



INSTITUTO FEDERAL DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE PERNAMBUCO

Campus Recife

Departamento de Engenharia Mecânica

Bacharel em Engenharia Mecânica

DANIEL CALEBE DOS SANTOS PESSOA

**DESENVOLVIMENTO DE PROGRAMA COMPUTACIONAL PARA DETERMINAR
A VIDA ÚTIL E DIMENSIONAR EIXOS MECÂNICOS CONSIDERANDO
FORMULAÇÕES ANALÍTICAS E CONCENTRADORES DE TENSÃO DO TIPO
ADOÇAMENTO**

Recife

2022

DANIEL CALEBE DOS SANTOS PESSOA

**DESENVOLVIMENTO DE PROGRAMA COMPUTACIONAL PARA DETERMINAR
A VIDA ÚTIL E DIMENSIONAR EIXOS MECÂNICOS CONSIDERANDO
FORMULAÇÕES ANALÍTICAS E CONCENTRADORES DE TENSÃO DO TIPO
ADOÇAMENTO**

Projeto de Trabalho de conclusão de curso apresentada ao Departamento de Graduação em Bacharel em Engenharia Mecânica do Instituto Federal de Ciência e Tecnologia de Pernambuco, como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. José Dásio de Lira Junior

Recife

2022

P475d

2021 Pessoa, Daniel Calebe dos Santos.

Desenvolvimento de programa computacional para determinar a vida útil e dimensionar eixos mecânicos considerando formulações analíticas e concentradores de tensão do tipo adoçamento / Daniel Calebe dos Santos Pessoa. --- Recife: O autor, 2022.

68f. il. Color.

TCC (Curso de Engenharia Mecânica– Instituto Federal de Pernambuco, Departamento Acadêmico de Cursos Superiores - DACS, 2022.

Inclui Referências e glossário.

Orientador: Professor Dr. José Dásio de Lira Júnior.

1. Mecânica dos sólidos. 2. Projeto mecânico. 3. Fadiga mecânica. 4. MATLAB.

I. Título. II. Lira Júnior, José Dásio (orientador). III. Instituto Federal de Pernambuco.

CDD 531 (21ed.)

**DESENVOLVIMENTO DE PROGRAMA COMPUTACIONAL PARA DETERMINAR
A VIDA ÚTIL E DIMENSIONAR EIXOS MECÂNICOS CONSIDERANDO
FORMULAÇÕES ANALÍTICAS E CONCENTRADORES DE TENSÃO DO TIPO
ADOÇAMENTO**

Trabalho aprovado, Recife, 04/02/2022.

JOSÉ DÁSIO DE LIRA JUNIOR

(professor orientador)

RAMIRO BRITO WILLMERSDORF

(examinador externo)

ALVARO ANTONIO OCHOA VILLA

(examinador interno)

Recife

2022

Dedico este trabalho a minha família, que sempre sonharam os meus sonhos comigo, e me incentivaram a realiza-los, se hoje sou alguém, é graças a vocês.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a Deus, por ter me dado forças e esperança em todo momento da minha jornada.

Agradeço a minha família, por ser meu porto seguro.

A meus amigos e colegas de faculdade, por terem dividido essa experiência comigo.

Ao grupo de Pesquisa GMA&SC, por ter me dado à chance de desenvolver esse projeto.

Aos professores José Dásio, Ângelo Peixoto e Álvaro Ochoa, por auxiliarem no desenvolver dessa pesquisa e desse trabalho.

E a todos não citados aqui, mas que ajudaram direta e indiretamente na jornada até o momento.

"Quando você melhora um pouco a cada dia, coisas grandes começam a ocorrer. Não procure por melhoras rápidas e grandiosas, busque uma pequena melhoria, um dia de cada vez. É o único modo para que aconteça - e quando acontece, dura."

- John Wooden

RESUMO

No desenvolvimento de projetos mecânicos é muito importante que componentes não sejam superdimensionados a ponto de se tornarem desnecessariamente caros e pesados. Entretanto, o componente projetado necessita ter resistência mecânica e ser confiável. Na área de projetos mecânicos, o cálculo da tensão máxima admissível é de grande importância, uma vez que se houver uma falha estrutural no projeto há uma grande possibilidade de falha nesta região. Porém, em grande parte projetos de engenharia mecânica a utilização de carregamentos puramente estáticos é insuficiente, em diversos tipos de problemas, se torna necessário considerar os carregamentos transientes, casos típicos de fadiga mecânica. Formulações analíticas podem ser utilizadas para cálculos de fadiga, mas o uso de tais formulações de maneira manual leva uma considerável quantidade de tempo, e há o risco de ser influenciado por erro humano no processo, sendo, portanto necessário automatizar os cálculos. Neste trabalho, foi desenvolvido um programa computacional com interface gráfica em linguagem MATLAB, para automatizar o dimensionamento, o cálculo da tensão máxima sob esforços estáticos e, cálculo da vida útil em projetos de eixos mecânicos sob esforços de fadiga. A metodologia do trabalho é considerar um eixo mecânico com concentrador de tensão do tipo adoçamento, que está sob esforços alternados ou estáticos de flexão, torção e tração, de forma combinada ou isolada, com o carregamento variando no tempo de forma cíclica, com e sem a presença de concentrador de tensão. Utilizando os métodos de DE-Goodman, DE-Gerber, DE-ASMI Elíptico e DE-Soderberg para gerar um estudo comparativo entre os métodos para melhor escolha de projeto. Gerando o programa *MechCal* e suas três versões, *MechCal – Shaft Stress*, *MechCal – Shaft Fatigue* e *MechCal – Shaft Design*, para cálculo da tensão máxima, vida útil e projeto de eixos, respectivamente.

Palavras-chave: Mecânica dos sólidos. Projeto Mecânico. Fadiga Mecânica. MATLAB.

ABSTRACT

In the development of mechanical projects, it is very important that components are not oversized to the point of becoming unnecessarily expensive and heavy. However, the designed component needs to have mechanical strength. In the area of mechanical design, the calculation of the maximum allowable stress is of great importance, since if there is a structural failure in the design, there is a great possibility of failure in this region. However, in most mechanical engineering projects, the use of purely static loads is insufficient, in several types of problems, it is necessary to consider transient loads, typical cases of mechanical fatigue. Analytical formulations can be used for fatigue calculations, but using such formulations manually takes a considerable amount of time, and there is a risk of being influenced by human error in the process. In projects considering fatigue, it is of fundamental importance to automate the calculation process. In this project, a computer program was developed with a graphic interface in MATLAB language, to automate the dimensioning, the calculation of the maximum stress under static loads, calculation of the useful life in projects of mechanical axes under fatigue stresses. The methodology of the project is to consider a mechanical axis with a shoulder type stress concentrator, which is under alternating or static loads of bending, torsion and traction, in a combined or isolated way, with the load varying in time in a cyclical way, with and without the presence of stress concentrator. Using the DE-Goodman, DE-Gerber, DE-ASMI Elliptical and DE-Soderberg methods to generate a comparative study between the methods for a better design choice. Generating the *MechCal* program and its three versions, *MechCal – Shaft Stress*, *MechCal – Shaft Fatigue* and *MechCal – Shaft Design*, for calculating the maximum stress, useful life and shaft design, respectively.

Keywords: Mechanics of solids. Mechanic project. Mechanical fatigue. MATLAB

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Eixo engastado sem concentrador de tensão.....	16
Figura 2 - Eixo engastado com concentrador de tensão.	17
Figura 3 - Eixo Tracionado, sem concentração de tensão.....	21
Figura 4 - Eixo tracionado, com concentrador de tensão.	21
Figura 5 - Parâmetros geométricos para calculo da tração máxima em eixo com concentrador de tensão.....	22
Figura 6 - Eixo sob flexão causada por momento fletor, sem concentrador de tensão.	23
Figura 7 - Eixo sob flexão causada por força perpendicular à linha de centro, sem concentrador de tensão.	23
Figura 8 - Parâmetros geométricos para calculo da flexão máxima em eixo com concentrador de tensão.....	24
Figura 9 - Eixo sob Torção, sem concentrador de tensão.	25
Figura 10 - Parâmetros geométricos para calculo da tensão máxima em eixo sob torção (Com concentrador de tensão).	27
Figura 11 - Composição da tensão σ_x	28
Figura 12 - Curva S-N generalizada.	29
Figura 13 - Tensão causada por carregamento cíclico.	30
Figura 14 - Eixo bi apoiado, sem concentrador de tensão.....	36
Figura 15 - Parâmetros para projeto de eixo sem concentrador de tensão.....	37
Figura 16 - Parâmetros para projeto de eixo com concentrador de tensão.....	37
Figura 17 - Fluxograma de calculo de diâmetro com concentrador de tensão.	39
Figura 18 - Sequência de telas dos programas MechCal.	42
Figura 19 - Tela de Desenvolvedores do MechCal.....	43
Figura 20 - Tela de escolha de caso (com ou sem concentrador) do MechCal.	44
Figura 21 - Tela Introdutória MechCal - Shaft Stress.....	45
Figura 22 - Tela MechCal - Shaft Stress sem concentrador de tensão.	46
Figura 23 - Tela MechCal - Shaft Stress com concentrador de tensão.	47
Figura 24 - Tela introdutória MechCal - Shaft Fatigue.....	48
Figura 25 - Tela MechCal - Shaft Fatigue sem concentrador de tensão.....	49
Figura 26 - Tela MechCal - Shaft Fatigue com concentrador de tensão.	51
Figura 27 - Tela introdutória MechCal - Shaft Design.....	51
Figura 28 - Tela MechCal - Shaft Design sem concentrador de tensão.	52
Figura 29 - Tela MechCal - Shaft Design com concentrador de tensão.	53
Figura 30 - Caso Tração pura sem concentrador testado no MechCal - Shaft Stress.....	56
Figura 31 - Caso Flexão pura sem concentrador testado no MechCal - Shaft Stress.....	56
Figura 32 - Caso Torção pura sem concentrador testado no MechCal - Shaft Stress.....	56

Figura 33 - Caso Flexo-Torção sem concentrador testado no MechCal - Shaft Stress.....	57
Figura 34 - Caso Flexão pura com concentrador testado no MechCal - Shaft Stress.....	57
Figura 35 - Caso Torção pura com concentrador testado no MechCal - Shaft Stress.....	57
Figura 36 - Resultado caso Tração pura sem concentrador MechCal - Shaft Stress.....	58
Figura 37 - Resultado caso Flexão pura sem concentrador MechCal - Shaft Stress.....	59
Figura 38 - Resultado caso Torção pura sem concentrador MechCal - Shaft Stress.....	59
Figura 39 - Resultado caso Flexo-Torção sem concentrador MechCal - Shaft Stress.....	60
Figura 40 - Resultado caso Flexão com concentrador MechCal - Shaft Stress.....	60
Figura 41 - Resultado caso Torção com concentrador MechCal - Shaft Stress.....	61
Figura 42 - Resultado do estudo de caso MechCal - Shaft Fatigue.....	62
Figura 43 - Estudo de caso sem concentrador MechCal - Shaft Design.....	63
Figura 44 - Estudo de caso com concentrador MechCal - Shaft Design.....	63
Figura 45 - Resultado caso sem concentrador MechCal - Shaft Design.....	64
Figura 46 - Resultado caso com concentrador MechCal - Shaft Design.....	64

LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Fator de concentração de tensão para eixo com adoçamento sob torção.	27
Tabela 2 - Comparação de dados do MechCal - Shaft Stress com o MEF.	61

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Coeficiente de representação para a tensão máxima em um ciclo, Termo da tensão alternada da equação de Gerber.
a	Constante do material para a sensibilidade ao entalhe.
B	Termo da tensão estática da equação de Gerber, Coeficiente de declive da curva S-N.
C_1	Coeficiente um da equação do fator de concentração de tensão.
C_2	Coeficiente dois da equação do fator de concentração de tensão.
C_3	Coeficiente três da equação do fator de concentração de tensão.
C_4	Coeficiente quatro da equação do fator de concentração de tensão.
D	Diâmetro maior.
d	Diâmetro menor do eixo.
d_{\min}	Diâmetro mínimo necessário para não passar da tensão admissível.
F	Magnitude da força transversal e longitudinal aplicada na extremidade do eixo.
$f(x)$	Função utilizada para retirar os valores para interpolação.
K_a	Fator modificador de fadiga de acabamento superficial.
K_b	Fator modificador de fadiga de tamanho.
K_c	Fator modificador de fadiga de carregamento.
K_d	Fator modificador de fadiga de temperatura.
K_e	Fator modificador de fadiga de confiabilidade.
K_f	Fator de concentração de tensão normal na fadiga.
K_{fadiga}	Coeficiente modificador de fadiga geral.

K_{fs}	Fator de concentração de tensão cisalhante na fadiga.
K_t	Fator de concentração de tensão normal.
K_{ts}	Fator de concentração de tensão cisalhante.
L	Comprimento total do eixo.
L'	Distância entre o carregamento e o mancal ou engaste.
L''	Comprimento do diâmetro maior do eixo.
$L(x)$	Polinômio interpolador de Lagrange.
M	Momento fletor.
N	Número de ciclos.
N_f	Ciclos no início da vida infinita.
n	Coefficiente de segurança de projeto, Grau do polinômio interpolador.
$P(x)$	Função gerada pelo polinômio interpolador de Lagrange.
q	Coefficiente de sensibilidade ao entalhe.
r	Raio de adoçamento.
S_e	Limite de resistência à fadiga.
S_e'	Limite de fadiga no corpo de prova.
S_{nf}	Tensão na vida infinita.
T	Momento Torsor.
T_{eixo}	Temperatura de trabalho no eixo.
t	Diferença entre os raios do diâmetro maior entre o menor.
x	Ponto utilizado na função interpoladora de Lagrange.
σ_a	Tensão principal maior.
σ_{adm}	Tensão admissível.
σ_b	Tensão principal menor.

σ_{esc}	Tensão de escoamento.
$\sigma_{Flexão}$	Tensão normal causada por carregamento de flexão.
$\sigma_{Máx, Flexão}$	Tensão máxima com concentrador de tensão na flexão.
$\sigma_{Máx, Tração}$	Tensão máxima com concentrador de tensão na tração.
$\sigma_{Tração}$	Tensão normal causada por carregamento de tração.
σ_u	Tensão última, limite de ruptura.
$\sigma_{von Mises}$	Tensão de von Mises.
$\sigma_{von Mises Máx}$	Tensão de von Mises considerando as tensões principais máximas.
$\sigma_{von Mises simplificado}$	Tensão de von Mises simplificada.
σ_x	Tensão normal do estado tridimensional de tensão no plano x na direção x.
σ_y	Tensão normal do estado tridimensional de tensão no plano y na direção y.
σ_z	Tensão normal do estado tridimensional de tensão no plano z na direção z.
$\tau_{Máx, Torção}$	Tensão máxima com concentrador de tensão na torção.
$\tau_{Torção}$	Tensão de cisalhamento causada por momento torsor.
τ_{xy}	Tensão cisalhante do estado tridimensional de tensão no plano x na direção y.
τ_{yz}	Tensão cisalhante do estado tridimensional de tensão no plano y na direção z.
τ_{zx}	Tensão cisalhante do estado tridimensional de tensão no plano z na direção x.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	13
1.1 Motivação	14
1.2 Objetivo geral	15
1.3 Objetivo específico	15
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	16
2.1 Eixos de Transmissão	16
2.2 Concentradores de Tensão	17
2.2.1 Concentrador do tipo Adoçamento (Shoulder)	17
2.3 Fadiga Mecânica	18
2.4 Projeto de Eixos de Transmissão	18
2.4.1 Análise de Projeto por Tensão e Resistência	18
3 METODOLOGIA	20
3.1 Cálculo de Tensões Máximas	20
3.1.1 Cálculo de Tração	20
3.1.2 Cálculo de Flexão	23
3.1.3 Cálculo de Torção	25
3.1.3.1 Polinômio interpolador de Lagrange	26
3.1.4 Von Mises	27
3.2 Cálculo da Vida Útil	29
3.2.1 Cálculo da Tensão de von Mises no eixo sem concentrador de tensão	30
3.2.2 Cálculo da Tensão de von Mises no eixo com concentrador de tensão	31
3.2.2 Determinar o limite de fadiga	32
3.2.2.1 Fator de superfície ou acabamento superficial K_a	33
3.2.2.2 Fator de tamanho K_b	33
3.2.2.3 Fator de carregamento K_c	33
3.2.2.4 Fator de temperatura K_d	33
3.2.2.4 Fator de confiabilidade K_e	34
3.2.3 Encontrar a vida útil com a Equação de Basquin	34
3.3 Projeto de Eixos	35
3.3.1 Projeto de eixo para tensões estáticas	38

3.3.2 Projeto de eixo para tensões cíclicas	38
3.3.2.1 Modelo DE-Goodman	40
3.3.2.2 Modelo DE-Soderberg	40
3.3.2.3 Modelo DE-Gerber	40
3.3.2.3 Modelo DE-ASME Elíptico	41
3.4 Interface gráfica <i>MechCal</i>	41
3.4.1 MechCal - Shaft Stress	44
3.4.2 MechCal - Shaft Fatigue	48
3.4.3 MechCal - Shaft Design	51
4 RESULTADOS e análise	55
4.1 Resultado <i>MechCal – Shaft Stress</i>	55
4.2 Resultado <i>MechCal – Shaft Fatigue</i>	61
4.3 Resultado <i>MechCal – Shaft Design</i>	62
5 CONSIDERAÇÕES	65
REFERENCIAS	67
Glossário	68

1 INTRODUÇÃO

Na área de projeto e desenvolvimento de produtos e processos é fundamental o desenvolvimento de estratégias computacionais de cálculo de tensões e estimativa de vida útil de componentes mecânicos, com os objetivos de evitar falha e aumentar a eficiência, aumentando a vida útil, reduzindo custos e desperdícios. A durabilidade de componentes é um dos principais requisitos nos projetos mecânicos, em seus mais variados campos, tais como: automotivo, metalomecânica, aeronáutico, aeroespacial, naval, civil e petroquímico. Para se estimar a vida útil de um componente mecânico é fundamental calcular o dano por fadiga (BANNANTINE; COMER; HANDROCK, 1990; LIRA JÚNIOR, 2006; SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS, 2008). A fadiga é um dos tipos de falhas estruturais mais encontradas em componentes mecânicos. Estima-se que algo em torno de 90 % (BRAZ, 1999) das falhas em componentes de automóveis, aviões, pontes, turbinas, bombas, máquinas e equipamentos em geral, sujeitos a carregamentos repetidos, devem-se ao fenômeno de fadiga. (BRAZ, 1999).

Geralmente, os componentes mecânicos utilizados em equipamentos e produtos industriais são projetados apenas com a utilização de formulações analíticas (BEER; JOHNSTON, 1995). Na academia, normalmente, os estudantes de engenharia e técnicos de mecânica utilizam apenas calculadoras em todo o processo de aprendizagem de projetos mecânicos, faltando uma ferramenta computacional complementar no processo de aprendizagem. É importante constatar que o desenvolvimento de cálculo utilizando calculadoras para estimar de vida útil devido a esforços de fadiga consome razoável tempo, além da probabilidade de introduzir erros no projeto e, os programas computacionais comerciais para este fim possuem elevado custo para aquisição. Existe, portanto, a necessidade de automatizar o processo de cálculo e diminuir a probabilidade de erros matemáticos. Uma das formas de desenvolver estes projetos é com a utilização de programas computacionais baseados nas formulações analíticas e tabelas de projetos mecânicos.

Neste trabalho foi desenvolvido um programa computacional em MATLAB (PALM III, 2013), utilizando formulações analíticas para o cálculo de tensões, para a

estimativa de vida útil e para o dimensionamento de projetos de eixos rotativos de transmissão mecânica, submetidos a carregamentos estacionários considerando os efeitos de fadiga. Exemplos destes sistemas de transmissão são encontrados em turbinas eólicas, automóveis, helicópteros, máquinas ferramentas e máquinas de elevação e transporte, entre outros (JUVINALL; MARSHEK, 2016).

O programa criado foi chamado de *MechCal*, e foi dividido em três versões, cada uma específica para etapas do projeto. O *MechCal – Shaft Design* utilizado para o dimensionamento do projeto, onde teremos os valores de geometria do eixo para que ele consiga suportar os esforços de projeto por tempo indeterminado. O *MechCal – Shaft Stress* é a ferramenta utilizada para calcular os esforços máximos causados pelos carregamentos no projeto. Por fim, o *MechCal – Shaft Fatigue*, utilizado para encontrar a vida útil do projeto considerando somente os esforços aplicados.

Os laboratórios de pesquisa da coordenação de engenharia mecânica do Instituto Federal de Pernambuco (IFPE) – Campus Recife foram utilizados para levantamento dos dados necessários para o desenvolvimento do trabalho. Assim como a licença do MATLAB® do IFPE para desenvolvimento de pesquisa.

1.1 Motivação

Na área de projetos mecânicos que envolvem a transmissão de potência, velocidade, torque e etc. é em sua grande maioria realizado por eixos de transmissão, que por sua vez possuem uma geometria circular e com rebaixos de adoçamento por ter uma confecção mais simples.

Visando o estudo de projetos de eixos transmissão pesquisas foram feitas pelo grupo GMA&SC (Grupo de pesquisa de materiais aplicados e simulação computacional da coordenação de engenharia mecânica do IFPE – Campus Recife) de forma a analisar a influência da geometria do eixo, o carregamento e o refinamento da malha, utilizando a simulação numérica por meio do método dos elementos finitos - MEF (LUCENA; LIRA JUNIOR, 2017).

Dessa forma, dando continuidade aos estudos desenvolvidos anteriormente pelos alunos e professores do programa, pretende-se executar um projeto que

possa automatizar o processo de realizar os cálculos analíticos para o projeto de eixos de transmissão mecânica.

1.2 Objetivo geral

Este trabalho teve como objetivo desenvolver uma ferramenta computacional com interface gráfica interativa, para o dimensionamento, cálculo do esforço máximo e vida útil em eixos de transmissão utilizados em projetos mecânicos. O trabalho visou contribuir para a formação de engenheiros e técnicos mecânicos na área de projetos, pesquisa e desenvolvimentos de sistemas de transmissão.

1.3 Objetivo específico

1. Levantamento bibliográfico de formas de determinar a vida útil e o dimensionamento de eixos mecânicos de forma analítica.
2. Estudo e compreensão das formulações analíticas utilizadas para desenvolvimentos dos cálculos.
3. Estudo e compreensão dos parâmetros necessários para desenvolver as funções necessárias para os cálculos analíticos.
4. Desenvolver um programa computacional, utilizando a linguagem de programação MATLAB que possa calcular a tensão considerando carregamentos estáticos, a vida útil considerando carregamentos cíclicos.
5. Automatizar o processo de projeto de eixos mecânicos considerando a concentração de tensão do tipo adoçamento (*shoulder*).
6. Desenvolver uma interface gráfica para utilização dos programas desenvolvidos.

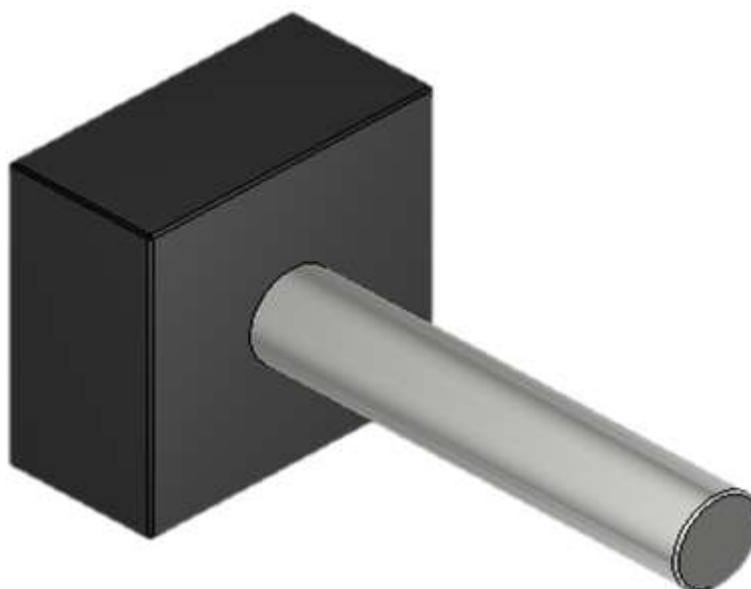
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Esta etapa do trabalho refere-se aos conceitos teóricos da literatura. Objetiva-se nessa parte a análise dos eixos de transmissão mecânica, dando ênfase a geometria e a aplicação. Além desses pontos será abordada a fadiga mecânica e sua influência em projetos de engenharia, com mais ênfase no projeto de eixos de transmissão. Esta parte do trabalho permitirá uma melhor compreensão do tema proposto, assim como possibilitará entender os motivos das escolhas realizadas no desenvolvimento deste trabalho.

2.1 Eixos de Transmissão

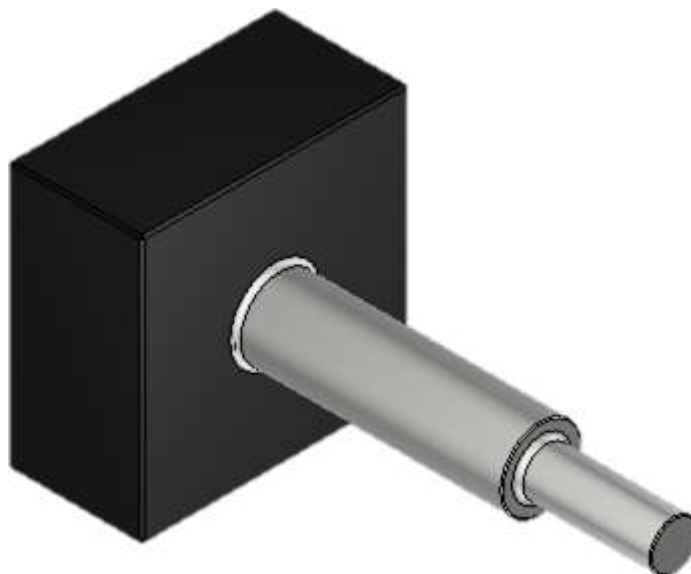
Um eixo de transmissão (Figura 1) é um componente rotativo, que é comumente utilizado para transmitir potência ou movimento, geralmente possuindo uma seção transversal circular (SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS, 2008). Eixos são utilizados para receber elementos de rotação tais como polias, engrenagens, manivelas, rodas dentadas, entre outros elementos. Para a alocação de elementos de rotação no eixo, é comum encontrar eixos com ressaltos para facilitar a localização do ponto onde determinado elemento será posicionado. Esses ressaltos podem acabar gerando áreas conhecidas como concentradores de tensão (Figura 2) (PILKEY; PILKEY, 2008).

Figura 1 - Eixo engastado sem concentrador de tensão.



Fonte: Autor (2021)

Figura 2 - Eixo engastado com concentrador de tensão.



Fonte: Autor (2021)

2.2 Concentradores de Tensão

A concentração de tensão tem como efeito o aumento da tensão na área em que ele se localiza. Furos, entalhos, trincas, adoçamentos, roscas e juntas soldadas são exemplos de concentradores de tensão. A mudança da geometria do eixo no decorrer de seu comprimento é o que vai gerar a concentração de tensão. Além da geometria o tipo do carregamento aplicado sob o elemento, assim como os efeitos da fadiga, também tem influência para determinar o fator de concentração de tensão (PILKEY; PILKEY, 2008).

2.2.1 Concentrador do tipo Adoçamento (Shoulder)

A concentração do tipo adoçamento é o tipo de concentração de tensão que é mais encontrado na prática de projeto de eixos de transmissão. Esses elementos de transmissão geralmente envolvem diversos diâmetros que são conectados por adoçamentos com raios de filetes arredondados, para substituir os cantos agudos e as quinas vivas que costumavam ser utilizados.

2.3 Fadiga Mecânica

A fadiga mecânica é um fenômeno que ocorre quando as tensões aplicadas em um ou mais pontos do componente analisado variam ou flutuam com o tempo. Eixos sob rotação e flexão vivenciam esse efeito, onde para cada rotação a tensão em suas superfícies pode variar entre compressão e tração. Devido a esse efeito de fadiga, a tensão de falha de projeto não pode mais ser considerada a mesma dos ensaios estáticos. Como maioria dos eixos de transmissão estão sob efeito de flexão e rotação, os efeitos da fadiga devem ser considerados para o desenvolvimento do projeto. (BANNANTINE; COMER; HANDROCK, 1990; BRAZ, 1999; LIRA JÚNIOR, 2006; SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS, 2008).

2.4 Projeto de Eixos de Transmissão

Para iniciar um projeto de um eixo de transmissão, alguns dos fatores já estão predeterminados pelos parâmetros da máquina ou componente que o eixo fará parte. Como o eixo receberá componentes como engrenagens, polias, mancais, assim como outros elementos, algumas de suas geometrias já estarão definidas, podendo assim ser realizada a análise do projeto.

Para o estudo do projeto, pode-se seguir da análise de deflexão e rigidez, e da análise de tensão e resistência. Para isso, não faz necessária a análise do eixo por completo, podendo ser feito o estudo para pontos críticos específicos, como os pontos de aplicação das cargas e os pontos de concentração de tensão (JUVINALL; MARSHEK, 2016; SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS, 2008).

2.4.1 Análise de Projeto por Tensão e Resistência

Quando os efeitos da fadiga não são aplicados ao projeto, as formulações analíticas para o carregamento estático são suficientes para se desenvolver o projeto do eixo, mas uma vez aplicado um carregamento flutuante que varia com o tempo podemos utilizar os modelos de falha de energia de distorção.

Critérios de resistência à fadiga em eixos mecânicos são utilizados para desenvolver os modelos matemáticos que serão usados. Modelos como DE-Goodman, DE-Soderberg, DE-Gerber e DE-ASME-Elíptico serão utilizados para a análise comparativa entre os modelos, para comparação entre o modelo mais conservador e o menos conservador (SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS, 2008).

3 METODOLOGIA

A metodologia utilizada neste trabalho segue as formulações analíticas e as tabelas encontradas na bibliografia, e se baseia resumidamente em três etapas:

- (a) Desenvolvimento de um modelo computacional para o cálculo de tensões
- (b) Desenvolvimento de um modelo computacional para a estimativa da vida útil devido à fadiga
- (c) Desenvolvimento de um modelo para projeto de eixos

Para a geometria do eixo, será abordada uma geometria cilíndrica, com secção transversal circular, para o caso sem concentração de tensão (Figura 1). Já para o caso com concentrador de tensão, será utilizado um eixo escalonado, com duas secções transversais circulares, possuindo um rebaixo e um raio de adoçamento (Figura 2), ambos os eixos engastados.

3.1 Cálculo de Tensões Máximas

Para esta etapa, foi necessário desenvolver metodologias para calcular a tensão máxima em eixos sob esforços de tração, de flexão e de torção, separadamente, e então adicionar a metodologia para o cálculo das forças combinadas. Para o caso com o concentrador de tensão, além da metodologia anterior, foi necessário desenvolver uma forma de considerar os efeitos causados pelo adoçamento. Assim surgindo à versão do *MechCal – Shaft Stress*.

3.1.1 Cálculo de Tração

Ao ser tracionado, uma força perpendicular à superfície transversal do eixo é aplicada, de magnitude F (Figura 3).

Figura 3 - Eixo Tracionado, sem concentração de tensão.



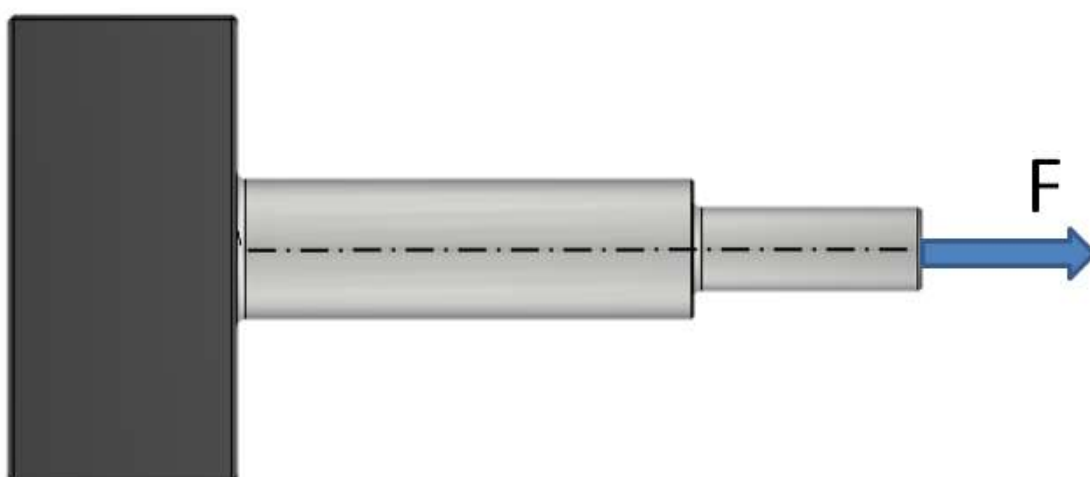
Fonte: Autor (2021)

Os esforços de tração teóricos são uniformes por todo o contorno do eixo, dessa forma, a tensão máxima encontrada no eixo será dada pela Equação 1.

$$\sigma_{tração} = \frac{4F}{\pi d^2} \quad (1)$$

Da mesma forma, ao tracionar um eixo com um concentrador de tensão (Figura 4), fórmulas analíticas podem ser utilizadas para determinar a tensão máxima, porém, o fator de concentração deve ser levado em conta, como na Equação 2.

Figura 4 - Eixo tracionado, com concentrador de tensão.



Fonte: Autor (2021)

$$\sigma_{máx,tração} = K_t \sigma_{tração} \quad (2)$$

Onde o fator de concentração K_t , que varia de acordo com a geometria do eixo, pode ser encontrado de forma tabelada, ou utilizado a Equação 3 que representa as tabelas de dados (PILKEY; PILKEY, 2008), com os parâmetros da equação representados na Figura 5.

$$K_t = C_1 + C_2 \left(\frac{2t}{D} \right) + C_3 \left(\frac{2t}{D} \right)^2 + C_4 \left(\frac{2t}{D} \right)^3 \quad (3)$$

Onde:

$$0,1 \leq \frac{t}{r} \leq 2,0$$

$$2,0 \leq \frac{t}{r} \leq 20,0$$

$$C_1 = 0,926 + 1,157 \sqrt{\frac{t}{r}} - 0,099 \frac{t}{r} \quad C_1 = 1,200 + 0,860 \sqrt{\frac{t}{r}} - 0,022 \frac{t}{r}$$

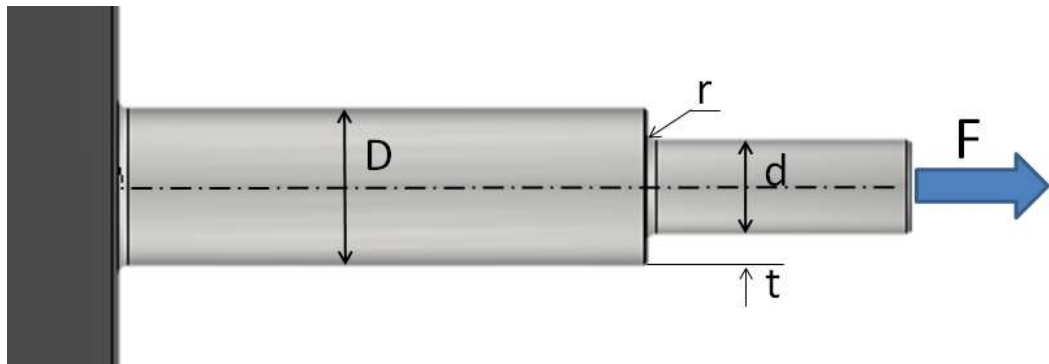
$$C_2 = 0,012 - 3,036 \sqrt{\frac{t}{r}} + 0,961 \frac{t}{r} \quad C_2 = -1,805 - 0,346 \sqrt{\frac{t}{r}} - 0,038 \frac{t}{r}$$

$$C_3 = -0,302 + 3,977 \sqrt{\frac{t}{r}} - 1,744 \frac{t}{r} \quad C_3 = 2,198 - 0,486 \sqrt{\frac{t}{r}} + 0,165 \frac{t}{r}$$

$$C_4 = 0,365 - 2,098 \sqrt{\frac{t}{r}} + 0,878 \frac{t}{r} \quad C_4 = -0,593 - 0,028 \sqrt{\frac{t}{r}} - 0,106 \frac{t}{r}$$

Fonte: PILKEY; PILKEY (2008).

Figura 5 - Parâmetros geométricos para cálculo da tração máxima em eixo com concentrador de tensão.

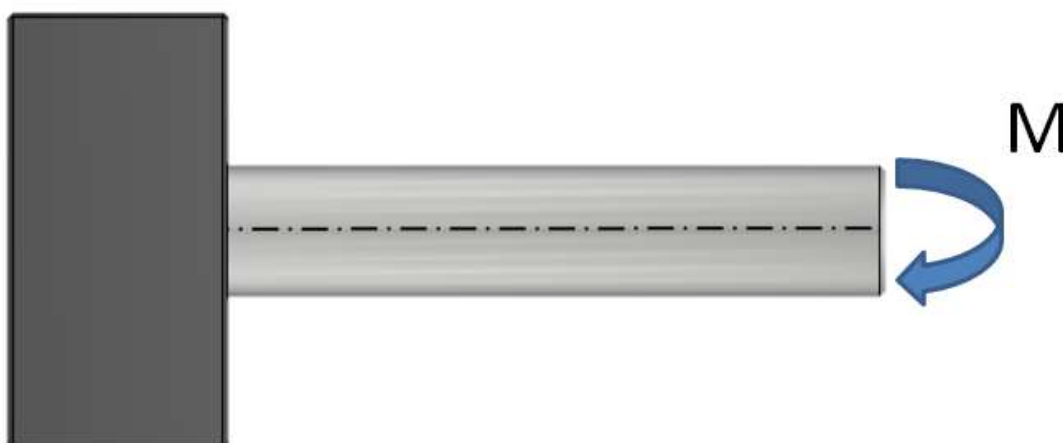


Fonte: Autor (2021)

3.1.2 Cálculo de Flexão

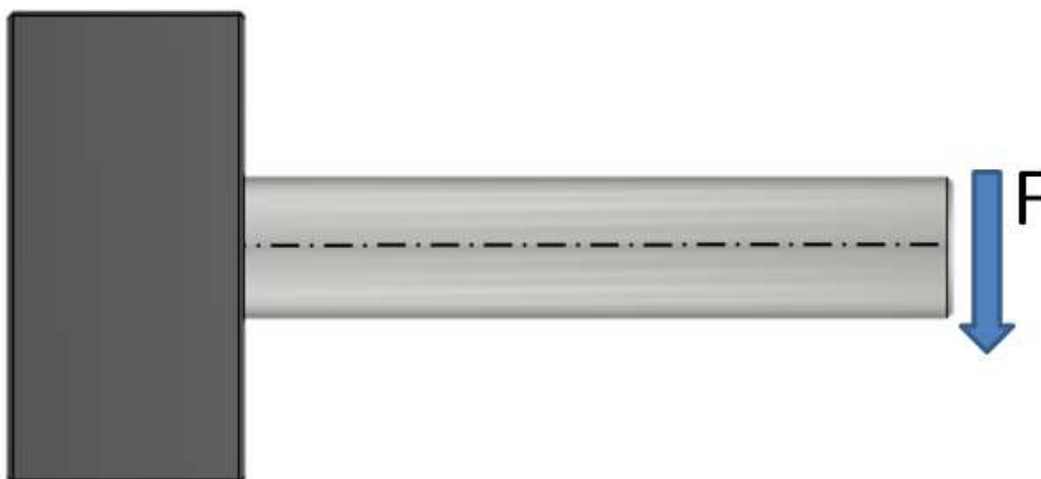
Para sofrer flexão, o eixo é submetido a esforços de momentos flexores (Figura 6), esforços esses causados pela influencia de uma força perpendicular à linha de centro (Figura 7), causando esforços de tensão que são máximos na extremidade do eixo e mínimos no centro (Para eixos sem concentração de tensão). Já para eixos onde a concentração de tensão existe, a tensão máxima é mais provável de se encontrar na região do concentrador de tensão (PILKEY; PILKEY, 2008; SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNASS, 2008).

Figura 6 - Eixo sob flexão causada por momento fletor, sem concentrador de tensão.



Fonte: Autor (2021)

Figura 7 - Eixo sob flexão causada por força perpendicular à linha de centro, sem concentrador de tensão.



Fonte: Autor (2021)

Para os casos sem concentrador de tensão, a tensão máxima se encontra na superfície do eixo, para encontrar os esforços teóricos de forma analítica é possível utilizar a Equação 4, utilizando os parâmetros da Figura 8.

$$\sigma_{flexão} = \frac{32M}{\pi d^3} \quad (4)$$

De forma análoga ao método de calculo de tração, para determinar a tensão máxima no concentrador de tensão, podemos utilizar o fator de concentração de tensão (Equação 5).

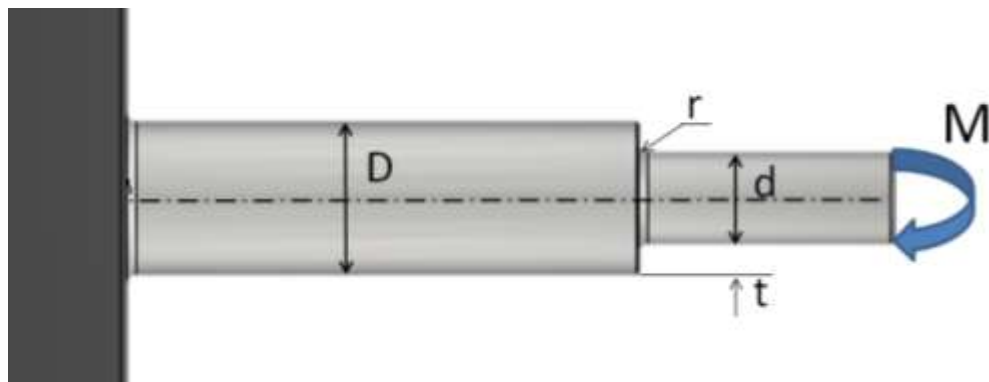
$$\sigma_{máx,flexão} = K_t \sigma_{flexão} \quad (5)$$

Para o caso de flexão, o K_t é encontrado da mesma forma que o caso de tração (Equação 3), com a diferença que os valores de C_1 , C_2 , C_3 e C_4 , são outros.

$0,1 \leq \frac{t}{r} \leq 2,0$	$2,0 \leq \frac{t}{r} \leq 20,0$
$C_1 = 0,947 + 1,206\sqrt{\frac{t}{r}} - 0,131\frac{t}{r}$	$C_1 = 1,232 + 0,832\sqrt{\frac{t}{r}} - 0,008\frac{t}{r}$
$C_2 = 0,022 - 3,405\sqrt{\frac{t}{r}} + 0,915\frac{t}{r}$	$C_2 = -3,813 - 0,968\sqrt{\frac{t}{r}} - 0,260\frac{t}{r}$
$C_3 = 0,869 + 1,777\sqrt{\frac{t}{r}} - 0,555\frac{t}{r}$	$C_3 = 7,423 - 4,868\sqrt{\frac{t}{r}} + 0,869\frac{t}{r}$
$C_4 = -0,810 + 0,422\sqrt{\frac{t}{r}} - 0,260\frac{t}{r}$	$C_4 = -3,839 + 3,070\sqrt{\frac{t}{r}} - 0,600\frac{t}{r}$

Fonte: PILKEY; PILKEY (2008).

Figura 8 - Parâmetros geométricos para calculo da flexão máxima em eixo com concentrador de tensão.

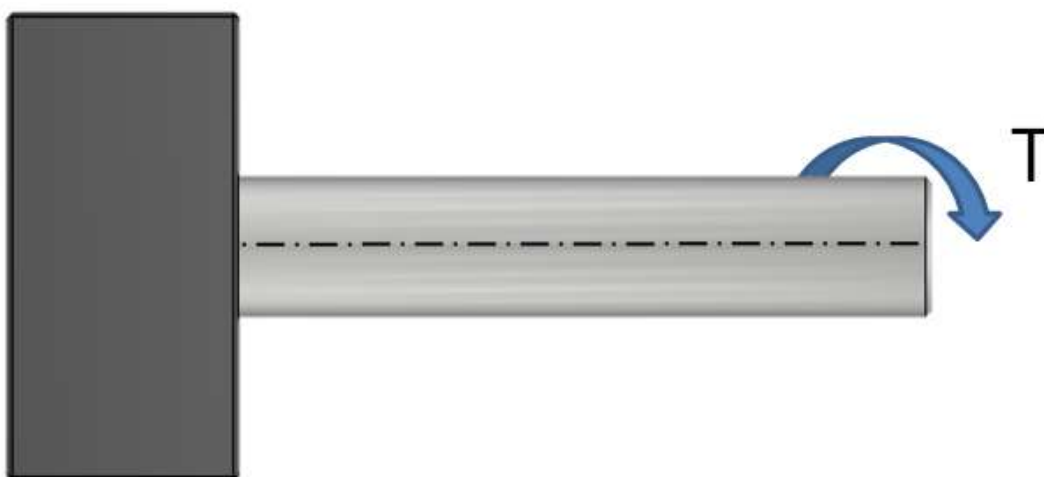


Fonte: Autor (2021)

3.1.3 Cálculo de Torção

Esforços torcionais são causados por carregamentos de torção nos componentes, momentos torsores (Figura 9), causando tensões de cisalhamento na superfície em que o momento torsor for aplicado.

Figura 9 - Eixo sob Torção, sem concentrador de tensão.



Fonte: Autor (2021)

Para calcular a tensão de cisalhamento máxima causada por um esforço de torção isolado como na Figura 9, é utilizada a Equação 6:

$$\tau_{Torção} = \frac{16T}{\pi d^3} \quad (6)$$

Representando a tensão no ponto mais externo do eixo, onde seria o ponto de tensão máxima, para casos sem concentrador de tensão, já em modelos onde exista a concentração de tensão, o ponto mais provável de ocorrer a tensão máxima é no ponto onde se encontra o concentrador (PILKEY; PILKEY, 2008; SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNASS, 2008).

Para calcular a tensão máxima no concentrador de tensão, assim como nos casos de flexão e tração, é necessário adicionar o fator de concentração de tensão na equação (Equação 7).

$$\tau_{m\acute{a}x.tor\c{c}\tilde{a}o} = K_{ts} \tau_{Tor\c{c}\tilde{a}o} \quad (7)$$

Porém, diferente dos casos de flexão e tração, para determinar o valor do K_{ts} não é utilizada uma equação, mas sim, curvas de gráficos para aproximar o valor. Para poder adicionar uma forma de se calcular o valor de K_{ts} no programa computacional, foi então adicionado o método de aproximação do polinômio interpolador de Lagrange (CHAPRA; CANALE, 2016), como forma de encontrar o valor do K_{ts} sem o uso de uma equação.

3.1.3.1 Polinômio interpolador de Lagrange

Diferentemente dos casos onde o eixo era tracionado ou flexionado, para o caso onde o eixo é torcionado, o fator de concentração de tensão do tipo adoçamento (*Shoulder*) é encontrado de forma gráfica, para calcular os valores do fator de concentração de tensão, foi implementado ao programa uma forma de aproximar os valores encontrados no gráfico com a utilização do polinômio interpolador de Lagrange.

O polinômio interpolador de Lagrange é um método matemático utilizado quando se tem pontos da curva que você deseja traçar, e quando mais pontos são adicionados, maior o grau do polinômio que a equação representará (Equação 8).

$$P(x) = \sum_{k=0}^n f(x_k) L_{n,k}(x) = f(x_0) L_{n,0} + \dots + f(x_n) L_{n,n}$$

onde, para cada $k = 0, 1, \dots, n$,

$$L_{n,k}(x) = \prod_{i=0, i \neq k}^n \frac{(x - x_i)}{(x_k - x_i)} = \frac{(x - x_0) \dots (x - x_{k-1})(x - x_{k+1}) \dots (x - x_n)}{(x_k - x_0) \dots (x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1}) \dots (x_k - x_n)}$$

Sendo n o grau do polinômio e o número de pontos que serão retirados do gráfico.

Os pontos retirados do gráfico do fator de concentração de tensão são os pontos encontrados na Tabela 1.

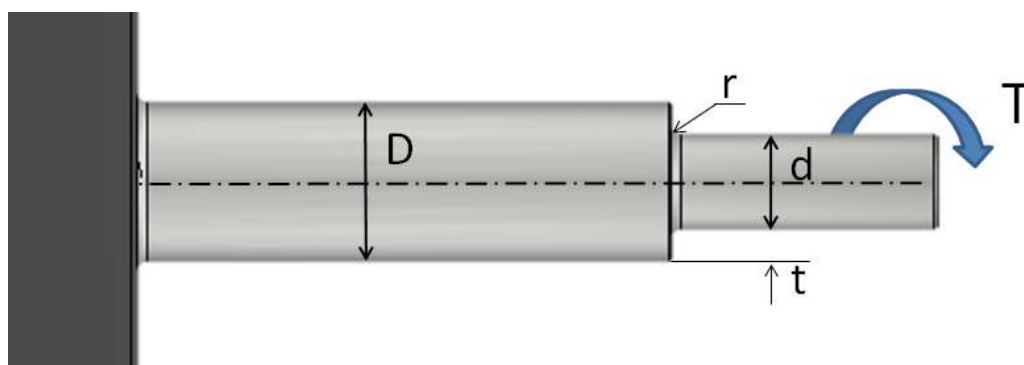
Tabela 1- Fator de concentração de tensão para eixo com adoçamento sob torção.

$d/D = 0,9$		$d/D = 0,8$		$d/D = 0,6$		$d/D = 0,5$		$d/D = 0,4$	
r/d	K_{ts}	r/d	K_{ts}	r/d	K_{ts}	r/d	K_{ts}	r/d	K_{ts}
0,012	1,925	0,025	1,73	0,07	1,45	0,1	1,4	0,106	1,347
0,1	1,285	0,125	1,3	0,15	1,225	0,152	1,3	0,153	1,3
0,2	1,175	0,2	1,2	0,2	1,2	0,2475	1,2	0,251	1,2
0,3	1,102	0,3	1,14	0,3	1,15	0,3	1,151	0,3	1,117

Fonte: Adaptado de PILKEY; PILKEY (2008).

Dessa forma, é possível utilizar a Equação 8 para encontrar o fator de concentração de tensão K_{ts} , e com ele, utilizando os parâmetros da Figura 10 e a Equação 7, encontrar a tensão máxima no concentrador de tensão (CHAPRA; CANALE, 2016).

Figura 10 - Parâmetros geométricos para cálculo da tensão máxima em eixo sob torção (Com concentrador de tensão).



Fonte: Autor (2021)

3.1.4 Von Mises

As formulações utilizadas nas análises dos casos anteriores eram para carregamentos puros, ou seja, somente carregamentos de tração, torção ou flexão, mas para casos onde esses carregamentos são combinados, é preciso utilizar o critério da energia de distorção máxima, também conhecido com critério de von Mises (BEER; JOHNSTON, 1995).

Quando tensões ocorrem em diferentes planos de um ponto qualquer, ou em um mesmo plano porem diferentes sentidos, é utilizado o estado tridimensional de tensões, para determinar as tensões principais e assim achar a tensão equivalente de von Mises (Equação 9).

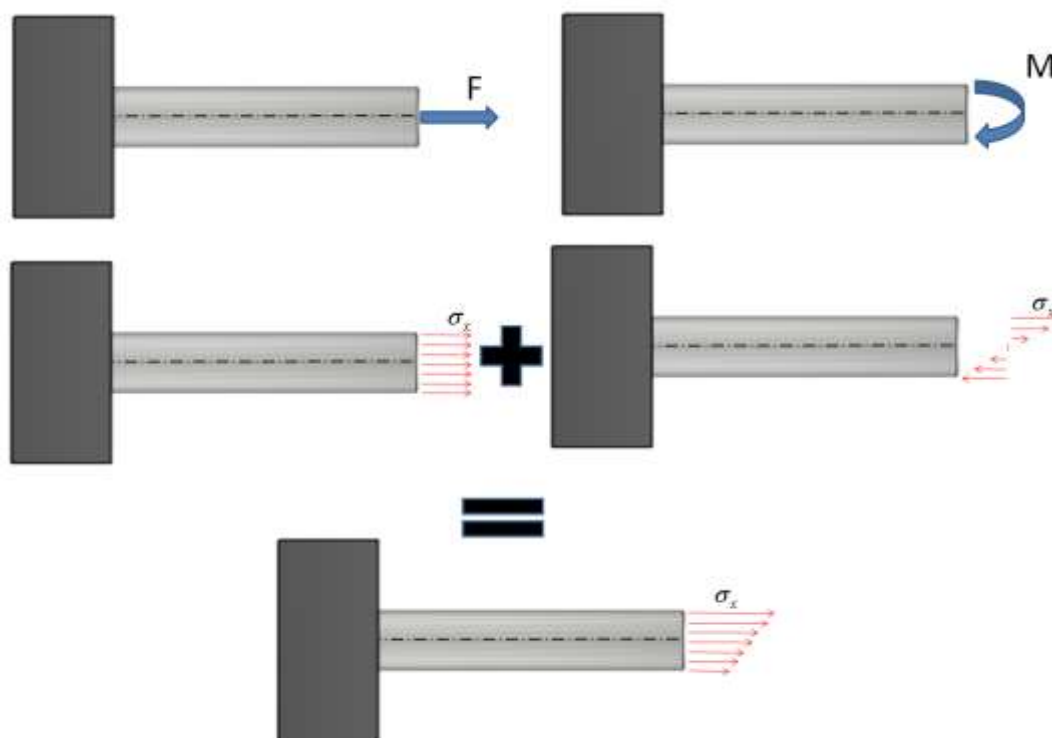
$$\sigma_{von\ Mises} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (9)$$

Para os casos estudados, só existem tensão em dois sentidos, σ_x e τ_{xy} , onde σ_x é causado pela soma das tensões de flexão e tração (Figura 11) e, τ_{xy} é causado pela tensão de torção.

Como os componentes σ_y , σ_z , τ_{yz} e τ_{zx} são iguais à zero, simplificamos a Equação 9 para a equação de von Mises simplificada (Equação 10).

$$\sigma_{von\ Mises\ Simplificada} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2} \quad (10)$$

Figura 11 - Composição da tensão σ_x .



Fonte: Autor (2021)

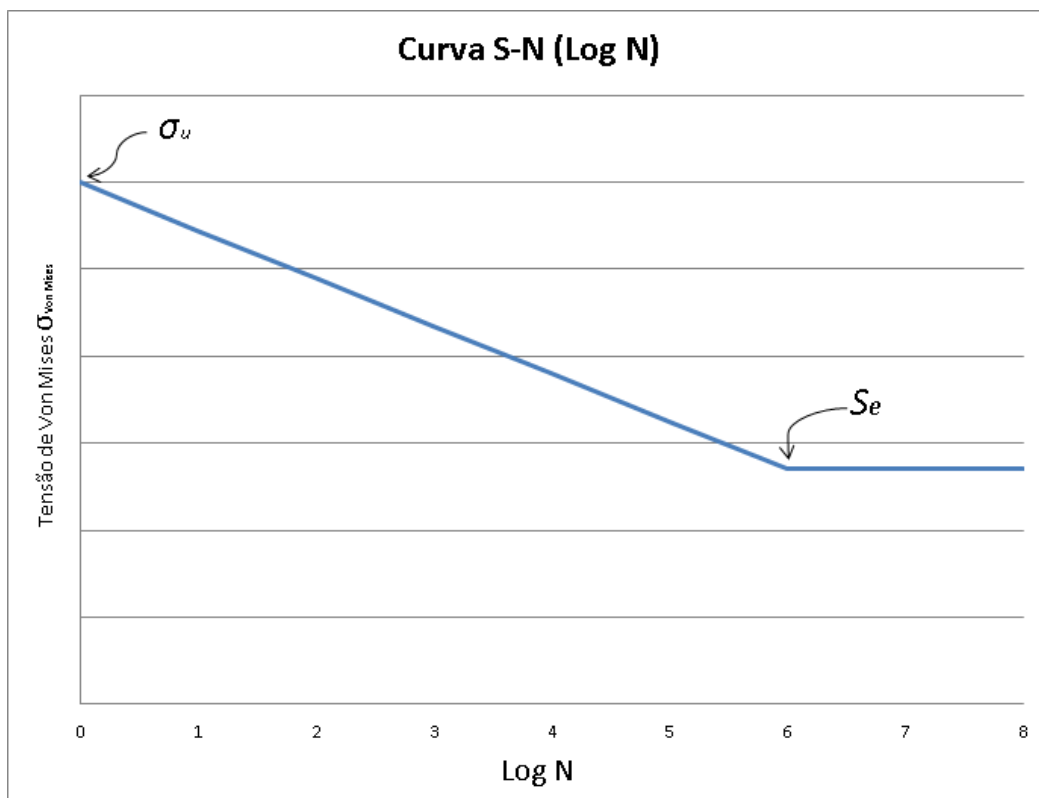
Sendo assim seguindo para a equação final implementada no programa para o calculo de tensões combinadas (Equação 11).

$$\sigma_{\text{von Mises M\u00e1x.}} = \sqrt{(\sigma_{\text{m\u00e1x,tra\u00e7\u00e3o}} + \sigma_{\text{m\u00e1x,flex\u00e3o}})^2 + 3\tau_{\text{m\u00e1x,tor\u00e7\u00e3o}}} \quad (11)$$

3.2 C\u00e1lculo da Vida \u00fasil

Um dos m\u00e9todos mais utilizados para estimativa da vida \u00fasil de fadiga \u00e9 o m\u00e9todo S-N, ou, tens\u00e3o por n\u00famero de ciclos. Esse m\u00e9todo gera uma curva para cada material (Figura 12), onde de acordo com a sua tens\u00e3o, tem-se uma estimativa para sua vida \u00fasil. Podendo se obter essas curvas por meio de experimentos, mas tamb\u00e9m por considera\u00e7\u00f5es, levando em conta fatores para corre\u00e7\u00e3o e aproxima\u00e7\u00e3o dos valores reais.

Figura 12 - Curva S-N generalizada.



Fonte: Autor (2021)

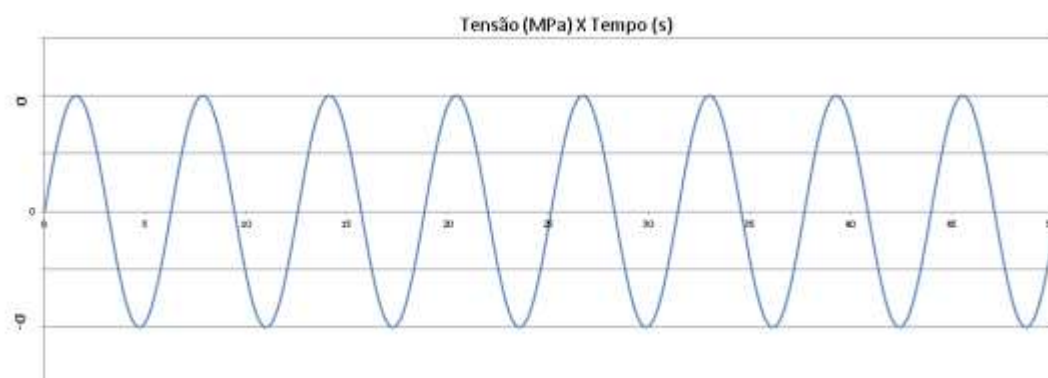
Para ligas de a\u00e7o, qualquer tens\u00e3o abaixo do limite de fadiga do corpo resulta em uma vida infinita, ou seja, o componente n\u00e3o ir\u00e1 falhar por conta dos efeitos de tens\u00e3o, considerando que a tens\u00e3o permanecer\u00e1 a mesma.

Os valores do limite de fadiga do corpo são encontrados de forma experimental, dessa forma, para poder implementar e desenvolver um programa que possa calcular a vida útil por efeitos de fadiga foi adicionada a seguinte metodologia:

- 1) Calcular a tensão de von Mises no componente.
- 2) Calcular o limite de fadiga de acordo com cada material e condição
- 3) Utilizar a equação de Basquin para determinar a vida útil para a tensão de von Mises.
- 4) Utilizar a equação de Goodman modificada para garantir a segurança.

Dessa forma foi implementado no programa para determinar a vida útil em eixos engastados, com carregamentos cíclicos (Figura 13), com ou sem a presença de concentradores de tensão.

Figura 13 - Tensão causada por carregamento cíclico.



Fonte: Autor (2021)

3.2.1 Cálculo da Tensão de von Mises no eixo sem concentrador de tensão

Para poder dar início na metodologia de cálculos, é necessário encontrar a tensão máxima atuante no componente, para isso, muitas das metodologias serão aproveitadas do *MechCal – Shaft Stress*.

A equação de von Mises é a Equação 11, e os fatores de concentração de tensão são os mesmos das Equações 2, 5 e 7.

Dessa forma, para encontrar a tensão máxima em eixos sem concentrador de tensão, é utilizando a mesma metodologia já implementada no programa anterior. Já para o caso com concentrador de tensão, é um pouco diferente.

3.2.2 Cálculo da Tensão de von Mises no eixo com concentrador de tensão

Para o cálculo da tensão de von Mises em eixos onde existe a concentração de tensão e temos efeitos da fadiga, nós também podemos utilizar a Equação 11 para encontrarmos a tensão de von Mises, com a diferença de que as equações anteriores para encontrar as tensões máximas na tração, flexão e torção serão modificadas.

Quando a fadiga mecânica é introduzida no projeto, os fatores de concentração de tensão K_t e K_{ts} são alterados, para os fatores de concentração de tensão em fadiga K_f e K_{fs} , assim modificando as Equações 2, 5 e 7 para as Equações 12, 13 e 14.

$$\sigma_{máx,tração} = K_f \sigma_{tração} \quad (12)$$

$$\sigma_{máx,flexão} = K_f \sigma_{flexão} \quad (13)$$

$$\tau_{máx,torção} = K_{fs} \tau_{Torção} \quad (14)$$

Onde podemos encontrar os valores de K_f e K_{fs} inserindo o fator de sensibilidade ao entalhe q , que é definida pelas Equações 15 e 16.

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} \quad (15)$$

$$q_{cisalhamento} = \frac{K_{fs} - 1}{K_{ts} - 1} \quad (16)$$

Porém, como a necessidade da metodologia é encontrar o valor de K_f e K_{fs} , o valor da sensibilidade ao entalhe será calculado por meio da Equação 17, que varia de acordo com a tensão última do material utilizado e o raio do entalhe (r) em milímetros. Para simplificação, o valor da sensibilidade ao entalhe no cisalhamento será o mesmo utilizado para tensões normais (BANNANTINE; COMER; HANDROCK, 1990).

$$q = \frac{1}{\left(1 + \frac{a}{r}\right)} \quad (17)$$

Onde a é a constante do material, definida pela Equação 18.

$$a = 25,4 \left(\frac{300}{0,1450377 \sigma_u} \right)^{1,8} \times 10^{-3} \quad (18)$$

Tendo assim o valor de a em milímetros, e raio do adocamento também em milímetros, podemos encontrar a sensibilidade ao entalhe e então os fatores de concentração em fadiga.

Com os fatores de concentração em fadiga encontrados, é possível encontrar as tensões máximas para torção, flexão e tração, utilizando as Equações 14, 13 e 12 respectivamente, e então encontrar o valor da tensão de von Mises com a equação 11.

3.2.2 Determinar o limite de fadiga

Nas curvas do gráfico S-N, existe um valor de tensão onde, se o componente estiver sob uma tensão igual ou menor a este valor, ele não irá romper por conta dos efeitos da fadiga, esse valor é o limite de fadiga, ou limite de resistência à fadiga. Esse valor, normalmente é encontrado de forma experimental, onde corpos de prova são testados até ser encontrado esse valor.

Por meio de observações empíricas, foi possível determinar uma forma analítica de determinar o valor do limite de resistência à fadiga no corpo real (equação 19).

$$S_e = K_a K_b K_c K_d K_e S_e' \quad (19)$$

Onde, S_e' é o limite de fadiga no corpo de prova (Equação 20), e os fatores K_a , K_b , K_c , K_d e K_e são fatores modificadores de fadiga, que representam as mudanças que o eixo possui em relação ao corpo de prova, como fatores de temperatura, tamanho, entre outros.

$$\begin{aligned} S_e' &= \frac{1}{2} \sigma_u \rightarrow \sigma_u \leq 1400 MPa \\ S_e' &= 700 MPa \rightarrow \sigma_u \geq 1400 MPa \end{aligned} \quad (20)$$

3.2.2.1 Fator de superfície ou acabamento superficial K_a

Para determinar o fator de superfície gerado pelo acabamento superficial do eixo é como segue na Equação 21.

$$\begin{aligned}
 \text{Retificado} &\rightarrow K_a = 1,58\sigma_u^{-0,085} \\
 \text{Usinado ou laminado a frio} &\rightarrow K_a = 4,51\sigma_u^{-0,265} \\
 \text{Laminado a quente} &\rightarrow K_a = 57,7\sigma_u^{-0,718} \\
 \text{Forjado} &\rightarrow K_a = 272\sigma_u^{-0,995}
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

Fonte: Adaptado de SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS (2008).

3.2.2.2 Fator de tamanho K_b

Para determinar o fator de tamanho utilizamos a Equação 22.

$$\begin{aligned}
 2,79\text{mm} \leq d \leq 51\text{mm} &\rightarrow K_b = 1,24d^{-0,107} \\
 51\text{mm} < d \leq 254\text{mm} &\rightarrow K_b = 1,51d^{-0,157}
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

Fonte: Adaptado de SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS (2008).

3.2.2.3 Fator de carregamento K_c

Para determinar o fator de carregamento é utilizada a equação 23.

$$\begin{aligned}
 \text{Flexão} &\rightarrow K_c = 1 \\
 \text{Tração} &\rightarrow K_c = 0,85 \\
 \text{Torção pura} &\rightarrow K_c = 0,577 \\
 \text{Flexo-torção} &\rightarrow K_c = 1
 \end{aligned}
 \tag{23}$$

Fonte: Adaptado de SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS (2008).

3.2.2.4 Fator de temperatura K_d

Para determinar o fator de temperatura utilizamos a equação 24, onde entramos com os dados da temperatura de trabalho do eixo.

$$\begin{aligned}
20^{\circ}C \leq T_{eixo} \leq 250^{\circ}C &\rightarrow K_d = 1 \\
250^{\circ}C < T_{eixo} \leq 400^{\circ}C &\rightarrow K_d = 0,9 \\
400^{\circ}C < T_{eixo} \leq 500^{\circ}C &\rightarrow K_d = 0,75 \\
500^{\circ}C < T_{eixo} \leq 600^{\circ}C &\rightarrow K_d = 0,6
\end{aligned}
\tag{24}$$

Fonte: Adaptado de SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS (2008).

3.2.2.4 Fator de confiabilidade K_e

Por fim, para determinar o fator de confiabilidade utilizamos a equação 25, onde encontramos a confiabilidade correspondente a 8% do desvio padrão do limite de resistência.

$$\begin{aligned}
50\% &\rightarrow K_e = 1 \\
90\% &\rightarrow K_e = 0,897 \\
99\% &\rightarrow K_e = 0,814 \\
99,99\% &\rightarrow K_e = 0,702
\end{aligned}
\tag{25}$$

Fonte: Adaptado de SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS (2008).

Utilizando as equações de 20 a 25 é possível encontrar o valor de resistência à fadiga no corpo real da equação 19.

3.2.3 Encontrar a vida útil com a Equação de Basquin

Uma vez calculado a tensão de von Mises, e encontrado o valor da resistência à fadiga no corpo real, podemos calcular a vida útil por efeitos de fadiga em eixos utilizando a equação de Basquin para um ambiente não corrosivo (Equação 26).

$$S_{nf} = A(N_f)^B \tag{26}$$

Onde,

$S_{nf} = S_e \rightarrow$ Tensão na vida Infinita

$A = \sigma_u \rightarrow$ Coeficiente de representação para tensão máxima em um ciclo

$N_f \rightarrow$ Ciclos no inicio da vida Infinita

$B \rightarrow$ Coeficiente de declive da curva $S - N$

Fonte: STEPHENS; *et al*, (2000).

O termo desconhecido na equação de Basquin até o momento é o coeficiente B , uma vez que sabemos que a vida infinita para aços, inicia em aproximadamente 10^6 ciclos (STEPHENS; *et al*, 2000). Dessa forma, podemos desenvolver a equação 26 para encontrar o valor de B , e assim, achar uma equação analítica para o cálculo da vida útil (Equação 27).

$$\begin{aligned}
 S_e &= \sigma_u (10^6)^B \rightarrow 10^{6B} = \frac{S_e}{\sigma_u} \rightarrow \log(10^{6B}) = \log\left(\frac{S_e}{\sigma_u}\right) \rightarrow 6B = \log\left(\frac{S_e}{\sigma_u}\right) \rightarrow \\
 B &= \frac{1}{6} \log\left(\frac{S_e}{\sigma_u}\right) \\
 S_{nf} &= A(N_f)^B \rightarrow \sigma_{vonMises} = \sigma_u (N)^{\frac{1}{6} \log\left(\frac{S_e}{\sigma_u}\right)} \rightarrow N = \left(\frac{\sigma_{vonMises}}{\sigma_u}\right)^{\frac{1}{\frac{1}{6} \log\left(\frac{S_e}{\sigma_u}\right)}} \rightarrow \\
 N &= \left(\frac{\sigma_{vonMises}}{\sigma_u}\right)^{\frac{6}{\log\left(\frac{S_e}{\sigma_u}\right)}} \tag{27}
 \end{aligned}$$

3.3 Projeto de Eixos

Para chegar ao desenvolvimento de uma metodologia para o cálculo analítico de projetos de eixos, era preciso entender as metodologias passadas para cálculo de tensão máxima e para cálculo da vida útil.

Quando falamos em projetos de eixos, cada um tem sua particularidade e, cada eixo tem sua aplicação, por tanto, para primeira aplicação do *MechCal – Shaft Design* existem algumas limitações para o tipo de projetos que serão possíveis calcularem pelo programa.

As limitações do projeto serão para eixos com ou sem concentrador de tensão do tipo adoçamento. Os cálculos serão considerando efeitos da fadiga mecânica e efeitos de tensões estáticas, para o caso sem concentrador de tensão, e considerando somente efeitos de fadiga para o caso com concentrador de tensão. Em relação à geometria do eixo, para o caso do eixo com a presença do concentrador de tensão será a mesma geometria da Figura 2. Já para o caso sem

concentrador de tensão, após um estudo bibliográfico, foi vista que as maiores aplicações para eixos desse tipo (sem concentrador de tensão) são eixos bi apoiados por mancais (SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS, 2008), permitindo a rotação, como na Figura 14.

Figura 14 - Eixo bi apoiado, sem concentrador de tensão.



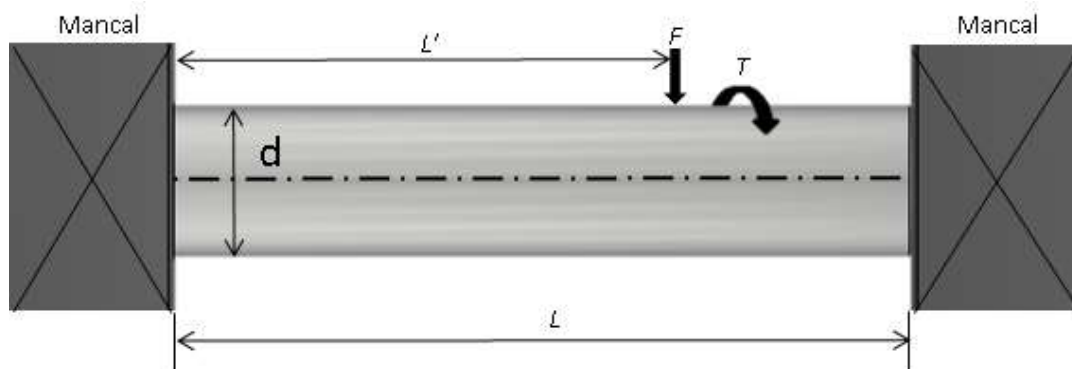
Fonte: Autor (2021)

Pensando no fato de que cada projeto tem sua limitação, como fator de segurança, orçamento, peso, entre outros fatores, para tornar o programa mais completo foi implementado metodologias de cálculos mais conservadores e menos conservadores, para que assim, supondo que o usuário tenha certo entendimento do tipo de projeto que ele está precisando (mais seguro, mais barato, mas leve, etc.), ele possa escolher o melhor projeto que se adeque as suas necessidades, entre eles os modelos matemáticos de:

- 1) DE-Goodman
- 2) DE-Soderberg
- 3) DE-Gerber
- 4) DE-ASME Elíptico
- 5) von Mises (para casos sem concentrador de tensão)

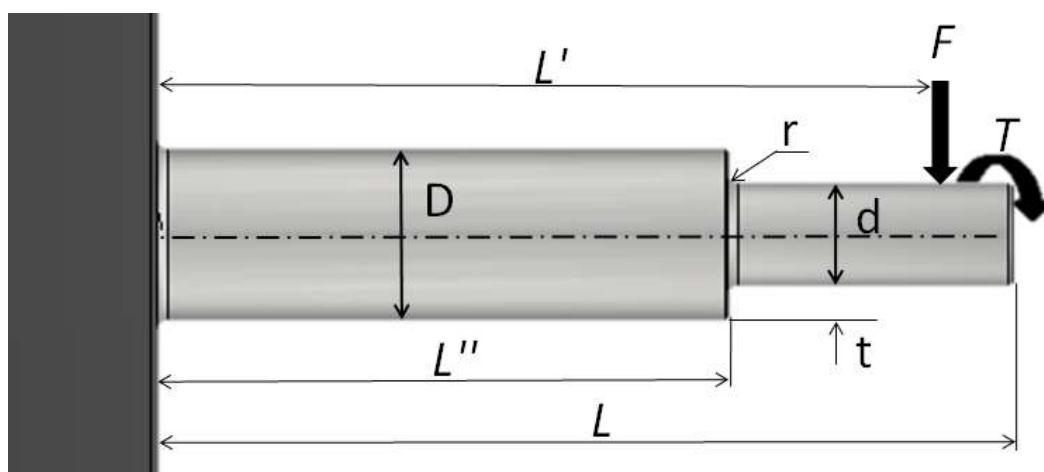
Com esses métodos, é possível calcular o diâmetro mínimo do eixo para que ele tenha uma tensão máxima menor que o limite de resistência à fadiga. Para isso, os parâmetros de alimentação do programa serão como mostrados nas Figuras 15 e 16.

Figura 15 - Parâmetros para projeto de eixo sem concentrador de tensão.



Fonte: Autor (2021)

Figura 16 - Parâmetros para projeto de eixo com concentrador de tensão.



Fonte: Autor (2021)

Além dos parâmetros geométricos e de carregamento encontrados nas Figuras 15 e 16, outros parâmetros necessários são:

$n \rightarrow$ Coeficiente de segurança de projeto

$\sigma_u \rightarrow$ Tensão última

$\sigma_{esc} \rightarrow$ Tensão de escoamento

$K_{fadiga} = K_a K_b K_c K_d K_e \rightarrow$ Coeficiente Modificador de fadiga

$q \rightarrow$ Coeficiente de sensibilidade ao entalhe

Com esses parâmetros de entrada, e ciente do tipo de projeto que será realizado, é possível calcular o diâmetro do eixo para casos sem concentrador de tensão e, para casos com concentrador de tensão, o diâmetro menor d , o diâmetro maior D e o raio do entalhe r seguindo as seguintes formulações analíticas.

3.3.1 Projeto de eixo para tensões estáticas

Quando falamos de formulações analíticas para cálculos em casos onde as tensões não variam com o tempo (carregamentos estáticos), utilizamos as mesmas equações já implementadas no *MechCal – Shaft Stress*, com a diferença que, ao invés de utilizarmos as Equações 1, 4 e 6 para encontramos as tensões máximas, utilizaremos para encontrar o diâmetro (Equação 28, 29 e 30).

$$d_{\min} = \sqrt{\frac{4F}{\pi\sigma_{\text{tração}}}} \quad (28)$$

$$d_{\min} = \sqrt[3]{\frac{32M}{\pi\sigma_{\text{flexão}}}} \quad (29)$$

$$d_{\min} = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi\tau_{\text{Torção}}}} \quad (30)$$

Onde as tensões $\sigma_{\text{tração}}$, $\sigma_{\text{flexão}}$ e $\tau_{\text{Torção}}$ são:

$$\sigma_{\text{tração}} = \sigma_{\text{flexão}} = 2\tau_{\text{Torção}} = \sigma_{\text{adm}} = n\sigma_{\text{esc}} \quad (31)$$

Dessa forma, sendo possível determinar o diâmetro mínimo necessário para que não haja falha (escoamento) no projeto (BEER; JONHSTON, 1995).

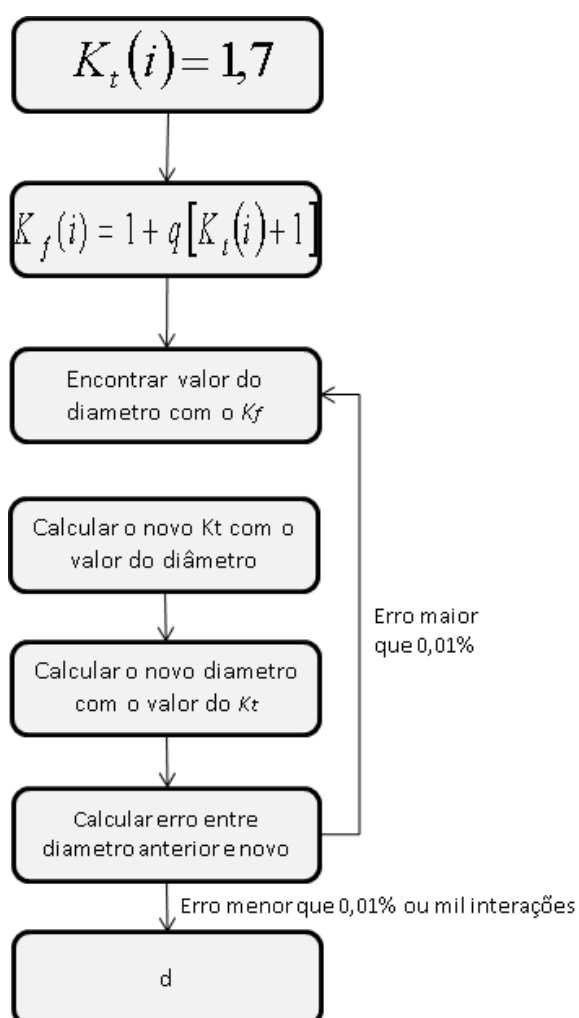
3.3.2 Projeto de eixo para tensões cíclicas

Quando falamos de formulações analíticas para cálculos em casos onde as tensões variam com o tempo (carregamentos cíclicos), precisamos de uma nova metodologia, as equações utilizadas não são suficientes para realizar tal modelo. Para isso, foram adicionados modelos onde torna possível o calculo do diâmetro mínimo necessário para evitar a falha (manter abaixo do limite de resistência à fadiga).

Para isso, modelos analíticos baseados na energia de distorção foram utilizados, sendo eles DE-Goodman, DE-Soderberg, DE-Gerber e DE-ASME Elíptico (SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS, 2008).

Para o caso sem concentrador de tensão, os fatores de concentração de tensão na fadiga são iguais a um, pois não existe concentração de tensão. Já para casos onde existe a concentração de tensão, o fator de concentração de tensão na fadiga é um dado que varia diretamente com a geometria, e não seria possível calcular seu valor sem os dados geométricos. Logo, é utilizada uma aproximação inicial, onde $K_t(1) = 1,7$ (SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS, 2008), e são feitas iterações até que o erro seja menor a 0,01% ou o programa atinja mil iterações (Figura 17).

Figura 17 - Fluxograma de calculo de diâmetro com concentrador de tensão.



Fonte: Autor (2021)

3.3.2.1 Modelo DE-Goodman

O modelo de Goodman é um dos mais utilizados (SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS, 2008; BEER; JONHSTON, 1995), é um dos menos conservadores, ou seja, possui um modelo otimizado para que mesmo mantendo a segurança, não seja excessivamente caro e pesado. Sua formulação matemática simplificada é a seguinte (Equação 32):

$$d = \sqrt[3]{\frac{16n}{\pi} \left[\frac{1}{S_e} \sqrt{4(K_f M)^2} + \frac{1}{\sigma_u} \sqrt{3(K_{fs} T)^2} \right]} \quad (32)$$

3.3.2.2 Modelo DE-Soderberg

O modelo de Soderberg é o mais utilizados conservador entre os utilizados no *MechCal – Shaft Design*, diferente do método de Goodman, não utiliza a tensão ultima (SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS, 2008; BEER; JONHSTON, 1995), mas a tensão de escoamento, garantindo que não sejam atingidas deformações plásticas. Sua formulação matemática simplificada é a seguinte (Equação 33):

$$d = \sqrt[3]{\frac{16n}{\pi} \left[\frac{1}{S_e} \sqrt{4(K_f M)^2} + \frac{1}{\sigma_{esc}} \sqrt{3(K_{fs} T)^2} \right]} \quad (33)$$

3.3.2.3 Modelo DE-Gerber

Partindo para o modelo de Gerber, as equações não são tão semelhantes quanto aos modelos de Goodman e de Soderberg, é o modelo menos conservador entre os utilizados (SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS, 2008; BEER; JONHSTON, 1995) e sua equação é a seguinte (Equação 34):

$$d = \sqrt[3]{\frac{8nA}{\pi S_e} \left[1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2BS_e}{AS_{ut}} \right)^2} \right]} \quad (34)$$

$$A = \sqrt{4(K_f M)^2}$$

$$B = \sqrt{3(K_{fs} T)^2}$$

3.3.2.3 Modelo DE-ASME Elíptico

Para terminar, o ultimo modelo matemático utilizado para os projetos de eixo pelo *MechCal – Shaft Design* é o modelo ASME-Elíptico, a equação é mais semelhante ao modelo de Soderberg, sendo quase tão conservador quanto ele (SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS, 2008; BEER; JONHSTON, 1995) e sua equação é a seguinte (Equação 35):

$$d = \sqrt[3]{\frac{16n}{\pi} \sqrt{4\left(\frac{K_f M}{S_e}\right)^2 + 3\left(\frac{K_{fs} T}{\sigma_{esc}}\right)^2}} \quad (35)$$

3.4 Interface gráfica *MechCal*

Uma das ideias do programa *MechCal* é que ele possa ser utilizado por pessoas que entendam de projeto de eixos, e vida útil, mas que não precisem necessariamente saber MATLAB, então como forma de ajudar esses usuários, foram criadas interfaces gráficas, interativas, que utilizam as funções e modelos matemáticos já citados, para fazer o programa *MechCal* funcionar.

As funções criadas até o momento podem ser utilizadas por outros softwares que utilizem a linguagem MATLAB, como o OCTAVE®, porém, as interfaces gráficas foram desenvolvidas com a função *Graphical User Interface Development Environment* (GUIDE), que é exclusiva do MATLAB®.

Em cada programa, existem interfaces que variam de acordo com o uso no programa, seja para o calculo de tensão máxima (*Shaft Stress*), seja para o calculo de vida útil (*Shaft Fatigue*) ou para o projeto de eixos (*Shaft Design*), porem, a sequencia é a mesma (Figura 18), mantendo a padronização.

Figura 18 - Sequência de telas dos programas *MechCal*.

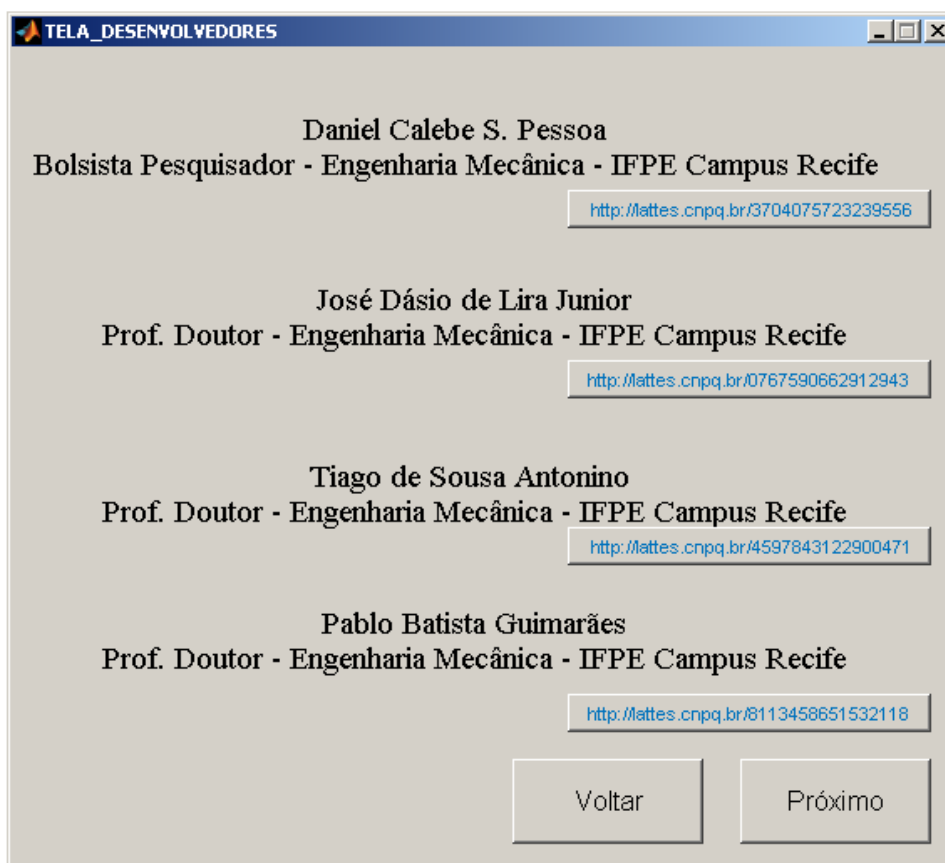


Fonte: Autor (2021)

Os três programas compartilham duas telas iguais, a tela de desenvolvedores (Figura 19) e a tela de escolha de caso (Figura 20), o modelo das telas é o mesmo para os três programas, porém a tela de escolha de caso leva para telas diferentes em cada programa, específico para o tipo de cálculo que será realizado.

A tela de Desenvolvedores (Figura 19) é onde podemos ter acesso a informações sobre os desenvolvedores dos programas *MechCal*, com o acesso ao currículo Lattes de cada um dos desenvolvedores.

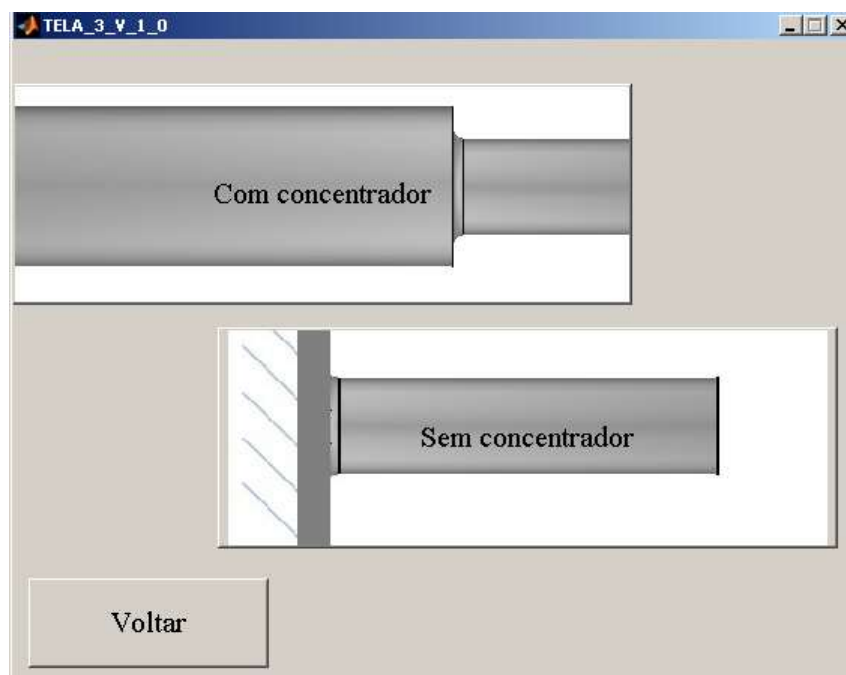
A tela de escolha de caso (Figura 20) é onde o usuário irá determinar se no cálculo ou projeto possuirá a presença de um concentrador de tensão, o que levará o usuário a diferentes telas, uma vez que cada tela possui entradas diferentes, baseadas nas entradas das funções desenvolvidas.

Figura 19 - Tela de Desenvolvedores do MechCal.

Fonte: Autor (2021)

Cada botão com o link do currículo lattes abre uma pagina no navegador padrão do computador, guiando para o link nele clicado. O botão “Voltar”, retorna para a primeira interface do programa, a tela introdutória, e fecha a tela de Desenvolvedores. O botão “Próximo” leva para a tela de escolha de caso do programa e fecha a tela de Desenvolvedores.

Figura 20 - Tela de escolha de caso (com ou sem concentrador) do *MechCal*.



Fonte: Autor (2021)

Possuindo três botões, a tela de escolha de caso tem o objetivo de levar a tela de cálculo do *MechCal* utilizado, ao clicar no botão “Voltar”, será levado de volta à tela de introdução e será fechada a tela de escolha de caso. Ao clicar nos botões “Com concentrador” ou “Sem concentrador”, será guiado para a interface de cada *MechCal* específico, e será fechada a tela de escolha de caso. Para auxiliar o usuário, imagens do tipo de concentrador de tensão foram adicionadas aos botões.

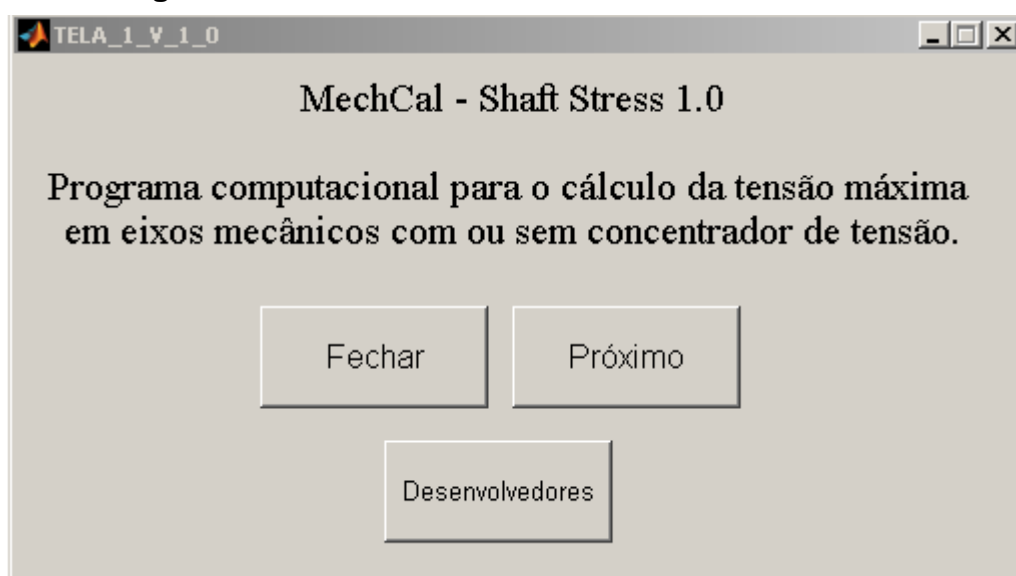
Mesmo a sequência dos programas sendo a mesma, as interfaces possuem suas particularidades, sendo as próximas três telas (Introdutória, com concentrador de tensão e sem concentrador de tensão) diferentes entre si, e diferentes de acordo com cada programa.

3.4.1 *MechCal* - Shaft Stress

A primeira interface do *MechCal* - *Shaft Stress*, é o primeiro contato do usuário ao programa, servindo de introdução às usabilidades do programa, e guiando o usuário para começar a utilizar o programa (Figura 20) ou para ver as informações dos desenvolvedores (Figura 19).

Como visto na figura 21, cada botão nela apresentado tem sua função, o botão “Fechar” tem a função de finalizar o programa e fechar as telas, podendo ser utilizado o botão ou o ícone “x” no canto superior direito. O botão “Desenvolvedores” leva para a tela de Desenvolvedores (Figura 19), e Fecha a tela Introdutória (Figura 21). O por ultimo, o botão “Próximo”, dá seguimento ao *MechCal*, levando para a tela de escolha de caso (Figura 20).

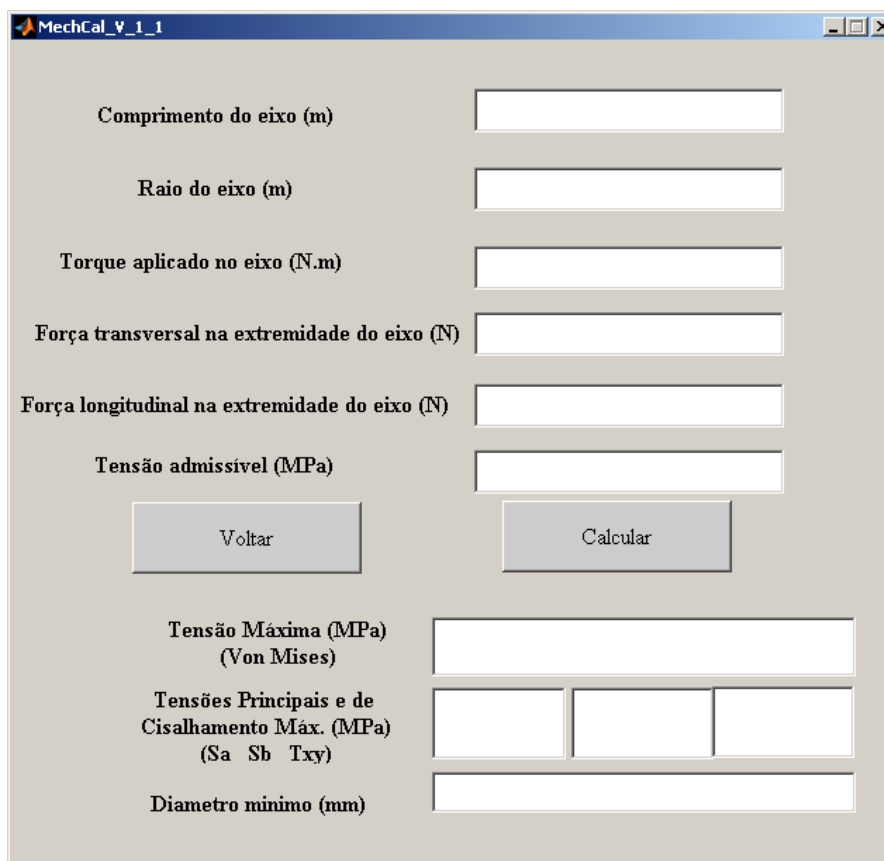
Figura 21 - Tela Introdutória *MechCal - Shaft Stress*.



Fonte: Autor (2021)

Uma vez clicando em “Próximo” e escolhendo o caso, tem duas interfaces disponíveis, a tela sem concentrador de tensão (Figura 22) e a tela com concentrador de tensão (Figura 23).

Figura 22 - Tela *MechCal* - Shaft Stress sem concentrador de tensão.



The screenshot shows a software window titled "MechCal_v_1_1" with a light gray background. It contains several input fields and two buttons. The input fields are arranged vertically on the left side, each with a label and a corresponding empty text box on the right. The labels are: "Comprimento do eixo (m)", "Raio do eixo (m)", "Torque aplicado no eixo (N.m)", "Força transversal na extremidade do eixo (N)", "Força longitudinal na extremidade do eixo (N)", and "Tensão admissível (MPa)". Below these input fields are two buttons: "Voltar" on the left and "Calcular" on the right. Below the buttons are three more input fields. The first is labeled "Tensão Máxima (MPa) (Von Mises)". The second is labeled "Tensões Principais e de Cisalhamento Máx. (MPa) (Sa Sb Txy)" and is divided into three separate boxes. The third is labeled "Diâmetro mínimo (mm)".

Fonte: Autor (2021)

Na tela sem concentrador de tensões, temos entradas, botões e saídas, os campos acima dos botões “Voltar” e “Calcular” devem ser preenchidos, sendo os campos de entrada, já os campos abaixo dos botões, deixados em branco, pois serão os campos de saída com a resposta do programa.

As entradas são o comprimento total do eixo em metros, o raio do eixo em metros, o torque aplicado no eixo em Newton-metros, a força transversal (responsável por causar a flexão) aplicada na extremidade do eixo em Newton, e a força longitudinal (responsável por causar a tração) na extremidade do eixo em Newton e, a tensão admissível, também conhecida como limite de escoamento do material em Mega-Pascal.

Ao clicar no botão de “Voltar”, será levado de volta à tela de escolha de caso, e será fechada a tela sem concentrador, e ao clicar no botão de “Calcular”, o programa irá ler os dados colocados nos campos de entrada e irá utilizar as funções desenvolvidas e citadas na metodologia de cálculo para retornar os valores das saídas.

As saídas do programa são a tensão Máxima de von Mises em Mega-Pascal, as tensões principais σ_a , σ_b e τ_{xy} , para caso o queira utilizar outro método de teoria de falha, e o diâmetro mínimo necessário para que a tensão fique abaixo do limite de escoamento.

Figura 23 - Tela *MechCal - Shaft Stress* com concentrador de tensão.

The screenshot shows a software window titled "MechCal_v_1_0" with a light gray background. It contains the following elements:

- Input field: Comprimento total do eixo (m)
- Input field: Comprimento do eixo após rebaixo (m)
- Input field: Raio maior do eixo (m)
- Input field: Raio menor do eixo (m)
- Input field: Filete de redução do eixo (m)
- Input field: Torque apl. no eixo (N.m)
- Input field: Força transversal na extremidade do eixo (N)
- Input field: Força longitudinal na extremidade do eixo (N)
- Buttons: "Voltar" and "Calcular"
- Output field: Tensão no concentrador (MPa)

Fonte: Autor (2021)

Na tela com concentrador de tensões, também temos as entradas, os botões e uma saída, sendo os campos acima dos botões “Voltar” e “Calcular” preenchidos, sendo os campos de entrada, e o campo abaixo dos botões, deixado em branco, pois será o campo de saída.

As entradas são o comprimento total do eixo em metros, o comprimento do eixo de menor diâmetro em metros, o raio maior do eixo em metros, o raio menor do eixo em metros, o raio de adoçamento em metros, o torque aplicado no eixo em Newton-metros, a força transversal (responsável por causar a flexão) aplicada na extremidade do eixo em Newton, e a força longitudinal (responsável por causar a tração) na extremidade do eixo em Newton.

Ao clicar no botão de “Voltar”, será levado de volta à tela de escolha de caso, e será fechada a tela com concentrador, e ao clicar no botão de “Calcular”, o

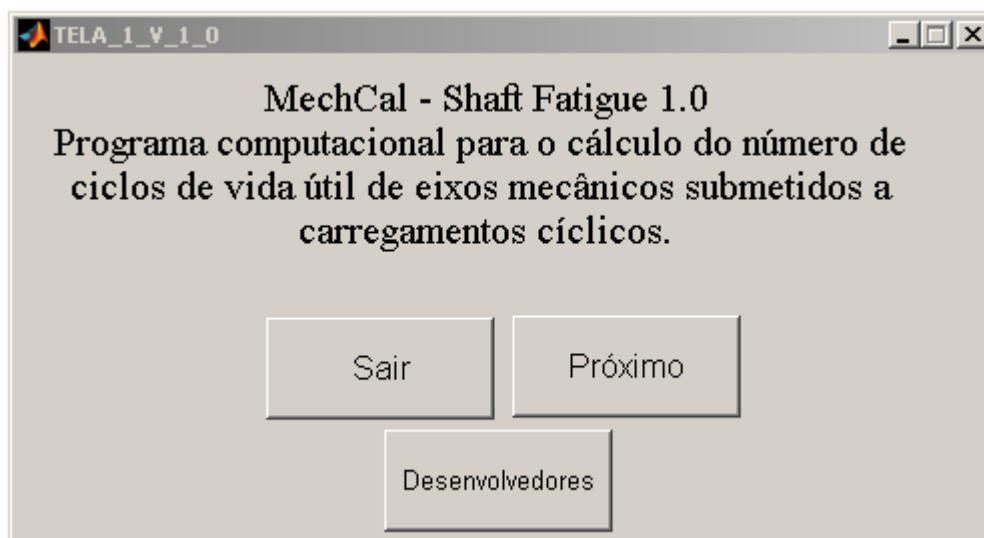
programa irá ler os dados colocados nos campos de entrada e irá calcular o valor de saída.

A saída do programa é a tensão Máxima de Von Mises no concentrador de tensão em Mega-Pascal, já citado anteriormente a tensão máxima tende a ser no concentrador de tensão (PILKEY; PILKEY, 2008; BEER; JONHSTON, 1995).

3.4.2 MechCal - Shaft Fatigue

Assim como o *MechCal – Shaft Stress* o *Shaft Fatigue* possui uma interface de entrada para introdução do usuário ao programa, e em seguida, é levado às sequencias mostradas na figura 18. São poucas as diferenças entre as telas iniciais dos três programas, como visto na Figura 24.

Figura 24 - Tela introdutória MechCal - Shaft Fatigue.



Fonte: Autor (2021)

Assim como no *MechCal - Shaft Stress* o botão “Sair” tem a função de finalizar o programa e fechar as telas, podendo ser utilizado o botão ou o ícone “x” no canto superior direito. O botão “Desenvolvedores” leva para a tela de Desenvolvedores (Figura 19), e Fecha a tela Introdutória (Figura 24). O por ultimo, o botão “Próximo”, dá seguimento ao levando para a tela de escolha de caso (Figura 20).

Uma vez clicando em “Próximo” e escolhendo o caso, o usuário é levado para um entre as duas interfaces disponíveis, a tela sem concentrador de tensão (Figura 25) e a tela com concentrador de tensão (Figura 26).

Figura 25 - Tela *MechCal - Shaft Fatigue* sem concentrador de tensão.

The screenshot shows the MechCal software interface for Shaft Fatigue analysis. The window title is "MechCal_v_2_1_v_1". The interface is divided into several sections:

- Input Fields:**
 - Comprimento do eixo (m)
 - Raio do eixo (m)
 - Torque max. apl. no eixo (N.m)
 - Força transversal na extremidade do eixo (N)
 - Força longitudinal na extremidade do eixo (N)
 - Limite de ruptura do material (MPa)
- Buttons:**
 - Voltar
 - Calcular
- Output Field:**
 - Nº de ciclos
- Selection Options (Right Panel):**
 - Tipo de acabamento superficial:
 - Retificado
 - Laminado a frio ou Usinado
 - Laminado a quente
 - Forjado
 - Temperatura de trabalho:
 - 20°C < T < 250°C
 - 250°C < T < 400°C
 - 400°C < T < 500°C
 - 500°C < T < 600°C
 - Confiabilidade:
 - 50%
 - 90%
 - 99%
 - 99,99%

Fonte: Autor (2021)

Há muitas semelhanças entre a tela sem concentrador de tensões do *MechCal – Shaft Stress* e *Shaft Fatigue*, temos as entradas, botões, campos de seleção e saídas, os campos acima dos botões “Voltar” e “Calcular”, e os campos de seleção à direita da interface devem ser preenchidos, sendo os campos de entrada, já o campo abaixo dos botões, deixado em branco, pois será a resposta do programa.

As entradas são o comprimento total do eixo em metros, o raio do eixo em metros, o torque aplicado no eixo em Newton-metros, a força transversal (responsável por causar a flexão) aplicada na extremidade do eixo em Newton, a força longitudinal (responsável por causar a tração) na extremidade do eixo em Newton, a tensão última σ_u , também conhecida como limite de ruptura do material em Mega-Pascal, e dados sobre os fatores modificadores de fadiga.

Os fatores modificadores de Fadiga disponíveis para escolha do usuário são o tipo de acabamento superficial (Equação 21), que pode variar entre “Retificado”,

“Laminado a frio ou usinado”, “Laminado a quente” e “Forjado”. A temperatura de trabalho (Equação 24), que pode variar entre “ $20^{\circ}\text{C} < T < 250^{\circ}\text{C}$ ”, “ $250^{\circ}\text{C} < T < 400^{\circ}\text{C}$ ”, “ $400^{\circ}\text{C} < T < 500^{\circ}\text{C}$ ” e “ $500^{\circ}\text{C} < T < 600^{\circ}\text{C}$ ”. O fator de confiabilidade (Equação 25) que varia entre “50%”, “90%”, “99%” e “99,99%”.

Ao clicar no botão de “Voltar”, será levado de volta à tela de escolha de caso, e será fechada a tela sem concentrador, e ao clicar no botão de “Calcular”, o programa irá ler os dados colocados nos campos de entrada e irá retornar o valor da saída.

A saída do programa é o número de ciclos aproximado considerando os efeitos de fadiga, e os coeficientes modificadores de fadiga preenchidos nos campos de entrada.

A mesma metodologia da tela sem concentrador de tensão do *MechCal – Shaft Fatigue* é utilizada para a tela com concentrador de tensão (Figura 26), com a diferença nos campos de entrada, sendo os campos de entrada o comprimento total do eixo em metros, o comprimento do eixo de menor diâmetro em metros, o raio maior do eixo em metros, o raio menor do eixo em metros, o raio de adoçamento em metros, o torque aplicado no eixo em Newton-metros, a força transversal (responsável por causar a flexão) aplicada na extremidade do eixo em Newton, a força longitudinal (responsável por causar a tração) na extremidade do eixo em Newton e, a tensão última σ_u , também conhecida como limite de ruptura do material em Mega-Pascal, e dados sobre os fatores modificadores de fadiga sendo os mesmos da tela sem concentrador.

Figura 26 - Tela *MechCal - Shaft Fatigue* com concentrador de tensão.

The screenshot shows the 'MechCal_V_2_0' software interface. It contains the following elements:

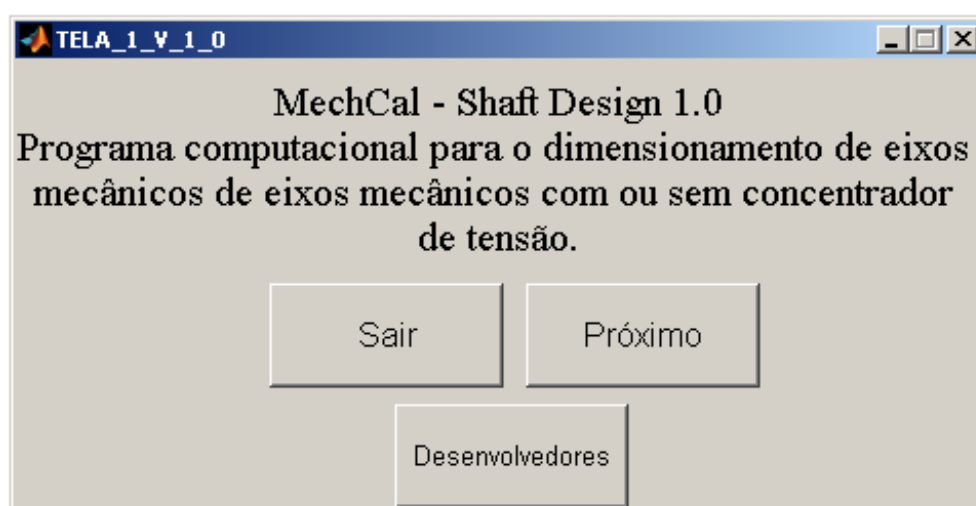
- Input Fields:**
 - Comprimento Total do eixo (m)
 - Comprimento de eixo após o rebaixo (m)
 - Raio maior do eixo (m)
 - Raio menor do eixo (m)
 - Raio do adocamento (m)
 - Torque max. apl. no eixo (N.m)
 - Força transversal na extremidade do eixo (N)
 - Força longitudinal na extremidade do eixo (N)
 - Limite de ruptura do material (MPa)
- Surface Finish Section:**
 - Tipo de acabamento superficial:
 - Retificado
 - Laminado a frio ou laminado
 - Laminado a quente
 - Forjado
- Temperature Section:**
 - Temperatura de trabalho:
 - 20°C < T < 250°C
 - 250°C < T < 400°C
 - 400°C < T < 500°C
 - 500°C < T < 600°C
- Reliability Section:**
 - Confiabilidade:
 - 50%
 - 90%
 - 99%
 - 99,99%
- Buttons:** 'Voltar' and 'Calcular'.
- Output:** 'N° de ciclos' field.

Fonte: Autor (2021)

3.4.3 MechCal - Shaft Design

Para finalizar, o *MechCal – Shaft Design* é o que possui mais diferenças entre os outros dois programas, as diferenças se encontram nas telas de cálculo. A tela introdutória, assim como as outras duas é bem parecida (Figura 27).

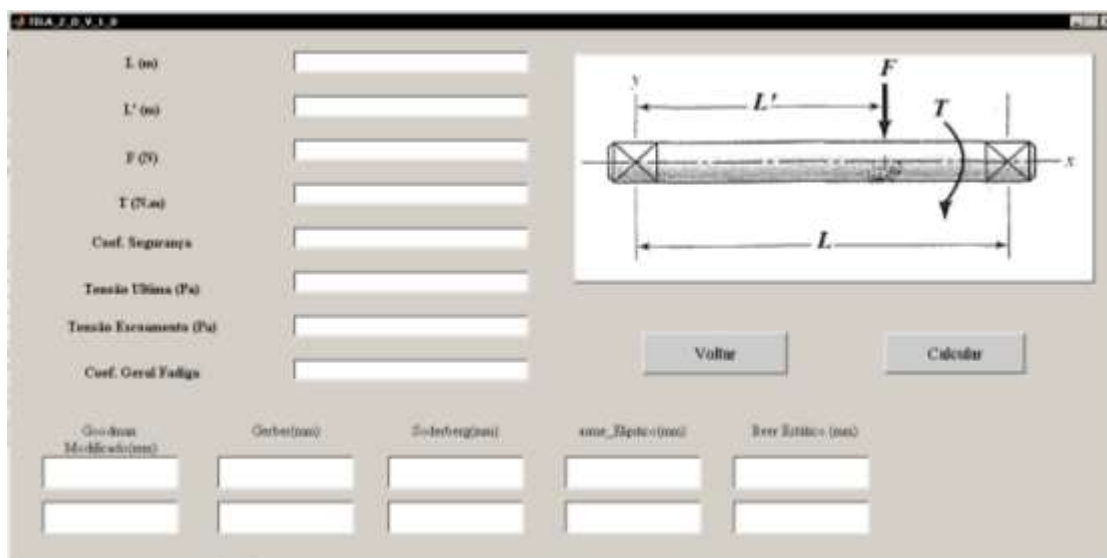
Figura 27 - Tela introdutória *MechCal - Shaft Design*.



Fonte: Autor (2021)

As funções dos botões são iguais as do *Shaf* *Stress* e *Shaf* *Fatigue*, onde o botão próximo também leva a tela escolha de caso e então o usuário é levado para a tela de calculo sem concentrador de tensão (Figura 28) ou com concentrador de tensão (Figura 29), que possuem algumas semelhanças com os dois programas anteriores.

Figura 28 - Tela *MechCal - Shaft Design* sem concentrador de tensão.



Fonte: Autor (2021)

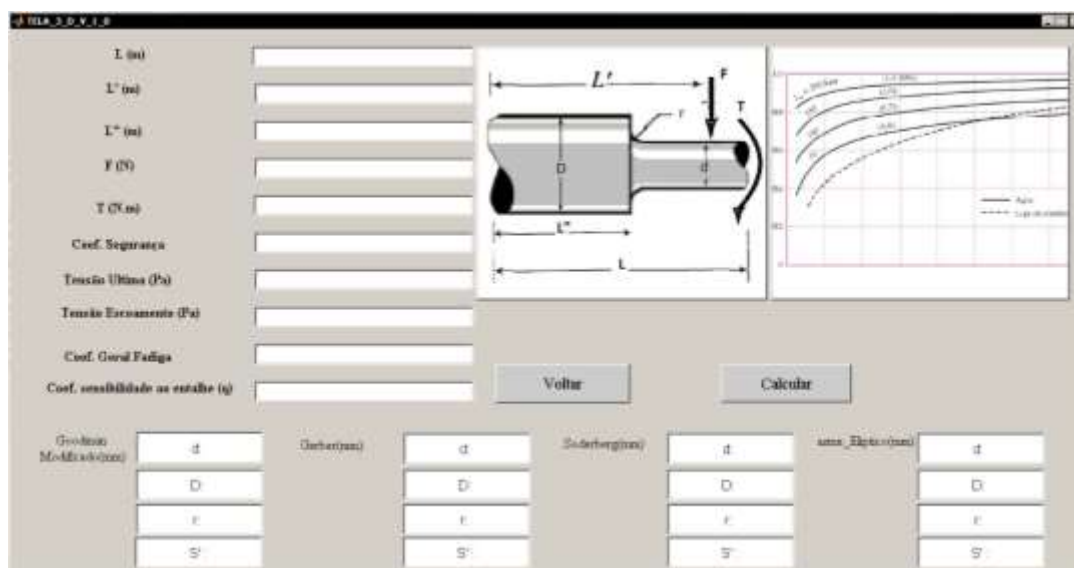
As primeiras diferenças se encontram nos dados de entrada, onde os dados de entrada são os mesmos parâmetros da Figura 15, o comprimento total do eixo em metros, a distância entre um mancal e a força aplicada em metros, a força transversal aplicada em metros, e o torque aplicado no eixo em Newton-metro. Além desses parâmetros, existem como entrada os parâmetros de projeto, que são o coeficiente de segurança do projeto, a tensão ultima do material σ_u em Mega-Pascal, a tensão de escoamento do material σ_{esc} em Mega-Pascal e o coeficiente geral de fadiga (Equação 21 a 25). Para facilitar o uso, uma imagem foi adicionada no canto superior direito da interface para indicar os dados de preenchimento.

Ao clicar no botão de “Voltar”, será levado de volta à tela de escolha de caso, e será fechada a tela sem concentrador, e ao clicar no botão de “Calcular”, o programa irá ler os dados colocados nos campos de entrada e irá retornar os valores de saída.

As saídas do programa são o diâmetro mínimo necessário para vida infinita e a tensão máxima utilizando os critérios de Goodman, Soderberg, Gerber, ASME-

Elíptico considerando os efeitos de fadiga, e os coeficientes modificadores de fadiga preenchidos no campo de entrada e, considerando cargas estáticas (BEER; JONHSTON, 1995).

Figura 29 - Tela *MechCal - Shaft Design* com concentrador de tensão.



Fonte: Autor (2021)

Assim como na versão sem concentrador de tensão, os dados de entrada são os mesmos da Figura 16, com a adição de alguns campos a mais, sendo todos os campos de entrada o comprimento total do eixo em metros, a distância entre o engaste e a força aplicada em metros, o comprimento do diâmetro maior em metros, a força transversal aplicada em metros, e o torque aplicado no eixo em Newton-metro. Além desses parâmetros, os parâmetros de projeto, que são o coeficiente de segurança do projeto, a tensão última do material σ_u em Mega-Pascal, a tensão de escoamento do material σ_{esc} em Mega-Pascal, o coeficiente geral de fadiga (Equação 21 a 25) e o coeficiente de sensibilidade ao entalhe (por variar com a geometria e o material). Para facilitar o uso, uma imagem foi adicionada no canto superior direito da interface para indicar os dados de preenchimento e outra imagem foi adicionada para demonstrar as curvas de sensibilidade ao entalhe (SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS, 2008).

Ao clicar no botão de “Voltar”, será levado de volta à tela de escolha de caso, e será fechada a tela com concentrador, e ao clicar no botão de “Calcular”, o programa irá ler os dados colocados nos campos de entrada e irá retornar os valores de saída.

As saídas do programa são os diâmetros mínimos necessários para vida infinita, tanto o diâmetro maior quanto o menor, o raio de adoçamento, e a tensão máxima utilizando os critérios de Goodman, Soderberg, Gerber, ASME-Elíptico considerando os efeitos de fadiga, e os coeficientes modificadores de fadiga preenchidos no campo de entrada.

4 RESULTADOS E ANÁLISE

Com o objetivo de testar a precisão da metodologia e as lógicas de programação, foram testados casos em cada um dos programas, de forma a testar os valores encontrados no programa e os valores encontrados nas literaturas.

No programa *MechCal – Shaft Stress* foi utilizado dados de simulações desenvolvidas utilizando o método dos elementos finitos (MEF) com eixos nas condições iguais ao programa (LUCENA; LIRA JUNIOR, 2017). No programa *MechCal – Shaft Fatigue* foi utilizado um estudo de caso realizado na literatura, sem a presença do concentrador de tensão, porém com dados semelhantes aos da entrada do programa (STEPHENS; *et al*, 2000). Já no programa *MechCal – Shaft Design* foi utilizado dados semelhantes aos utilizados no *Shaft Stress*, para validar as metodologias.

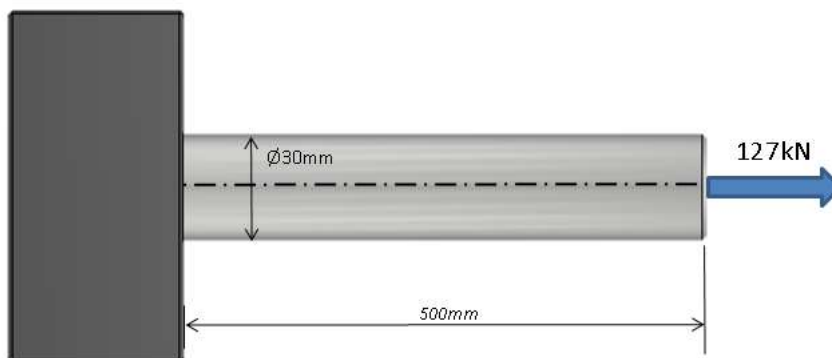
4.1 Resultado *MechCal – Shaft Stress*

Os casos testados no *MechCal - Shaft Stress* foram baseados em:

- 1) Sem concentrador de tensão
 - i. Flexão pura (Figura 30)
 - ii. Tração pura (Figura 31)
 - iii. Torção pura (Figura 32)
 - iv. Flexo-Torção (Figura 33)
- 2) Com concentrador de tensão
 - i. Flexão pura (Figura 34)
 - ii. Torção pura (Figura 35)

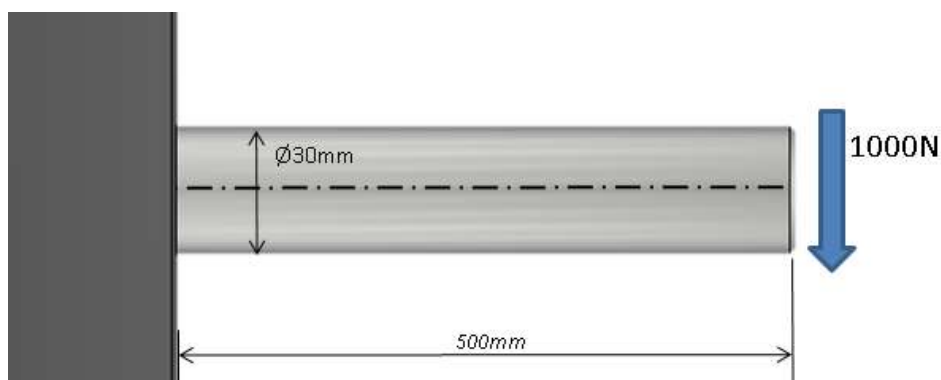
As condições do eixo foram como seguem nas Figuras 30 a 35.

Figura 30 - Caso Tração pura sem concentrador testado no *MechCal - Shaft Stress*.



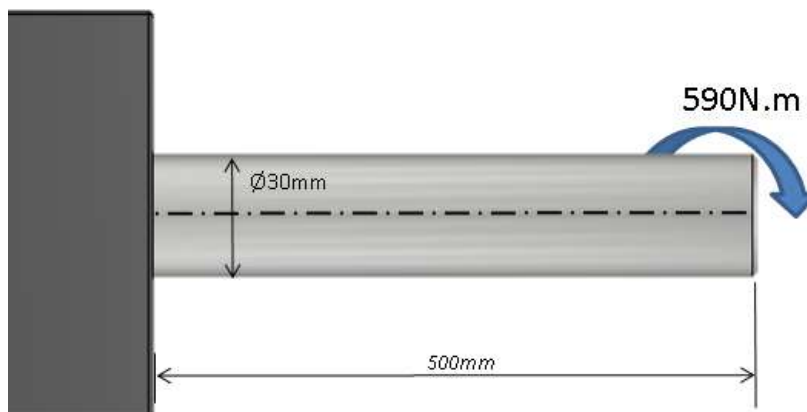
Fonte: Autor (2021)

Figura 31 - Caso Flexão pura sem concentrador testado no *MechCal - Shaft Stress*.



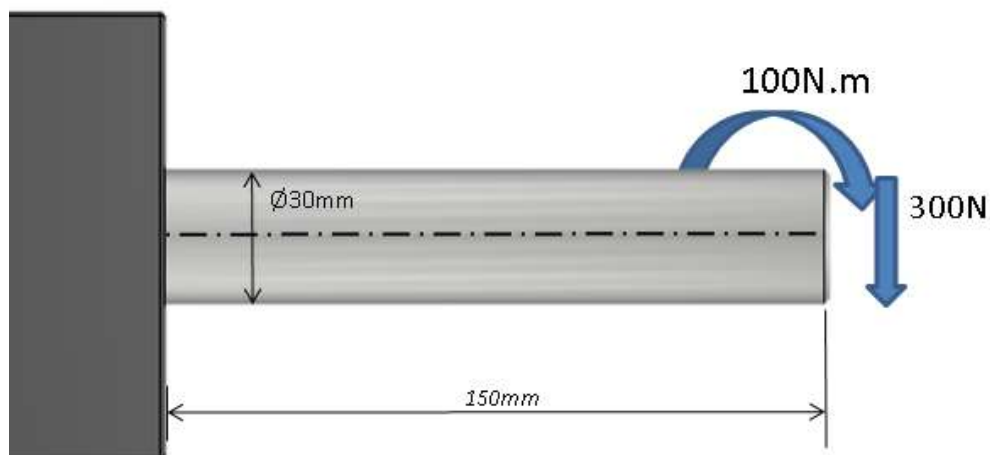
Fonte: Autor (2021)

Figura 32 - Caso Torção pura sem concentrador testado no *MechCal - Shaft Stress*.



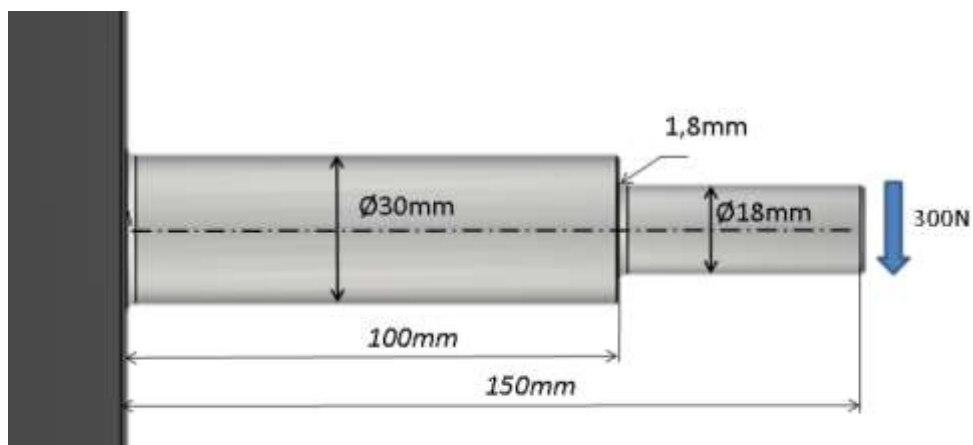
Fonte: Autor (2021)

Figura 33 - Caso Flexo-Torção sem concentrador testado no *MechCal - Shaft Stress*.



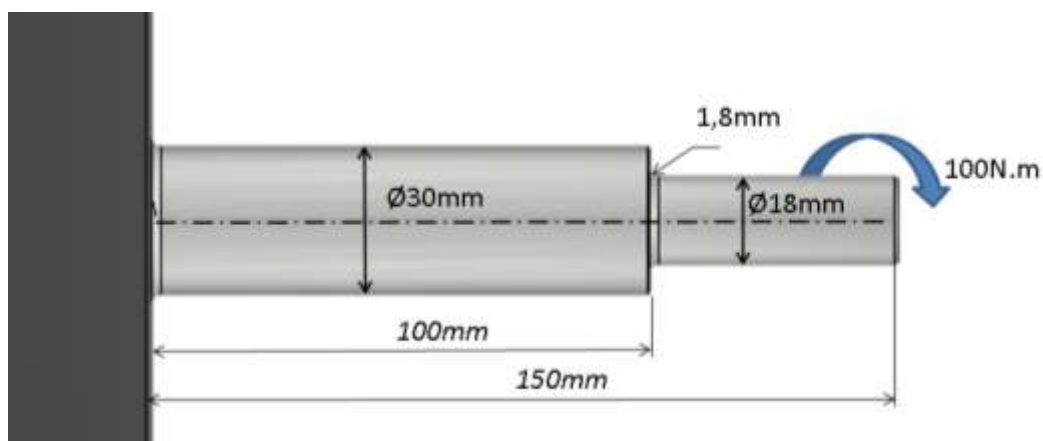
Fonte: Autor (2021)

Figura 34 - Caso Flexão pura com concentrador testado no *MechCal - Shaft Stress*.



Fonte: Autor (2021)

Figura 35 - Caso Torção pura com concentrador testado no *MechCal - Shaft Stress*.



Fonte: Autor (2021)

Nos casos desenvolvidos o eixo é considerado engastado em uma das extremidades e submetido a esforços combinados e isolados de tração, torção e flexão, com esforços concentrados na extremidade não engastada do eixo. O material utilizado foi o aço SAE 1020 laminado a frio, que apresenta 350 MPa de tensão de escoamento.

Os dados então foram preenchidos no programa de acordo com as Figuras 30 a 35, e os resultados seguem nas figuras 36 a 41, e a comparação com os dados obtidos com o método dos elementos finitos é encontrado na Tabela 2.

Figura 36 - Resultado caso Tração pura sem concentrador *MechCal - Shaft Stress*.

The screenshot shows the MechCal software interface with the following data:

Input Parameter	Value
Comprimento do eixo (m)	500e-3
Raio do eixo (m)	15e-3
Torque aplicado no eixo (N.m)	0
Força transversal na extremidade do eixo (N)	0
Força longitudinal na extremidade do eixo (N)	127e3
Tensão admissível (MPa)	350

Buttons: Voltar, Calcular

Output Parameter	Value
Tensão Máxima (MPa) (Von Mises)	179.668
Tensões Principais e de Cisalhamento Máx. (MPa) (Sa Sb Txy)	179.668 0 89.8341
Diametro mínimo (mm)	21.49

Fonte: Autor (2021)

Figura 37 - Resultado caso Flexão pura sem concentrador *MechCal* - Shaft Stress.

Comprimento do eixo (m)	500e-3	
Raio do eixo (m)	15e-3	
Torque aplicado no eixo (N.m)	0	
Força transversal na extremidade do eixo (N)	1000	
Força longitudinal na extremidade do eixo (N)	0	
Tensão admissível (MPa)	350	
<input type="button" value="Voltar"/> <input type="button" value="Calcular"/>		
Tensão Máxima (MPa) (Von Mises)	188.628	
Tensões Principais e de Cisalhamento Máx. (MPa) (Sa Sb Txy)	188.628	94.314
Diametro mínimo (mm)	12.207	

Fonte: Autor (2021)

Figura 38 - Resultado caso Torção pura sem concentrador *MechCal* - Shaft Stress.

Comprimento do eixo (m)	500e-3	
Raio do eixo (m)	15e-3	
Torque aplicado no eixo (N.m)	590	
Força transversal na extremidade do eixo (N)	0	
Força longitudinal na extremidade do eixo (N)	0	
Tensão admissível (MPa)	350	
<input type="button" value="Voltar"/> <input type="button" value="Calcular"/>		
Tensão Máxima (MPa) (Von Mises)	111.291	
Tensões Principais e de Cisalhamento Máx. (MPa) (Sa Sb Txy)	111.291	-111.291
Diametro mínimo (mm)	25.7985	

Fonte: Autor (2021)

Figura 39 - Resultado caso Flexo-Torção sem concentrador *MechCal - Shaft Stress*.

Comprimento do eixo (m)	150e-3
Raio do eixo (m)	15e-3
Torque aplicado no eixo (N.m)	100
Força transversal na extremidade do eixo (N)	300
Força longitudinal na extremidade do eixo (N)	0
Tensão admissível (MPa)	350
<input type="button" value="Voltar"/> <input type="button" value="Calcular"/>	
Tensão Máxima (MPa) (Von Mises)	36.8187
Tensões Principais e de Cisalhamento Máx. (MPa) (Sa Sb Txy)	29.1729 -12.1964 20.6847
Diametro mínimo (mm)	14.7228

Fonte: Autor (2021)

Figura 40 - Resultado caso Flexão com concentrador *MechCal - Shaft Stress*.

Comprimento total do eixo (m)	150e-3
Comprimento do eixo após rebaixo (m)	50e-3
Raio maior do eixo (m)	15e-3
Raio menor do eixo (m)	9e-3
Filete de redução do eixo (m)	1,8e-3
Torque apl. no eixo (N.m)	0
Força transversal na extremidade do eixo (N)	300
Força longitudinal na extremidade do eixo (N)	0
<input type="button" value="Voltar"/> <input type="button" value="Calcular"/>	
Tensão no concentrador (MPa)	42.1012

Fonte: Autor (2021)

Figura 41 - Resultado caso Torção com concentrador *MechCal - Shaft Stress*.

The screenshot shows a software window titled "MechCal_v_1_0" with the following input fields and values:

- Comprimento total do eixo (m): 150e-3
- Comprimento do eixo após rebaixo (m): 50e-3
- Raio maior do eixo (m): 15e-3
- Raio menor do eixo (m): 9e-3
- Filete de redução do eixo (m): 1,8e-3
- Torque apl. no eixo (N.m): 100
- Força transversal na extremidade do eixo (N): 0
- Força longitudinal na extremidade do eixo (N): 0

Buttons "Voltar" and "Calcular" are visible. Below the buttons, the result is displayed: "Tensão no concentrador (MPa) 121,45".

Fonte: Autor (2021)

Tabela 2 - Comparação de dados do *MechCal - Shaft Stress* com o MEF.

Casos testados	Tensão máxima nos modelos analíticos <i>MechCal – Shaft Stress</i>	Tensão máxima nos modelos simulados MEF
Flexão sem concentrador	188,62 MPa	188,5 MPa
Tração sem concentrador	179,66 MPa	180 MPa
Torção sem concentrador	111,29 MPa	111,3 MPa
Flexo-torção sem concentrador	36,81 MPa	36,99 MPa
Flexão com concentrador	42,10 MPa	42,6 MPa
Torção com concentrador	121,45 MPa	122 MPa

Fonte: Adaptado dos dados de LUCENA; LIRA JUNIOR (2017).

4.2 Resultado *MechCal – Shaft Fatigue*

No caso do *MechCal – Shaft Fatigue* foi procurando na literatura um estudo de caso semelhante das metodologias utilizadas, e então escolhido um exemplo resolvido do livro METAL FATIGUE IN ENGINEERING (STEPHENS; *et al*, 2000).

No exemplo resolvido uma barra circular não entalhada com um diâmetro de 30 mm é submetida à flexão de amplitude constante à temperatura ambiente, com

uma tensão de 648 MPa, causada por uma força transversal de 17kN. O material é uma liga de aço temperado e revenido 4340 com $\sigma_u = 1240\text{MPa}$, $\sigma_{esc} = 1170\text{MPa}$. No exemplo resolvido é obtida uma vida útil de 50.000 ciclos, com os dados sobre o material, a geometria e a intensidade do carregamento, alimentamos as entradas do *MechCal – Shaft Fatigue* com $d = 30\text{mm}$, $\sigma_{Flexão} = 648\text{MPa}$.

Adaptando o problema resolvido para um eixo sob tração com essa dimensão, o carregamento necessário para ter uma tensão de 648 MPa, é de 17kN, preenchendo esses dados temos que o número de ciclos é 51.357,8 ciclos (Figura 42).

Figura 42 - Resultado do estudo de caso *MechCal - Shaft Fatigue*.

The screenshot shows the MechCal V.2.1 V.1 software interface. The main window contains several input fields and a 'Calcular' button. The input fields are:

- Comprimento do eixo (m): 100e-3
- Raio do eixo (m): 15e-3
- Torque max. apl. no eixo (N.m): 0
- Força transversal na extremidade do eixo (N): 0
- Força longitudinal na extremidade do eixo (N): 17000
- Límite de ruptura do material (MPa): 1240

On the right side, there are three sections of options:

- Tipo de acabamento superficial:**
 - Retificado
 - Laminado a frio ou Usinado
 - Laminado a quente
 - Forjado
- Temperatura de trabalho:**
 - 20°C < T < 250°C
 - 250°C < T < 400°C
 - 400°C < T < 500°C
 - 500°C < T < 600°C
- Confiançabilidade:**
 - 50%
 - 90%
 - 99%
 - 99,99%

At the bottom, there is a 'Voltar' button on the left and a 'Calcular' button on the right. Below the 'Calcular' button, the result is displayed: **Nº de ciclos** 51357.8.

Fonte: Autor (2021)

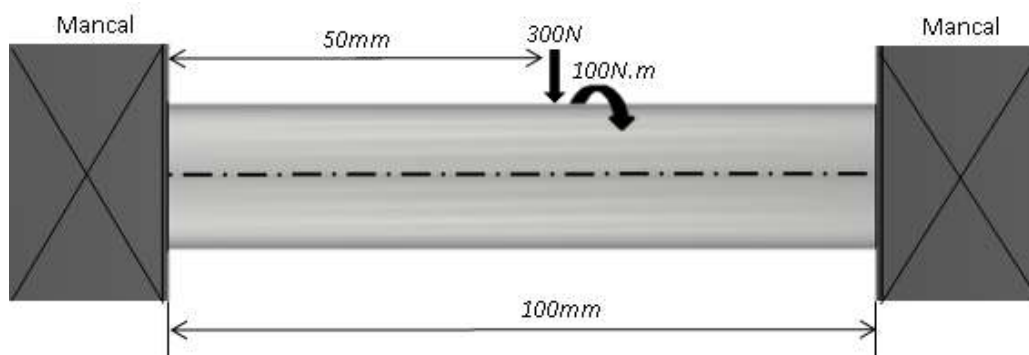
4.3 Resultado *MechCal – Shaft Design*

No caso do *MechCal – Shaft Design* não foi encontrado na literatura nenhum estudo de caso comparativo que se aproximasse da metodologia utilizada, então, para confirmar os dados do programa, foi baseado em valores testados nas metodologias do *MechCal - Shaft Stress* para ter uma base, e para validar os valores, foi calculado os mesmos casos utilizando as metodologias de forma

analítica e manual, de forma a garantir que não exista erro na lógica de programação utilizada.

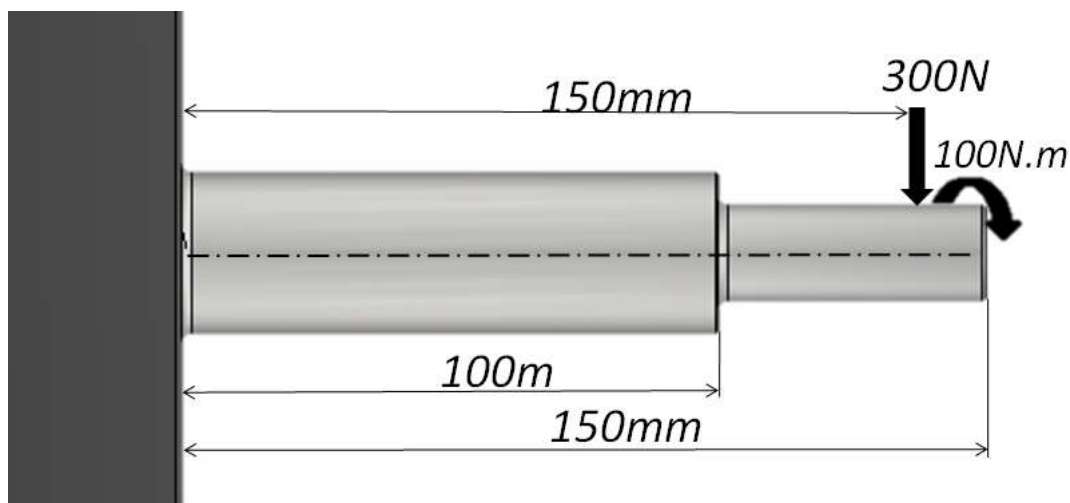
Em ambos os casos foi utilizado um aço com tensão última de $\sigma_u = 500MPa$ e tensão de escoamento de $\sigma_{esc} = 250MPa$, um coeficiente de segurança de projeto de $n = 2$, e um coeficiente modificador de fadiga de $K_{fadiga} = 0,5$. Além desses, para o caso com concentrador de tensão foi utilizado um coeficiente de sensibilidade ao entalhe de $q = 0,5$. Os dados de entrada geométricos e de carregamento são como na Figura 43 para o caso sem concentrador de tensão, e como na Figura 44 para o caso com concentrador de tensão.

Figura 43 - Estudo de caso sem concentrador MechCal - Shaft Design.



Fonte: Autor (2021)

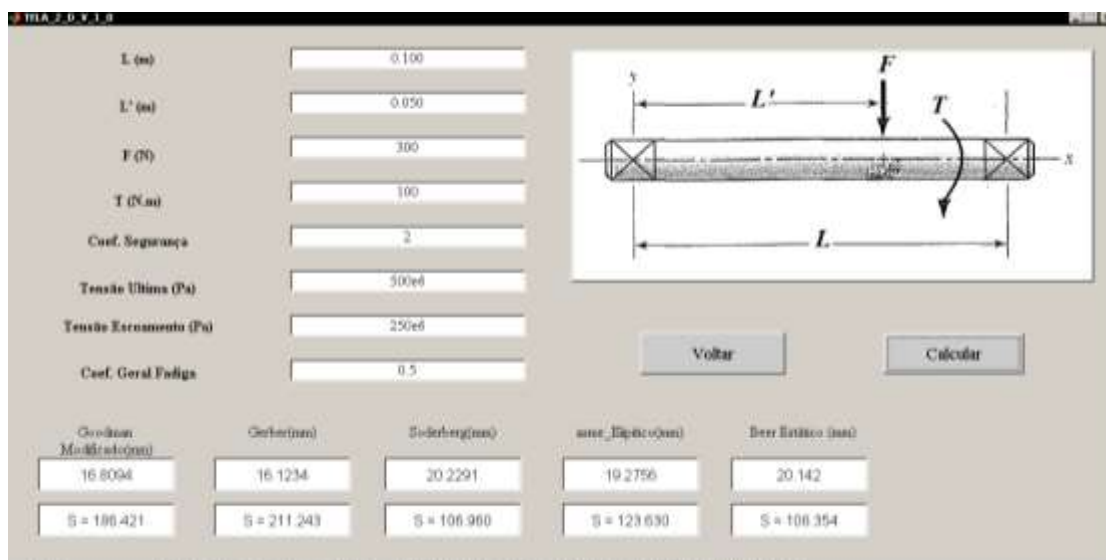
Figura 44 - Estudo de caso com concentrador MechCal - Shaft Design.



Fonte: Autor (2021)

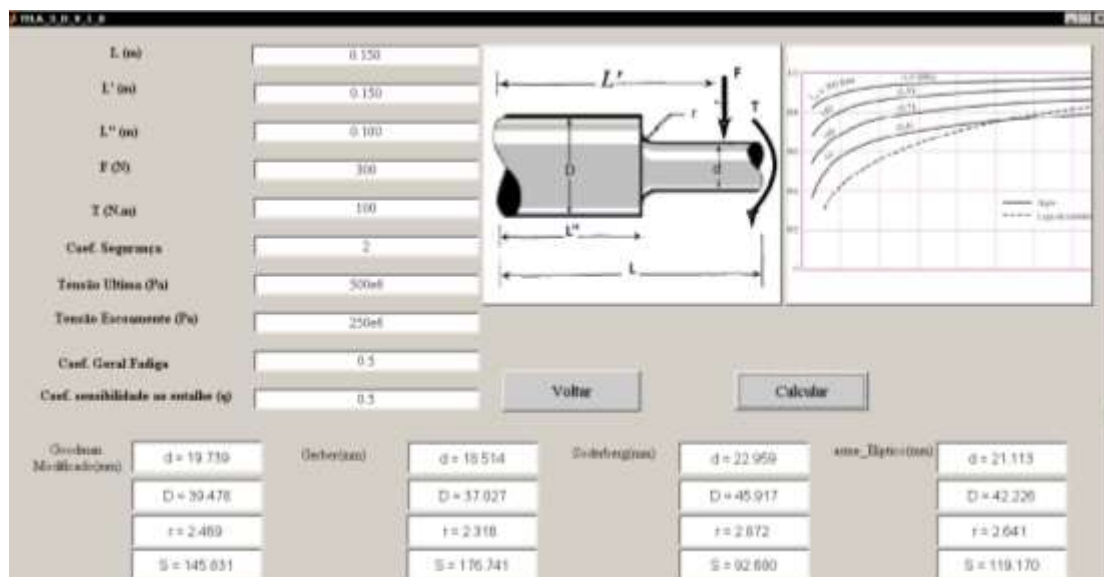
Preenchendo os dados de entrada no programa, temos as respostas dadas nas Figuras 45 e 46.

Figura 45 - Resultado caso sem concentrador *MechCal - Shaft Design*.



Fonte: Autor (2021)

Figura 46 - Resultado caso com concentrador *MechCal - Shaft Design*.



Fonte: Autor (2021)

5 CONSIDERAÇÕES

Nos três programas *MechCal* foi possível realizar os cálculos propostos para funcionamento dos mesmos, sem a presença de *bug's* ou problemas que impedissem o funcionamento do programa. As telas interativas exerceram a função de facilitar e unificar todas as funções programadas que fazem o *MechCal* funcionar. As metodologias utilizadas para o funcionamento do programa, assim como o esperado, foram analíticas, sendo necessária a aproximação de valores numéricos somente para interpolação de gráficos no caso do concentrador de tensão com o carregamento de torção.

O *MechCal – Shaft Stress* como visto na Tabela 2, teve resultados muito próximos das simulações computacionais, mostrando que a automação do processo de cálculo para os casos analisados funcionou como esperado. Porém, o *MechCal – Shaft Stress* obteve um erro máximo de 1,17%, ao comparar com o método dos elementos finitos no caso de Flexão pura com concentrador de tensão, mostrando que o MEF não é a única ferramenta disponível para cálculos onde as equações analíticas são conhecidas.

O *MechCal – Shaft Fatigue* mostrou que os resultados da metodologia utilizando o método de Basquin-Goodman foi de acordo com o esperado. Conhecendo os fatores de resistência a fadiga do material e o limite de ruptura a tração, considerando que ele seja um aço, o valor do numero de ciclos se aproxima bastante. Os valores de testes foram compatíveis com o exemplo resolvido presente na bibliografia estudada, a diferença entre 51357 e 50000 ciclos se dá pela aproximação do fator de acabamento superficial escolhido pelo exemplo utilizado com uma pequena diferença entre o valor implementado no programa pela Equação 21. Os resultados mostram que para casos onde parâmetros de carregamentos e de geometria são conhecidos, assim como as tabelas de concentrador de tensão e os dados do material, a automação dos cálculos é uma solução viável, uma vez que facilita o desenvolvimento e a velocidade dos cálculos e mantém a precisão. O erro encontrado foi de 2,7%, levando em conta as aproximações nos fatores modificadores de fadiga. Os resultados do estudo mostram que em problemas como estes, o uso de simuladores comerciais não é a única opção.

No *MechCal – Shaft Design*, assim como esperado, foram encontradas tensões de projeto abaixo das tensões de escoamento, garantindo a usabilidade das formulações analíticas. Foi visto que, como esperado, o método de Soderberg é o mais conservativo, garantindo menores valores de tensão e, em consequência, aumentando o diâmetro de projeto. Enquanto o método de Gerber mostrou os menores diâmetros e uma tensão maior, portanto o mais econômico quanto à quantidade de material. O MATLAB mostrou-se uma ferramenta adequada para automação dos cálculos e a ferramenta GUIDE permite um uso melhor das funções desenvolvidas, tanto pra usuários que sejam familiarizados com o MATLAB quanto para aqueles que não sabem utilizar. Os valores de tensão e de geometria ficaram próximos dos valores utilizados para os cálculos do *MechCal – Shaft Stress*, mostrando que os valores não se encontram distantes da realidade, além do fato dos valores encontrados coincidirem com os cálculos manuais utilizando as formulações analíticas.

Em geral, o *MechCal* mostrou ser uma ferramenta adequada para os cálculos propostos, realizando o objetivo de manter a precisão e a consistência dos valores encontrados, além de possuir interfaces gráficas para facilitar o uso de usuários que não possuam conhecimento do software MATLAB®. O tempo de cálculo se encontrou muito menor do que os tempos encontrados nas simulações numéricas e nos cálculos manuais, gerando uma automação nos cálculos. Os resultados mostram que para casos onde as formulações analíticas são conhecidas, assim como as tabelas de concentrador de tensão, a automação dos cálculos se torna uma solução viável, facilitando o desenvolvimento e a velocidade dos cálculos.

REFERENCIAS

BANNANTINE, J. A., COMER, J. J. HANDROCK, J. L. **Fundamentals of metal fatigue analysis**. New Jersey, Prentice-Hall, Inc., 273p. 1990.

BEER, F. P.; JONHSTON, E. R. **Resistencia dos Materiais**. 3ª ed. São Paulo, Person Makron Book, 1995.

BRAZ, M. H. P. **Propriedades de fadiga de soldas de alta resistência e baixa liga com diferentes composições microestruturais**. Dissertação de mestrado - Escola de engenharia de São Carlos/USP, p. 118, 1999.

CHAPRA, S. C.; CANALE, R. P. **Métodos numéricos para engenharia**. 7ª ed. Porto Alegre, AMGH, 2016.

JUVINALL, R. C.; MARSHEK, K. M. **Fundamentos de Projetos de Componentes de Máquinas**. 5ª Edição, Rio de Janeiro, LTC, 2016.

LIRA JÚNIOR, J. D. **Análise de fadiga de juntas soldadas pelo processo MIG/LASER utilizando o método dos elementos finitos**. Dissertação de mestrado - Universidade federal de Pernambuco, 2006.

LUCENA, G. S.; LIRA JUNIOR, J. D. **Simulação numérica de componentes mecânicos considerando a influencia da concentração de tensão**. *In*: Congresso de Iniciação Científica do IFPE, CONIC XII, 2017, Vitória de Santo Antão.

PALM III, W. J. **Introdução ao MATLAB para engenheiros**. 3ª ed., Porto Alegre, AMGH, 2013.

PILKEY, W. D.; PILKEY, D. F. **Peterson's Stress Concentration Factors**, New Jersey, John Wiley & Sons, 2008.

SHIGLEY, J. E.; MISCHKE, C. R.; BUDYNAS, R. G. **Projeto de Engenharia Mecânica**. 7º ed. São Paulo: Bookman, 2008

STEPHENS, R. I.; FATEMI, A.; STEPHENS, R. R.; FUCHS, H. O. **Metal Fatigue In Engineering**, 2º ed. Nova York: wiley-interscience, 2001.

GLOSSÁRIO

Adoçamento: Tipo do concentrador de tensão que do inglês é *Shoulder* (Ombro), que se baseia em diâmetros diferentes num mesmo eixo, aliviados por um raio no de junção entre os diferentes diâmetros.

BUG: Erro ou defeito no código de programação de causa falhas no funcionamento do programa.

DE: Abreviação do inglês para *Deformation Energy*, ou energia de deformação em português.

GMA&SC: Sigla para Grupo de Materiais Aplicados e Simulação Computacional.

GUIDE: Sigla para *Graphical User Interface Development*, ferramenta de auxílio para construção de interfaces gráficas do MATLAB®.

IFPE: Instituto Federal de Ciência, educação e tecnologia de Pernambuco.

MATLAB: Software interativo de alto desempenho voltado para o cálculo numérico.

MechCal: Nome dado ao programa desenvolvido, sendo a abreviação de *Mechanical e Calculations*.

MechCal – Shaft Design: Nome dado ao programa desenvolvido para projeto de eixos.

MechCal – Shaft Fatigue: Nome dado ao programa desenvolvido para cálculos de vida útil considerando esforços de fadiga.

MechCal – Shaft Stress: Nome dado ao programa desenvolvido para cálculos de tensão máxima.

MEF: Sigla para Método dos Elementos Finitos, um procedimento numérico para aproximar soluções de problemas sobre o contorno de equações diferenciais.

OCTAVE®: Software e linguagem de programação computacional matemática que se baseia na linguagem do MATLAB.

S-N: Curva utilizada nos gráficos de fadiga para determinar a tensão baseada no número de ciclos, S sendo o termo representante da tensão e N o termo representante do Número de ciclos.

Shaft: Termo em inglês que significa eixo no contexto mecânico.