O MÉTODO DE BRIOT-RUFFINI E AS RELAÇÕES DE GIRARD PARA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES ALGÉBRICAS DO TERCEIRO GRAU

THE BRIOT-RUFFINI METHOD AND THE GIRARD RELATIONS FOR RESOLUTION OF THIRD DEGREE ALGÉBRIC EQUATIONS

Andréia Cristina da Silva

deiacris014@gmail.com

Charlene Dias Leite

charlene.dias@pesqueira.ifpe.edu.br

RESUMO

As resoluções das equações sempre motivaram os matemáticos desde a antiguidade, contribuindo significativamente para a história da matemática. Neste sentido temos como objetivo apresentar métodos de resolução das equações algébricas de terceiro grau utilizando o dispositivo de Briot-Ruffini e as relações de Girard. Esta pesquisa é de natureza bibliográfica pois trata-se de um levantamento de toda bibliografia já publicada em fontes de livros, de revistas, publicações dentre outras. Tomamos como referencial teórico autores como Nicolo Fontana (1499-1551), Scipione Del Ferro (1465-1526), Garbi(2009) e dentre outros. Durante o desenvolvimento apresentamos três exemplos utilizando o dispositivo prático de Briot-Ruffini e as relações de Girard. Os artigos e livros analisados mostraram fatos importantes sobre o estudo da álgebra desde de seu surgimento.

Palavras-chave: Equação do terceiro grau. Relações de Girard. Dispositivo de Briot Ruffini. História da Matemática.

ABSTRACT

The resolutions of equations have always motivated mathematicians since antiquity, contributing significantly to the history of mathematics. In this sense, we aim to present methods of resolution of third-degree algebraic equations using the Briot-Ruffini device and Girard relations. This research is bibliographical in nature because it is a survey of all bibliography already published in sources of books, magazines, publications and others. We take as theoretical reference authors such as Nicolo Fontana (1499-1551), Scipione Del Ferro (1465-1526), Garbi (2009) among others. During development we present three examples using practical Briot-Ruffini devices and Girard relations. The articles and books analyzed showed important facts about the study of algebra since its emergence.

Keywords: Third degree equation. Girard Relations. Briot Ruffini device. history of mathematics.

1 INTRODUÇÃO

O estudo da história da equação algébrica e sua resolução foi muito importante para o desenvolvimento da álgebra, desde os primórdios da civilização. A equação surgiu como um desdobramento natural da maneira de pensar matematicamente. Há vários tipos de equação, cujas incógnitas não precisam ser apenas números, mas também funções, como por exemplo, as equações diferenciais.

De acordo com Garbi (2009), as equações algébricas são muito importantes para o ensino da matemática. Uma infinidade de problemas que podem ser solucionados por números costumam ser tratados, direta ou indiretamente por meios das equações.

As equações são de grande importância pela sua contribuição na história da matemática. As ideias sobre equações foram se desenvolvendo ao longo dos anos, tendo vários cientistas se dedicado ao seu estudo, utilizando argumentos e explicando as soluções para resolverem seus problemas. Na sua origem, a palavra equação tem o mesmo sentido da raiz latina que criou a palavra igual e igualdade. O objetivo da resolução de uma equação é encontrar algo desconhecido, ao qual chamamos de incógnita.

De acordo com Eves (2002), Diofanto foi muito importante para o estudo do desenvolvimento da álgebra, pois ele deu o primeiro passo para a notação algébrica. Já a álgebra simbólica mostrou o sinal de igualdade pela primeira vez em 1557, na obra de Robert Record; tal estudo foi justificado pelo par de segmento de duas retas paralelas utilizando o símbolo de igualdade, “ imaginando que nada pudesse ser mais igual que um par de retas gêmeas de mesmo comprimento” (Lima, Takazaki, Moisés, 1998, p. 12). De acordo com Lima (1987), “a história da solução da equação de terceiro grau tem vários aspectos interessantes, em virtude dos quais ela se constitui num tópico atraente para estudo e discussão entre professores e alunos de matemática”.

O presente trabalho busca estudar equações do terceiro grau utilizando as relações de Girard e o dispositivo de Briot-Ruffini.

Denominamos *expressão algébrica* uma sentença matemática formada por operações algébricas (isto é, soma, subtração, multiplicação, divisão, potenciação) que possui uma ou mais incógnitas, ou seja, valores desconhecidos. Tais valores costumam ser representados por letras, por exemplo, x, y e z. Uma *equação algébrica* é uma sentença matemática formada por uma igualdade entre duas expressões algébricas.

Uma equação geral do terceiro grau se escreve da seguinte forma:

$$a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0 \ , a \ \neq 0.$$

Para Groenwald, et. al. (2005)

> A História da Matemática é considerada um tema importante na formação do aluno. Ela proporciona ao estudante a noção exata dessa ciência em construção, com erros e acertos e sem verdades universais, contrariando a ideia positivista de uma ciência universal e com verdades absolutas. A História da Matemática tem este grande valor, de poder contextualizar o Saber, mostrar que seus conceitos são frutos de uma época histórica, dentro de um contexto social e político.

1.1 OBJETIVO GERAL E ESPECÍFICO

O objetivo geral: Apresentar métodos de resolução de equação algébrica de terceiro grau utilizando o dispositivo de Briot-Ruffini e as relações de Girard, abordando aspectos históricos do desenvolvimento da álgebra.

Os objetivos específicos são:

- Apresentar as equações algébricas de terceiro grau;
- Fazer um estudo histórico sobre o desenvolvimento algébrico das resoluções de equações do terceiro grau;
- Demonstrar um método de resolução da equação do terceiro grau utilizando o dispositivo de Briot-Ruffini e as relações de Girard.

2 DESENVOLVIMENTO

Inicialmente, apresentaremos uma noção do fundo histórico relacionado aos matemáticos aos quais se atribui a criação do dispositivo de Briot-Ruffini e das relações de Girard.

2.1 UM POUCO DA HISTÓRIA DAS EQUAÇÕES ALGÉBRICAS

No início do século XVI, a matemática já fazia parte de obras clássicas gregas. Umas das mais conhecidas e estudadas são os *Elementos de Euclides* (c. Século III a.c). Na época, a matemática era dividida em três partes: geometria, aritmética e álgebra. No entanto, os estudos na área algébrica eram inferiores em relação aos estudos em geometria.

No século XVI, esse cenário mudou um pouco com o avanço da teoria das equações algébricas, por exemplo, foram descobertas as fórmulas algébricas para a resolução de equações de grau de 3 e 4. Porém, os matemáticos que trabalhavam nessas fórmulas ainda tinham uma linguagem muito geométrica e verbal. Apesar disso, sempre houve um interesse dos matemáticos desde a antiguidade à procura por métodos para resolver problemas para determinada incógnita, ou seja encontrar soluções para as equações algébricas.

Os babilônios antes de Cristo que já escreviam resoluções de equações do 3 grau, utilizavam métodos em tabelas de quadrado, cubos e raízes cúbicas de números naturais. Vale ressaltar que na história das equações do terceiro grau houve intrigas, disputas e acusações entre Tartaglia (Niccolo Fontana Tartaglia, 1499-1551) e Cardano (Girolamo Cardano, 1501-1576).

Foi o matemático Scipione Del Ferro (1465 -1526) que descobriu o primeiro método de resolução de equação do terceiro grau. Ele apresentou uma solução para a equação algébrica do tipo $x^3 + px = q$. Descartes também contribuiu muito para o desenvolvimento da álgebra. É atribuída a Descartes a criação da moderna notação algébrica com as letras x, y, z, indicando variáveis e as letras a, b, c indicando constantes, bem como uma notação para indicar potências.

Albert Girard foi um matemático francês que graduou-se na universidade de Leiden. Ele nasceu em 1595 e faleceu no dia 8 de dezembro de 1632. Seus estudos contribuíram significativamente para a álgebra, trigonometria e aritmética. Em particular, seus estudos em álgebra, foram fundamental importância para o desenvolvimento do tão conhecido Teorema Fundamental da Álgebra.

Fonte:https://images.app.goo.gl/jgw7XC3Lp3cDwfqM8

As relações de Girard servem para o desenvolvimento da resolução de equação polinomial, pois possibilita trabalhar com as raízes e os coeficientes de uma equação. Com as relações de Girard podemos estabelecer um sistema de equações que contém dados que possibilitam uma resolução da equação inicial.

Por exemplo, as equações de 3º grau possuem como lei de formação a equação algébrica: $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ com a ≠ 0 e digamos que as raízes são x_1, x_2 e x_3. Utilizando as relações de Girard, podemos decompor tal equação de modo a determinar expressões matemáticas capazes de relacionar as raízes x_1, x_2 e x_3 da equação, conforme o sistema abaixo:

$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{a}{b}$

$x_1 . x_2 + x_1 . x_3 + x_2 . x_3 = \frac{c}{a}$

$x_1 . x_2 . x_3 = -\frac{d}{a}$

Paolo Ruffini foi um médico e um matemático que nasceu em Valentano, Estados Pontifícios, em 22 de setembro de 1765, e faleceu no dia de 10 de maio de 1822. Ele estudou na Universidade de Modena, onde cursou e se formou em medicina e matemática. Ruffini fez um bom trabalho na matemática e se destacou na área de análise, de modo que em 15 de outubro de 1788 tornou-se professor da disciplina Fundamentos da Análise.

Figura 2

Fonte:https://images.app.goo.gl/jFiyxquXViYct4Tf9

Para resolver a divisão de um polinômio grau maior ou igual a 1, utilizando um binômio do tipo $x - a$ Podemos aplicar o dispositivo de Briot Ruffini. O algoritmo de Briot-Ruffini, por vezes denominado apenas como regra de Ruffini, é um método de resolução de equação polinomial, criado por Paolo Ruffini. Esse algoritmo consiste em efetuar a divisão fazendo cálculos apenas com os coeficientes do polinômio e só serve para divisões de um polinômio por um binômio. As divisões de polinômios por binômios, como por exemplo: $(x - 2)$, $(x + 3/2)$ e $(x + 5)$, surgem em problemas de matemática mais frequentemente do que quaisquer outras divisões de polinômios e desempenham papel importante na pesquisa de zeros de funções e na resolução de equações.

Ao longo dos séculos tivemos muitos avanços no estudo da teoria algébrica, de modo que hoje é comum ser ensinada nos anos escolares iniciais. Pensando no impacto da álgebra na educação matemática moderna, Ponte, Branco e Matos (2009, p. 10), apontam que o objetivo do estudo da álgebra no ensino fundamental e no ensino médio é “desenvolver o pensamento algébrico nos alunos". Nesse contexto, o desenvolvimento algébrico é compreendido como uma forma de estrutura do pensamento. Ainda segundo Blanton e Kaput (2005, p. 413) a álgebra é um processo que busca idéias matemáticas a partir de exemplos. Para eles, a aprendizagem da álgebra significa ser capaz de pensar algebricamente, sendo de extrema importância compreender as propriedades das operações.

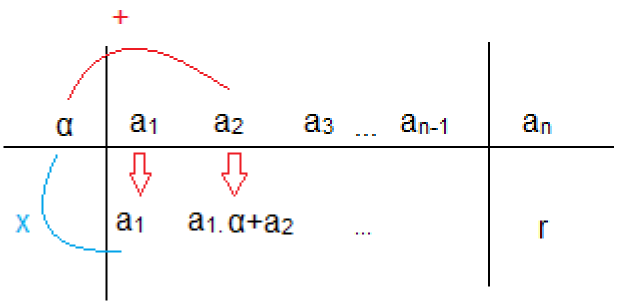
2.1.1 O DISPOSITIVO DE BRIOT-RUFFINI E AS RELAÇÕES DE GIRARD

Vamos mostrar como funciona o dispositivo prático de Briot-Ruffini e alguns exemplos do seu uso e o uso das relações de Girard.

2.2 Dispositivo de Briot-Ruffini

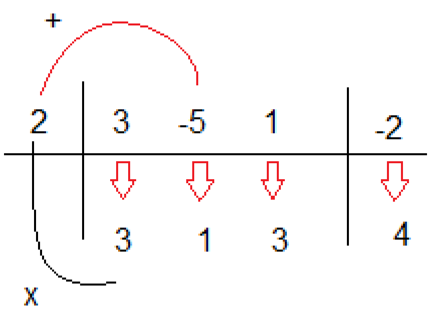
O dispositivo prático de Briot-Ruffini é muito utilizado na divisão de polinômios, pois é uma maneira simples de realizar a divisão entre um polinômio de grau n > 1 por um binômio do 1º grau da forma x-α.

Seja p(x)=$a_1x^n + a_2x^{n-1} + a_3x^{n-2}$ +... $+ a_{n-1}x^1 + a^n$ e $d(x) = x - \alpha$. Para realizarmos a divisão, ou seja, encontrarmos o quociente $q(x)$ e o resto $r(x)$ da divisão de $p(x)$ por $d(x)$ utilizamos o seguinte diagrama:



Para esclarecer como funciona o dispositivo prático de Briot Ruffini trazemos o seguinte exemplo:

Exemplo 1: Use o dispositivo de Briot-Ruffini para obter o quociente e o resto da divisão $p(x) = 3x^3 - 5x^2 + x - 2$ por $d(x) = x - 2$.



Portanto, $q(x) = 3x^2 + x + 3$ e $r(x) = 4$.

2.2.1 Relações de Girard

As relações entre os coeficientes de uma equação e as raízes da mesma são conhecidas como Relações de Girard. Elas podem ser úteis na resolução de uma equação algébrica, quando se tem algum conhecimento sobre suas raízes. As relações de Girard numa equação do 3° grau estabelecem as seguintes expressões entre as 3 raízes da equação e seus coeficientes.

$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}$

$x_1 . x_2 + x_1 . x_3 + x_2 . x_3 = \frac{c}{a}$

$x_1 . x_2 . x_3 = -\frac{d}{a}$

Exemplo 2 : Resolva a equação $x^3 - 10x^2 + 31x - 30 = 0$, sabendo que uma das raízes é a soma das outras.

Solução: Usando as relações de Girard para soma e produto das raízes, temos:
sabendo que $x_1 = x_2 + x_3$
x_1 , x_2 e x_3
$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}$
$x_1 + x_2 + x_3 = 10$
$x_1 + x_1 = 10$
$x_1 = 5$
$x_1 . x_2 . x_3 = -\frac{d}{a}$
$x_1 . x_2 . x_3 = 30$
$5x_2 . x_3 = 30$
$x_2 . x_3 = 6$
$x^2 - 5x + 6 = 0$
$x = 3$ e $x = 2$
portanto as raízes das equações são: 2, 3 e 5.

Agora apresentaremos um problema da Revista do Professor de Matemática (RPM). Para a resolução de tal problema, utilizaremos em conjunto ambos os métodos apresentados no presente trabalho.

Exemplo 3: Resolva a equação $64x^3 - 56x^2 + 14x - 1 = 0$, no universo dos números complexos, sabendo que suas raízes estão em progressão aritmética.

Resolução:

Sejam r, s e t as raízes da equação proposta. Como r, s e t estão em PG, pode-se assumir, sem perda de generalidade, que

$s^2 = r \times t.$

Das relações de Girard: $r \times s \times t = \frac{1}{64}$

Então, $s^3 = \frac{1}{64}$, que implica $s = \frac{1}{4}$.

Aplicando o dispositivo prático de Briot-Ruffini,

1/4	64	-56	14	-1
	64	-40	4	0

.

reescrevemos a equação na forma $\left(\frac{x-1}{4}\right)(64\,x^2 - 40\,x + 4) = 0.$

Conclui-se, portanto, que as raízes são $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{8}$.

3 METODOLOGIA

Esta pesquisa é de natureza bibliográfica pois (...) “Trata-se de um levantamento de toda bibliografia já publicada, em fontes de livros, revistas, publicações avulsas e imprensa escrita. Sua finalidade é colocar o pesquisador em contato direto com tudo aquilo que foi escrito sobre determinado assunto”. (Lakatos e Marconi, 1990, p.43).

O processo de elaboração da pesquisa se deu através de um cronograma que está diretamente ligado ao presente estudo, levando em consideração o tipo de pesquisa e as matrizes do conhecimento, garantindo assim uma melhor observação dos objetivos propostos.

Inicialmente foi realizada a formulação do problema identificando os métodos para resolução de equações algébricas de terceiro grau, que possam contribuir à temática no estudo abordado; em seguida foi realizado o levantamento de dados sobre o surgimento e estudo da álgebra, fatores históricos relacionados e suas contribuições para o desenvolvimento da matemática. A revisão de literatura foi realizada de forma crítica a fim de separar os artigos com mais relevância e que irão contribuir significativamente para a análise do estudo da álgebra e seu surgimento.

Posteriormente já com o material organizado foi realizada a análise e a interpretação das informações contidas em cada fonte estudada, através de fichamento do material encontrado, ordenando as informações contidas em cada fonte.

Sobre os procedimentos utilizados para resolver uma equação de terceiro grau, foi estudado o método de Briot-Ruffini e as relações de Girard, buscando mostrar um pouco da história da origem dos métodos e as contribuições deles no estudo da resolução das equações algébricas de terceiro grau. Tal estudo contribuiu para a conclusão do trabalho, além de atender aos objetivos até então definidos, conforme a metodologia proposta e baseada no referencial teórico construído durante a pesquisa. Buscou-se apresentar a utilização dos dois métodos para resolver equação do terceiro grau, realizando um estudo considerando os aspectos históricos presentes na matemática.

4 RESULTADOS E ANÁLISE

De acordo com a pesquisa vimos que a resolução da equação algébrica de terceiro grau, utilizando o dispositivo prático de Briot Ruffini e as relações de Girard, são métodos rápidos e práticos para trabalhar com problemas de equações. Diante do exposto podemos ver que a resolução da equação algébrica teve um papel importante na história da matemática. Neste trabalho mostramos dois métodos para resolver as equações algébricas de terceiro grau. Os exemplos foram resolvidos detalhadamente utilizando o dispositivo prático de Briot Ruffini e as relações de Girard.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS/ CONCLUSÕES

O desenvolvimento deste trabalho buscou fazer uma análise da história das equações algébricas e realizar um estudo sobre a resolução de equações algébricas de terceiro grau. Os artigos e livros analisados mostram fatos importantes sobre o estudo da álgebra, desde de seu surgimento. O objetivo do trabalho foi apresentar dois métodos de resolução da equação de grau 3, que faz parte de um cenário muito importante dentro da história da matemática, buscando mostrar sua grande contribuição na álgebra. Para resolver as equações de terceiro nos exemplos dados mostramos que o dispositivo prático de Briot-Ruffini e as relações de Girard são métodos rápidos e práticos para trabalhar com equações algébricas.

REFERÊNCIAS

Boyer, Carl Benjamin. **História da matemática**. Trad. Elza F. Gomide-2. ed. São Paulo: Edgard Blucher, (1996).

Blanton, M; Kaput, J. **Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. Journal for Research in Mathematics Education**, v.36, n.5, p.412-46, 2005.

Código de Catalogação Anglo-Americano.2. ed. São Paulo: FEBAB, 1985.

Eves, H. **Introdução à história da matemática**. Campinas. Unicamp, 2002.

Garbi, G. G. **O Romance das Equações Algébricas**. Editora Livraria da Física. 2007.

Groenwald, Claudia Lisete Oliveira, Sauer, Lisandra de Oliveira, Frank Rosvita Fuelber. **A história da matemática como recurso didático para o ensino da teoria dos números e a aprendizagem da matemática no ensino básico**. **Normas de Apresentação tabular**. 3. ed. Rio de Janeiro: IBGE, 1993.

Iezzi,G. **Álgebra moderna**. 3.ed. São Paulo; Atual, 2000.

Lima, E.L. **A Equação de Terceiro Grau**. Revista Matemática Universitária No. 5. 1987.

Lakatos.; Marconi. **Fundamentos de metodologia científica**. 5 ed. São Paulo: Atlas, 2003.

Ponte, JP; Branco, N; Matos, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Ministério da Educação, Portugal. Direção Geral de Integração e de Desenvolvimento Curricular (DGIDC). Portugal, 2009.