixo:

Número de alunos no grupo	Tempo necessário para terminar a lista	Razão entre o número de alunos e o tempo	Produto do número de alunos pelo tempo
1			
2			
3			
4			
5			

- (a) A razão entre o número de alunos e o tempo foi constante?  
 Sim.  Não.
- (b) E o produto do número de alunos pelo tempo, foi constante?  
 Sim.  Não.
- (c) Se os grupos pudessem ter 6 alunos, em quanto tempo todos os exercícios seriam resolvidos?
- (d) É possível resolver os exercícios em 10 minutos? Se sim, quantos alunos seriam necessários para isso?
- (e) Quando dobramos o número de alunos, o que acontece com o tempo necessário para fazer a lista?
- (f) E quando triplicamos a quantidade de alunos, o que acontece com o tempo para fazer a lista?

Fonte: Silva (2015)

Figura 4: Questão 1 da sessão didática 3

1. Se a velocidade média  $60 \text{ km/h}$ , ou seja,  $\frac{d}{t} = 60$  então podemos afirmar que:
- (a) Distância ( $d$ ) e tempo ( $t$ ) são inversamente proporcionais e a constante de proporcionalidade é 60.
- (b) Distância ( $d$ ) e tempo ( $t$ ) são diretamente proporcionais e a constante de proporcionalidade é 60.
- (c) As grandezas distância ( $d$ ) e tempo ( $t$ ) não são proporcionais, pois a relação não está de acordo com nenhuma das definições acima.
- (d) As grandezas distância ( $d$ ) e tempo ( $t$ ) são proporcionais, mas não é possível saber se a proporcionalidade é direta ou inversa.

Fonte: Silva (2015)

Figura 5: Experimento realizado na sessão didática 4

**Objetivo:** Nosso objetivo é arrumar uma forma de calcular a altura desses objetos que o seu grupo escolheu. Será que isso é possível?

**Materiais necessários**

- Três palitos de churrasco
- Um transferidor de 180°
- Uma régua de 30 cm
- Uma fita métrica
- Uma trena

Fonte: Silva (2015)

A seguir, analisaremos a segunda dissertação.

## 5.2 Análise da dissertação “A relação da proporcionalidade com outros temas matemáticos”

A dissertação de Castro (2015), cujo autor tem por nome Fabrício Almeida Castro, foi realizada na Universidade Federal de Viçosa-MG em 2015. O autor justifica a pesquisa baseado no fato de que é necessário trabalhar o conteúdo de *proporcionalidade* sem priorizar a simples memorização de regras matemáticas, e para isso, propôs uma sequência didática, em forma de cartilha, cujo objetivo era desenvolver os conteúdos relacionados ao tema, quer seja na própria Matemática, como também, em outras disciplinas.

Segundo o autor, uma sequência didática busca privilegiar os conceitos matemáticos, suas aplicações em situações do dia a dia e também as conexões com outros conteúdos, no intuito de beneficiar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática e de outras disciplinas.

Essa cartilha, conforme sugestão do autor, pode ser utilizada na sua totalidade ou fazendo-se adequações e adaptações de acordo com ano escolar à qual será aplicada. A ideia principal é que, tal sequência mostre aos alunos as interligações que o conteúdo *proporcionalidade* possui nas disciplinas de Matemática, Geografia, Ciências, Física e Química.

Castro (2015), também explica, que o conteúdo de proporcionalidade é apresentado de forma mecânica nos livros didáticos, priorizando apenas a regra de três, seja ela simples ou composta, sem que haja uma construção devida do conceito. Nesse sentido, busca-se apenas a memorização, comprometendo, por exemplo, a aprendizagem do conteúdo de regra de três composta.

Para vencer esta dificuldade, a proposta de sequência didática desenvolvida, de acordo com o egresso, abordará conteúdos desde o ensino fundamental até o ensino médio, que serão:

- Matemática: *Razão, Proporção, Grandezas Diretamente e Inversamente Proporcionais, Regra de Três Simples e Regra de Três Composta, Porcentagem e Juros, Função Afim e Função Linear, Semelhança de Triângulos e Suas Aplicações e Sólidos Semelhantes;*
- Geografia: *Cartografia (Escala) e Densidade Demográfica;*

- Física: *Cinemática, Leis de Newton, Princípio da Conservação da Energia, Gravitação Universal, Hidrostática, Máquinas Simples, Lei Geral dos Gases e Termodinâmica*;
- Química: *Lei das Proporções Constantes (Lei de Proust), Lei Geral dos Gases e Cálculo Estequiométrico*.

Com o uso desta sequência, o autor procurou apresentar aos alunos que o domínio dos conceitos matemáticos é intra e interdisciplinar, pois o *saber* não tem fronteiras, visto que cada conteúdo estudado por eles possui conexão com outro.

No entanto, antes de apresentar a sequência didática em sua dissertação, o autor fala de vários autores contemporâneos que abordam o tema *proporcionalidade*, tais como Elon Lages e Geraldo Ávila. Em seguida, define formalmente o conceito supracitado e suas variadas aplicações na Matemática, tais como *Semelhança de Triângulos, Teorema de Tales e Cálculo de Volumes de Sólidos Geométricos*.

Castro (2015) ainda destaca que os alunos devem ao final da escolaridade básica conseguir identificar a proporcionalidade, por exemplo, determinando a constante de proporcionalidade, construindo as equações de problemas e determinando sua solução, bem como, associar e aplicar nos diversos conteúdos nos quais o conceito de *proporcionalidade* é encontrado.

Por fim, o egresso demonstra, mais uma vez, a importância do ensino de proporcionalidade fundamentando-se no ENEM, que é o Exame Nacional do Ensino Médio. De fato, na matriz de referência deste exame, o autor destaca algumas competências de várias áreas, conforme observado a seguir.

Área de conhecimento: Matemática e suas tecnologias

COMPETÊNCIA 03: Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano;

COMPETÊNCIA 04: Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano;

COMPETÊNCIA 05: Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.

Área de conhecimento: Ciências da Natureza e suas tecnologias

COMPETÊNCIA 05: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Área de conhecimento: Ciências Humanas e suas tecnologias

COMPETÊNCIA 02: Compreender as transformações dos espaços geográficos como produto das relações socioeconômicas e culturais de poder.

Prosseguindo com seu trabalho, Castro (2015) fundamenta-se em vários documentos oficiais de ensino, bem como educadores importantes para justificar o uso da contextualização e interdisciplinaridade na construção da sequência didática proposta. Por exemplo, Ávila (1986) considera natural o uso da interdisciplinaridade e da contextualização.

"É tão próprio e conveniente que o professor de Matemática mostre aplicações da Matemática às outras ciências, como é próprio e muitas vezes necessário que professores das outras ciências recordem ou expliquem tópicos de Matemática em suas aulas." (ÁVILA, 1986, p.??)

Em seguida, o autor mostra a análise de alguns livros didáticos usados em algumas escolas brasileiras: do ensino médio, as coleções de matemática, física, química e geografia e, do ensino fundamental (6º ao 9º ano), de matemática, geografia e ciências cujo objetivo foi verificar a forma com que estes abordam os conteúdos que Instituto Federal de Pernambuco. Campus Pesqueira. Curso de Licenciatura em Matemática.

25 de Agosto de 2021.

utilizam o conceito de *proporcionalidade* no seu desenvolvimento. Lamentavelmente, segundo o autor, em nenhum momento os livros didáticos analisados fazem referência da relação existente entre os conteúdos apresentados em uma disciplina com as demais. Por exemplo, foi observado por ele que conteúdos como densidade demográfica e grandezas diretamente e inversamente proporcionais sejam vistos em duas disciplinas como se fossem conteúdos sem conexão e totalmente distintos um do outro.

Concluimos a análise dessa dissertação, afirmando que a dissertação de Fabrício Almeida Castro é de suma importância e deveria ser muito utilizada tanto por professores como por alunos, pois ela incentiva os leitores a avançar em novas pesquisas mostrando a importância da *proporcionalidade* tanto na matemática como em outras áreas.

A proposta dessa dissertação contribui com a desmistificação que existe, por parte dos estudantes, da suposta dificuldade em aprender sobre o tema proporcionalidade, facilitando assim o ensino e a aprendizagem.

Como Fabrício demonstrou, o seu objetivo foi alcançado. A proposta de sequência apresentada obviamente não tinha o objetivo de mostrar todas as situações em que o conteúdo proporcionalidade poderia ser aplicado, dentre as disciplinas do ensino fundamental e médio, e sim, dar uma amostra do que se pode fazer a partir desse conceito. É também ressaltado que as disciplinas podem e devem andar lado a lado sempre que possível facilitando assim o entendimento dos conteúdos.

#### 5.2.1 Questões trabalhadas pelo autor da dissertação:

Figura 6: Questão sobre proporcionalidade na matemática

- 6) (UFMG) A diferença entre os quadrados de dois números naturais é 144, e a razão entre eles é  $\frac{3}{5}$ . A soma desses números naturais é
- a) 16
  - b) 24
  - c) 30
  - d) 34

Fonte: Castro (2015)

Figura 7: Questão sobre proporcionalidade na Física.

- 2) (ENEM) As cidades de Quito e Cingapura encontram-se próximas à linha do equador, e em pontos diametralmente opostos no globo terrestre. Considerando o raio da Terra igual a 6370 km, pode-se afirmar que um avião saindo de Quito, voando em média 800 km/h, descontando as paradas de escala, chega a Cingapura em aproximadamente
- a) 16 horas.
  - b) 20 horas.
  - c) 25 horas.
  - d) 32 horas.
  - e) 36 horas.

Fonte: Castro (2015)

Figura 8: Questão sobre proporcionalidade na Geografia.

- 1) (UFRGS) Se a escala de um mapa é 5 por 2.500.000 e dois pontos no mapa estão à distância de 25 cm, ao longo de uma rodovia, a distância real em km é
- 100.
  - 125.
  - 150.
  - 200.
  - 250.

Fonte: Castro (2015)

Figura 9: Questão sobre proporcionalidade na Química

- 1) (UFMA) Um bloco de madeira, cujo volume é de  $500 \text{ cm}^3$ , tem massa igual a  $0,3 \text{ kg}$ . A densidade dessa madeira em  $\text{g/cm}^3$  é de
- 6,6
  - 1,6
  - 0,6
  - 6

Fonte: Castro (2015)

A seguir, analisaremos a terceira dissertação.

### 5.3 Análise da dissertação “Análise de erros no processo de resolução de proporcionalidade”

A dissertação de Nascimento (2017), cujo autor tem por nome Raul Francisco da Silva Nascimento, foi realizada na Universidade Federal do Oeste do Pará através do Instituto de Ciência da Educação do Programa de Ciência Exatas, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, em Santarém-PA, no ano de 2017.

O tema da dissertação é justificado pelo fato de que, ao analisar os erros cometidos por alunos em problemas que envolvam o conceito de proporcionalidade, tais erros podem ser usados para a construção de ações didáticas que possibilitem uma aprendizagem significativa. Além disso, o autor baseia-se no fato de que a proporcionalidade, provavelmente, seja o conteúdo matemático mais disseminado no mundo e que possui uma alta incidência no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

Para realizar essa análise, o autor realizou uma pesquisa com alunos do 3º ano do ensino médio em duas escolas do Oeste do Pará. Uma das escolas foi o Colégio Dom Armando e o Colégio Álvaro Adolfo da Silveira, da rede particular e pública, respectivamente, totalizando 75 alunos. Sendo assim, o objetivo da pesquisa foi analisar os erros cometidos pelos alunos nas resoluções de *proporcionalidade*.

Nessa pesquisa, o autor aplicou um questionário avaliativo de quatro itens, que foram elaborados de acordo com a *Engenharia de Construção dos Itens*. Dentre os autores e obras escolhidas para a fundamentação teórica dessa pesquisa, segundo o autor, destacam-se as dos autores Souza (2011), Bardin (2016), Rabelo (2013), Cury (2007) e Polya (2006).

Citando Silva (2008), o egresso argumenta que o referido autor defende que o conceito de proporcionalidade deveria ser trabalhado com os alunos durante toda a

extensão do Ensino Fundamental e Médio. No entanto, na prática, pouco tempo é destinado para o ensino desse tema matemático. De fato, pela proposta dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) trabalha-se o tema *proporcionalidade* no 3º ciclo (7º Ano) num prazo de um a dois meses. Nesse período, o professor trabalha tópicos tais como:

- a) razão;
- b) proporção;
- c) grandezas diretamente proporcionais;
- d) grandezas inversamente proporcionais;
- e) regra de três simples;
- f) regra de três composta;
- g) juros simples.

Ainda segundo Silva (2008), o egresso crava que esse tempo é demasiadamente curto para se trabalhar tantos tópicos de forma conjunta e condensada e isso terá como consequências danos à aprendizagem dos alunos, pois se o conceito de *proporcionalidade* relaciona-se com vários outros da Matemática, como também com outras áreas do conhecimento, deveria então ser estudados continuamente, de modo que percebe-se a inter-relação entre eles.

Diante disso, questiona o autor da dissertação: Como trabalhar tantos tópicos matemáticos em tão pouco tempo? Qual metodologia de ensino mais eficaz a ser aplicada? Como abordar proporcionalidade: por proporção ou por função?

Diante da problemática citada acima, o autor buscou, através da análise de erros cometidos pelos estudantes envolvidos na pesquisa, propor alternativas e soluções que resultam num melhor processo de ensino e aprendizagem do tema *proporcionalidade* em sala de aula.

Vale salientar que, durante a coleta de dados, além do questionário, também foi ministrada uma aula nas escolas com a metodologia de *Resolução de Problemas* de acordo com as orientações de Polya (2006).

Antes de mostrar os resultados das análises dos erros, Nascimento (2017) fala sobre a fragilidade na metodologia atual que os professores utilizam para ensinar o conceito de *proporcionalidade*. Para romper com esse estilo tradicional, que prioriza a mecanização e o “decoreba”, o professor necessita considerar e utilizar, diante de problemas que envolvam *proporcionalidade*, alguns dos questionamentos, por exemplo, nessa situação aplica-se o conceito de *proporcionalidade*? O crescimento de uma das grandezas acarreta também o crescimento da outra? Qual estratégia de resolução foi usada? Quais os conhecimentos necessários que antecipam o ensino de Proporcionalidade?

Como exemplo dessa abordagem puramente tradicional, o egresso utiliza um dos exercícios encontrado no livro “Novo praticando matemática” de Andrini e Vasconcellos (2002) na página 34: “Num jardim há cravos e rosas na razão de 8 para 11. Há 88 rosas. Descubra qual é o número de cravos existente no jardim”. Nota-se que nesse exemplo, não há uma indicação de desenvolvimento e aprendizagem satisfatória do conceito de proporcionalidade, pois trata-se de um exercício que prioriza, apenas, a repetição e o processo de mecanização. Por fim, o autor mostra no seu trabalho a análise dos erros em ambas as escolas. Os itens do questionário foram construídos com base na matriz de referência do INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira).

A seguir, mostraremos os itens aplicados, as categorias de erros, as classes de erros e a distribuição, por meio de gráficos, dos resultados encontrados.

Instituto Federal de Pernambuco. Campus Pesqueira. Curso de Licenciatura em Matemática.  
25 de Agosto de 2021.

Abaixo, temos a reprodução da atividade aplicada:

Papiro de Rhind ou papiro de alunes é um documento egípcio de cerca de 1650 a.C., onde um escriba de nome Ahmes detalha a solução de 85 problemas de aritmética, frações, cálculo de áreas, volumes, progressões, repartições proporcionais, regra de três simples, equações lineares e trigonometria. É um dos mais famosos antigos documentos que chegaram aos dias de hoje, juntamente com o Papiro de Moscou.

Fonte: [https://pt.wikipedia.org/wiki/Papiro\\_de\\_Rhind](https://pt.wikipedia.org/wiki/Papiro_de_Rhind)

1) Resolvendo um problema semelhante ao do Papiro de Rhind: Uma quantidade e seu quinto se torna 18. Qual é essa quantidade?

- a) 90
- b) 11
- c) 12
- d) 15
- e) 3

2) Foram encontrados indícios do conceito de proporcionalidade na civilização egípcia em diversos papiros. A proporção é a igualdade entre duas ou mais razões, ou seja, se  $a/b = c/d$ , então  $a$  está para  $b$  assim como  $c$  está para  $d$ . Usando o conhecimento de proporcionalidade pode-se resolver alguns dos problemas escritos nesses documentos. Sabe-se que numa cesta há algumas laranjas e 9 maçãs, se a razão entre o número de laranjas e o número total de frutas da cesta é  $4/7$ . O número de laranjas é?

- a) 12
- b) 4
- c) 13
- d) 6
- e) 3

Uma porcentagem é uma fração de denominador 100. Assim, “cinco por cento” escreve-se e significa “cinco centésimos”, isto é,  $5\% = 5/100$ . Sempre que se diz “cinco por cento” está-se pensando em 5% de uma determinada grandeza. Isto significa um vigésimo dessa grandeza, pois  $5/100 = 1/20$ . Nem toda porcentagem pode ser simplificada assim: 37% são  $37/100$  e fim. (LIMA, 2012, p. 21)

3) (LIMA, 2012, p. 26) Num salão com 100 pessoas, 99% são homens. Quantos homens devem sair para que fiquem 98% de homens?

- a) 1 homem
- b) 49 homens
- c) 50 homens
- d) 2 homens

e) 98 homens

4) No comércio é comum que os funcionários das lojas recebam parte do salário em forma de comissão nas vendas efetuadas durante o mês. Um jovem trabalhador de uma sapataria, por exemplo, recebe 10% de suas vendas mensais. Numa conversa informal com seu chefe, esse jovem pediu um aumento na sua comissão. Se o gerente dessa loja elevasse ao quadrado a comissão desse vendedor, então sua comissão:

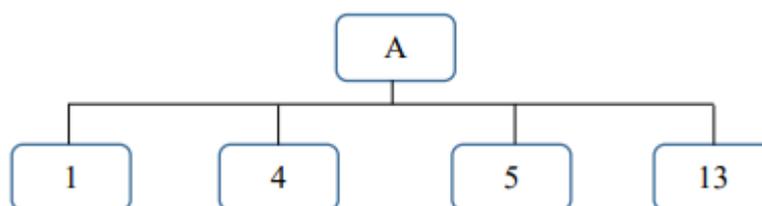
- a) passaria a ser de 100%
- b) passaria a ser de 1%
- c) passaria a ser de 20%
- d) passaria a ser de 5%
- e) permaneceria em 10%

Análise de erros:

Para uma análise mais rápida e precisa, foram distribuídas em cinco classes de acordo com a semelhança observada entre elas, as 16 categorias de erros, listadas pelo egresso. A lista completa com todos os 16 erros, pode ser encontrada na dissertação do mesmo, conforme bibliografia do nosso TCC. Essas classes e suas respectivas descrições são mostradas a seguir:

Classe A: Caracteriza-se por erro no entendimento do enunciado, mas com cálculos corretos.

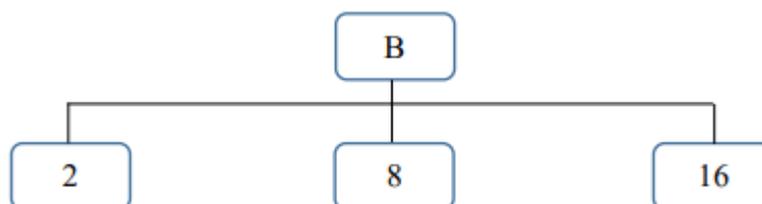
Figura 10: Erros cometidos por alunos.



Fonte: Nascimento (2017)

Classe B: Caracteriza-se por entendimento correto do enunciado, mas com erro de cálculo.

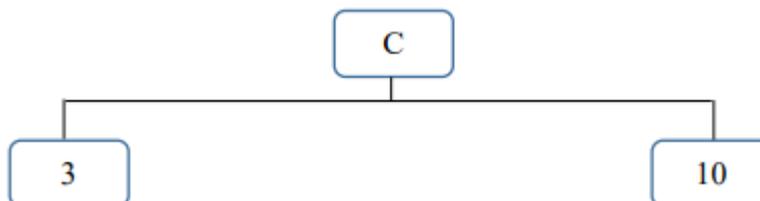
Figura 11: Erros cometidos por alunos.



Fonte: Nascimento (2017)

Classe C: Caracteriza-se por entendimento correto, mas com falha na conclusão do cálculo.

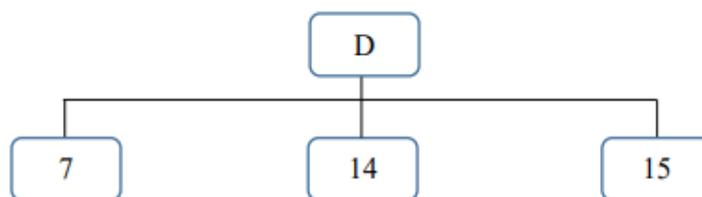
Figura 12: Erros cometidos por alunos.



Fonte: Nascimento (2017)

Classe D: Caracteriza-se por erro no entendimento do enunciado e no cálculo.

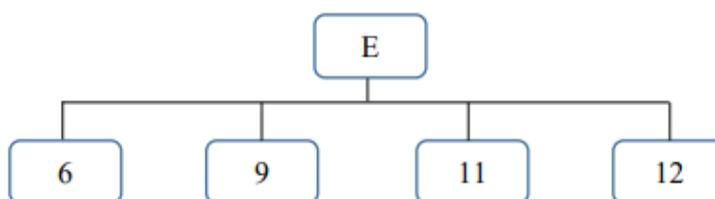
Figura 13: Erros cometidos por alunos.



Fonte: Nascimento (2017)

Classe E: Caracteriza-se pelo uso equivocado das alternativas para criar argumento de resposta.

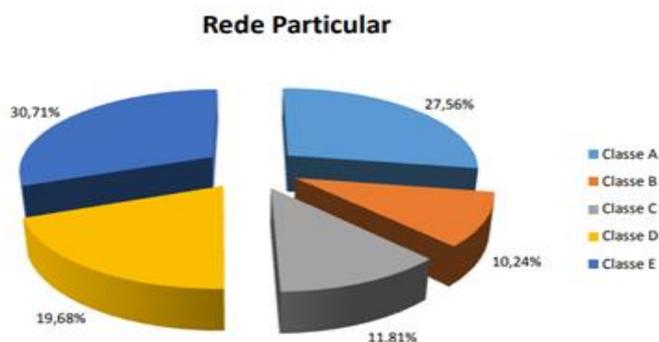
Figura 14: Erros cometidos por alunos.



Fonte: Nascimento (2017)

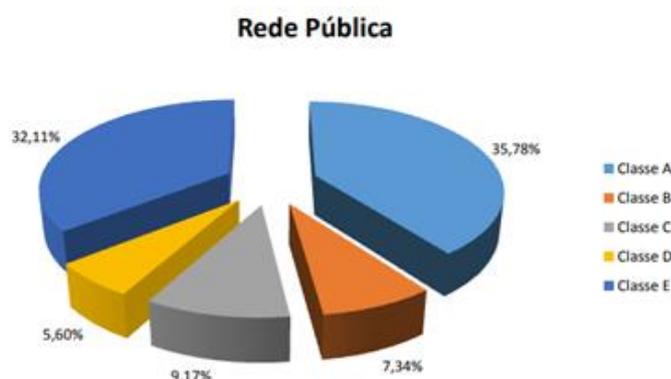
A seguir, temos os gráficos de setores, demonstrando o número e a porcentagem das classes de erros cometidos pelos alunos da escola particular e pública, em cada um dos itens da avaliação aplicada.

Figura 15: Classe de erros cometidos pelos alunos da escola particulares.



Fonte: Nascimento (2017)

Figura 16: Classe de erros cometidos pelos alunos da escola pública .



Fonte: Nascimento (2017)

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, buscou-se pesquisar sobre o tema *proporcionalidade* devido à sua grande importância dentro do universo escolar. No entanto, percebeu-se que este tema ainda é abordado de forma mecânica em sala de aula.

As dissertações analisadas, por sua vez, mostram a importância da *proporcionalidade* e as várias formas de se abordar tal conteúdo na educação básica. Através da análise destes três trabalhos, pudemos captar que, os três autores utilizam sequências didáticas. No trabalho de Silva (2015), buscou-se, utilizar uma sequência didática para o tema proporcionalidade, aliada a metodologia denominada *Engenharia Didática*. Já Castro (2015), busca através de uma sequência didática, mostrar a inter-relação às disciplinas Matemática, Geografia, Física e Química. Por fim, Nascimento (2017), também utiliza uma sequência didática através da *Engenharia de Construção de Itens*. Neste sentido, o fruto destas análises mostrou três formas de abordagem utilizando uma sequência didática, cujo propósito lançar luzes sobre como melhorar tanto o ensino como a aprendizagem do tema proporcionalidade.

Foi bastante proveitoso utilizar, como ferramenta didática, dissertações desenvolvidas por egressos do PROFMAT. De fato, são trabalhos de altíssima qualidade e que podem ser utilizados em sala de aula de modo a propor uma melhor forma de ensinar, bem como de aprender, temas matemáticos.

Para pesquisas futuras, sugere-se que busque-se este tema desde o início do programa para que vejamos o estado da arte deste tema dentro do PROFMAT.

## REFERÊNCIAS

ARDIN, L. Análise de conteúdo. Edição 70. Lisboa, 2016.

ÁVILA, G. Razões, proporções e regra de três. Revista do Professor de Matemática, São Paulo, n. 8, p.1-8, 1986.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio.

BRASIL, Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasil, 2018. 2009.

BRASIL. Ministério da Educação, PCN+ ensino médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC . MEC-Brasil, 2002. Disponível: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>

CASTRO, Fabrício. A relação da proporcionalidade com outros temas matemáticos. 2015. 147. Dissertação – PROFMAT, Minas Gerais, 2015. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/component/content/article?id=13318&Itemid=310>

LIMA, Elon L., CARVALHO, Paulo C. P., WAGNER, Eduardo e MORGADO, Augusto C., Temas e Problemas Elementares. Rio de Janeiro: Coleção do Professor de Matemática, SBM, 2006.

MEC/SEF Brasil, Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Ministério da Educação-Secretaria de Educação Fundamental, 1998.

NASCIMENTO, Raul Francisco da Silva Nascimento. Análise de erros no processo de resoluções de proporcionalidade. 2017. 58. Dissertação – Santarém, 2017.

POLYA, G. A arte de resolver problemas. Tradução Heitor Lisboa de Araújo. Interciência, Rio de Janeiro, 2006.

RABELO, M. Avaliação educacional: fundamentos, metodologia e aplicações no contexto brasileiro. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

SILVA, M. C. N.; BURIASCO, R. L. C. Análise da produção escrita em matemática: Algumas considerações. In: Ciência e Educação. [S.l.: s.n.], 2005. v. 11, n. 3, p. 499 – 512.

SILVA. Davidson. Uma análise do ensino de proporcionalidade no ensino fundamental: realidade e perspectiva. 2015. 109. Dissertação - ,São Carlos, 2015.