

A TRANSIÇÃO DA ARITMÉTICA PARA ÁLGEBRA NO LIVRO DIDÁTICO: O CASO DA TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA

Antônio dos Santos Freitas 1

Asf1@discente.ifpe.edu.br

Fernando Emílio Leite de Almeida

fernando@pesqueira.ifpe.edu.br

RESUMO

Esse trabalho tem por objetivo investigar as aproximações e distanciamentos, entre o que é recomendando pela Base Nacional Curricular Comum e o Livro Didático. Para levantar questões sobre o objetivo, optamos em utilizar como fonte teórica a noção de transposição didática. A pesquisa foi centrada em alguns autores com trabalhos renomados na área em questão, autores como Almeida, Fiorentini, Dante alimentaram a pesquisa através de suas obras, as quais serviram como base para pesquisa. O trabalho está dividida em quatro partes, a primeira diz respeito a escolha do livro didático e seleção dos capítulos; na segunda procuramos aprofundar sobre o tema central, a passagem da aritmética para álgebra no 7º ano do ensino fundamental, bem como a base nacional curricular comum; a quarta etapa, analisamos as aproximações e distanciamentos. Os principais resultados apontam que os indicadores da BNCC não estão claros no livro didático. O livro mostra uma passagem da aritmética para álgebra de forma cautelosa, mas um pouco rápida.

Palavras-chave: Passagem da aritmética para a álgebra. Livro Didático. Transposição Didática. Aprendizagem.

ABSTRACT

This work aims to investigate the approximations and distances, between what is recommended by the Common National Curricular Base and the Textbook. To raise questions about the objective, we chose to use the notion of didactic transposition as a theoretical source. The research is divided into four parts, the first of which concerns the choice of textbook and selection of chapters; in the second, we seek to deepen on the central theme, the transition from arithmetic to algebra in the 7th year of elementary school, as well as the common national curriculum base; the fourth step, we analyze the approximations and distances. The main results indicate that the BNCC indicators are not clear in the textbook. The book shows itself with caution in the introduction of algebra.

Keywords: Moving from arithmetic to algebra. Textbook. Didactic Transposition. Learning

1 INTRODUÇÃO

As experiências vivenciadas nos estágios supervisionados, através das observações e práticas no campo de estágio, mostravam muitas dificuldades dos professores quando apresentavam um conteúdo aos alunos, tais dificuldades estavam relacionadas as estratégias de ensino. Particularmente, nos chamou atenção a introdução a álgebra, em especial, quando passamos do campo do saber aritmético para o algébrico. Ao mesmo tempo, era perceptível o papel do livro didático como ferramenta que auxilia o trabalho didático do professor, pois eles utilizavam constantemente esse recurso e, na maioria dos casos tentavam reproduzir o que estava nos livros.

Para Almeida (2009), a ação didática do professor em sala de aula no ensino de determinado saber matemático não acontece, tal qual, aparece nos livros didáticos, pois a obra do pensamento matemático teórico não é passível de comunicação direta aos alunos. O pesquisador, aponta que é necessário que os saberes matemáticos sejam transformados, adaptados, para se tornar passíveis de serem ensinados e aprendidos pelos alunos.

Quando pensamos em livro didático, devemos entender que este documento não chega em sala de aula de forma aleatória. Existe um programa nacional do livro didático (PNLD) que procura avaliar, apontando elementos tanto conceituais, como metodológicos, entre outras questões, aponta também, as fragilidades e potencialidades de cada livro didático.

A avaliação que falamos acima, toma como ponto de partida documentos oficiais que estão à disposição da comunidade educacional (em especial os professores), esses documentos são frutos de várias pesquisas, ou seja, são produzidos por pesquisadores. Queremos destacar a Base Nacional Curricular Comum (BNCC), pois essa fará parte da nossa pesquisa.

Escolhemos a Didática da Matemática como área teórica para fundamentar as nossas discussões aqui nesse artigo. Em especial, a Transposição Didática e de forma mais específica a "Transposição Didática Externa" (o nosso foco de pesquisa) e diríamos bem sucintamente que é a trajetória que cumpre o saber científico até momento em que se transformado em saber a ser ensinado.

Nessa perspectiva, poderíamos questionar se existe uma consonância entre o Livro Didático analisado nesse artigo e a Base Nacional Curricular Comum, no que diz respeito a passagem da aritmética para álgebra?

A nossa pesquisa tem por objetivo investigar as aproximações e distanciamento entre o que é recomendando na Base Nacional Curricular Comum e o Livro Didático que se encontram na sala de aula.

Esse documento está dividido em quatro partes: apresentamos a noção teórica da transposição didática, a base nacional curricular comum com elementos da passagem da aritmética para álgebra, associado a isto, uma discussão sobre essa passagem. Na sequência, a metodologia e análise do livro didático.

2. A NOÇÃO TEÓRICA DA TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA

O estudo da noção Transposição Didática, permite examinar a trajetória que cumpre o saber científico até o momento em que este, transforma-se em um saber a ser ensinado, na sequência em saber ensinado e, por fim, saber aprendido pelos alunos. Isto posto, utilizaremos essa importante teoria desenvolvida por Yves Chevallard em nosso trabalho.

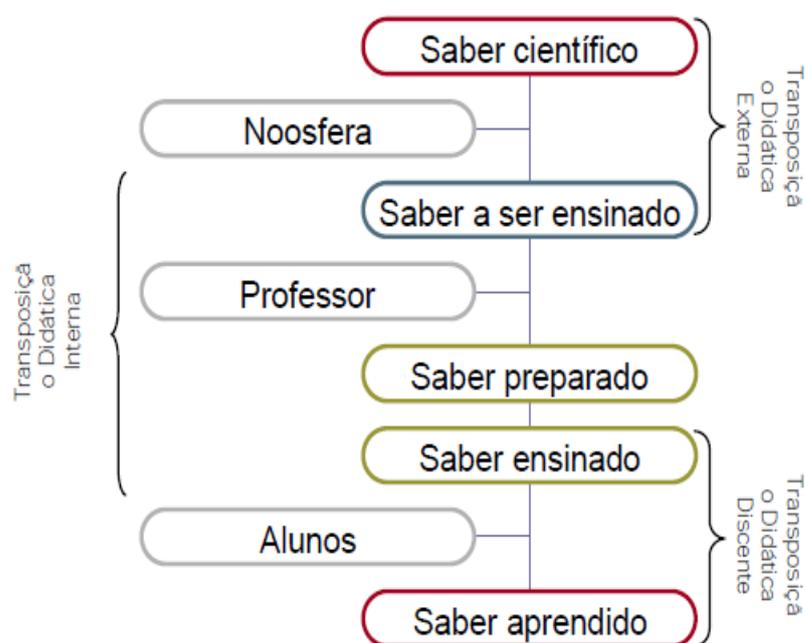
Segundo Brito Menezes (2006), para Chevallard (1991), uma primeira reflexão seria o motivo de existir a transposição didática. O pesquisador, discute que é necessário porque o funcionamento didático do saber é diferente do seu funcionamento científica, pois existem dois regimes de saber. O que se deseja na sala de aula não é que o aluno aprenda o saber matemático da forma que ele foi produzido na universidade (comunidade científica). A comunidade científica e escolar tem objetivos distintos.

Na comunidade científica, a produção dos saberes atende também a uma necessidade interna, logo, os saberes na sua grande maioria são saberes, descontextualizado, um saber em si mesmo. Alguns servem para o ensino e, outros servem a própria produção científica (BESSA DE MENEZES, 2010).

No funcionamento didático, o que se procura é sistematizar o saber científico, e, para isso, é necessário uma “didatização”, uma roupagem didática, que seria tornar esse saber comunicável, para ser possível ensinar aos alunos (BRITO MENEZES, 2006).

A figura abaixo possibilita mostrar a trajetória que esse saber cumpre com maior clareza até se manifestar em sala de aula, onde professor e aluno participam, de alguma forma, construção do conhecimento.

Figura 1: Trajetória que Cumpre um Saber



FONTE: Representação da Trajetória do Saber (BESSA DE MENEZES, 2010).

Brito Menezes (2006) citando Chevallard (1991), considera importante apontar que a transposição didática externa, se caracteriza pela definição dos objetos de ensino, com a proposição de um ‘texto de saber’.

A pesquisadora coloca ainda que, a primeira etapa da transposição didática acontece, em uma instituição não visível, chamada de noosfera (esfera pensante), que define programas, currículos manuais e livros didáticos, considerando todo o contexto de produção científica, bem como as necessidades da sociedade e do sistema de ensino vigente. Destacamos que o saber a ser ensinado, que se configura como uma etapa da transposição didática externa, tem como um dos produtos, o livro didático.

O nosso foco é olhar as aproximações entre o que existe na BNCC e o Livro Didático. Assim, desejamos observar a trajetória que cumpre o saber na passagem da aritmética para álgebra, com atenção, nas deformações e supressões.

3. A PASSAGEM DA ARITMÉTICA PARA ÁLGEBRA

Sob o ponto de vista da História da Matemática, podemos dizer que esse campo de investigação que tem avançado bastante tanto em termos científicos em si, como no campo educacional, contribuindo de forma satisfatória para a socialização do conhecimento matemático.

Para Almeida (2009) no desenvolvimento da álgebra, desde civilizações antigas do Egito e Babilônia, até os dias atuais, a linguagem matemática veio gradativamente evoluindo, passando por várias fases que marcaram época. Os historiadores dividem a história da álgebra em três principais fases: retórica ou verbal, sincopada e simbólica.

Ainda sobre a passagem Guelli (2005) e Boyer (1996), apontam abaixo importantes momentos que podem refletir nos livros didáticos, tanto em termos teóricos como metodológico:

(1) Álgebra Retórica (que pode ser chamada de verbal) – A fase retórica ou verbal se estende desde os Babilônios (1700 a.C.) até o matemático grego Diofanto ou Diofante (250 d.C.). Tem como característica a completa ausência de símbolos e abreviações que possam expressar o pensamento algébrico, todos os passos relativos a números e equações eram descritos na linguagem corrente. Esta teria sido a álgebra dos Egípcios, dos Babilônios e dos gregos pré-diofantinos (ALMEIDA, 2009).

(2) Álgebra Sincopada – Essa fase teria surgido com Diofanto de Alexandria, e ficando marcada pela introdução de um símbolo para a incógnita, utilizando uma forma mais abreviada e concisa para expressar suas equações. É registrada também na história uma sincopada similar à de Diofanto, que surgiu através dos Hindus, especialmente por Brahmagupta (século XII). Essa fase se prolongou até o início do século XVI. Neste momento histórico temos a impressão de que os matemáticos não demorariam muito tempo para descobrirem os sinais (ALMEIDA, 2009).

(3) Álgebra Simbólica – Os registros indicam que essa fase teve início a partir do momento em que as ideias algébricas passaram a ser expressas somente através de símbolos, deixando de lado o uso das palavras. Embora o jurista francês François Viète (1540- 1603), ainda utilizasse um estilo sincopado, foi ele o principal responsável pela criação de novos símbolos na álgebra (ALMEIDA, 2009).

Algumas pesquisas reforçam o tema aqui abordado, e comungam da realidade aqui já descrita. Para Almeida (2009), definir álgebra e aritmética no contexto escolar acreditamos

que não é algo muito fácil, contudo, nossa pretensão não é esgotar todas as discussões que envolvem essas duas grandes áreas de estudo. O pesquisador aponta ainda, até mesmo recorrendo a o senso comum, diz-se que *álgebra trata das letras e aritmética trata dos números*. Essa visão parece muito presente no contexto escolar, sendo inclusive verbalizada por muitos dos professores de matemática: a álgebra é a matemática das letras.

Em termos de pesquisa, Almeida (2009) aponta que a passagem da aritmética para álgebra caracteriza-se, muitas vezes, como uma passagem brusca de um campo de conhecimento matemático para a outro, na qual os alunos precisam se apropriar e dominar novos objetos matemáticos, até então desconhecidos. Enquanto, que para alguns matemáticos essa passagem se dá de forma natural, reduzindo a álgebra a apenas a “aritmética generalizada”, pesquisas desenvolvidas pelo campo da psicologia em educação matemática têm mostrado caminhos diferentes.

Almeida (2009) citando Lochhead e Mestre (1995) destacam um exemplo de um problema proposto para alunos do curso de engenharia. Ao ser-lhes apresentado o problema a seguir, 37% dos alunos pesquisados responderam erroneamente à questão.

“Escreva uma equação usando as variáveis A e P para representar a seguinte afirmação: Há seis vezes mais alunos do que professores nesta universidade. Usa A para indicar o número de alunos e P para indicar o número de professores.”

Os autores revelam que dois terços dos que responderam erradamente escolheram a resposta $6A = P$, em que se verifica uma troca de variáveis, e que, um aspecto importante a notar é que muitos dos erros seguem um modelo consistente; não parecem ser casuais. Discutem ainda que, a fonte dos erros está em concepções equivocadas concernentes à estrutura e à interpretação de afirmações algébricas e nos processos pelos quais se faz a tradução da linguagem escrita para a linguagem algébrica.

Sobre o tema em destaque, Lins e Gimenez (1997), relata que existe a ideia errônea que é preciso aprender antes aritmética para depois desenvolver a aprendizagem algébrica. Coloca ainda, que o ensino de Aritmética e de Álgebra deveriam ocorrer juntos, de forma integrada, para ajudar os estudantes a aumentarem seu repertório, de modo a produzir significados. É preciso começar mais cedo o trabalho com álgebra, e de modo os dois campos possam se desenvolver juntas, quer dizer que uma implicada no desenvolvimento da outra (LINS e GIMENEZ, 1997).

4 A BASE NACIONAL CURRICULAR COMUM

A Base Nacional Curricular Comum (BNCC) é considerado um documento norteador do trabalho didático do professor. Dentre outras questões, procura discutir questões relacionadas ao ensino da álgebra. Em destaque numa unidade temática, reforça que o pensamento algébrico é essencial para a utilização de modelos na compreensão, representação e análise de estruturas matemáticas.

Além disso, é imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade. No entanto, nessa fase, não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam (BRASIL, 2018, p.270).

Em suas competências específicas de matemática para o ensino fundamental, coloca que é importante compreender as relações entre os conceitos e procedimentos dos diferentes campos da matemática (aritmética, álgebra, geometria, estatística) e de outras áreas de conhecimentos.

Nos anos finais do ensino fundamental, a BNCC já enfatiza uma forma mais aprofundada em relação ao que foi trabalhado nos anos iniciais, e estabelece que os alunos já devem ao fim dessa fase estabelecer uma conexão entre variável e função, incógnita e equação.

Indo mais a fundo no que pretendemos analisar, no 7º ano do ensino fundamental, a BNCC destaca o estudo das variáveis e das incógnitas como o primeiro objetivo do ensino da álgebra, em seguida Equivalência de expressões algébricas, grandezas, e equações do 1º grau.

Quadro 1: Conteúdo do 7º ano - BNCC

Álgebra	Linguagem algébrica: variável e incógnita
	Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica
	Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais
	Equações polinomiais do 1º grau

FONTE: BNCC Ensino Fundamental. Pg 304

5 METODOLOGIA

Para o presente trabalho, adotamos como metodologia a análise bibliográfica. Contemplamos pesquisas relacionadas ao tema, além de documentos que regem a educação Brasileira, no caso mais específico, a BNCC (Base Nacional Comum Curricular).

Conforme Bogdan e Blicken (1994), o pesquisador se torna o principal instrumento e o ambiente natural. As fontes utilizadas na coleta de dados, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2006), podem vir de diversos tipos de matérias como análise de textos pessoais dos sujeitos da pesquisa, entrevistas, manuais, documentos oficiais, livros, atividades desenvolvidas em sala de aula, dentre outras.

Utilizamos a BNCC e um livro didático do autor Luiz Roberto Dante do 7º ano (Projeto Telares, editora Ática), para nossa pesquisa.

Assim, nossa investigação ocorreu com os seguintes passos para a construção da pesquisa:

1º Num primeiro momento fizemos uma seleção de trabalhos científicos e livros que possuíssem algum tipo de relação com o tema de do nosso trabalho que poderiam contribuir para a realização desta pesquisa;

2º Em seguida fizemos um estudo em relação ao nosso tema central, “ a passagem da aritmética para álgebra no 7º ano do ensino fundamental, com base na teoria da transposição didática com leituras e fichamento;

3º Dando continuidade, procuramos analisar a BNCC (alguns elementos sobre aritmética e álgebra) e o livro didático.

4º Após a análise dos documentos, concluindo nestas reflexões aqui trazidas nesse trabalho.

Tal direção metodológica nos permitiu uma reflexão acerca da proposta apresentada anteriormente, facilitando a visão sobre as potencialidades, possibilidades e dificuldades encontradas na passagem da aritmética para a álgebra trazida no livro didático.

6. ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO

Nesse momento iremos analisar a forma de abordagem da passagem da aritmética para álgebra no livro didático.

O livro analisado foi do autor Luiz Roberto Dante, coleção projeto Telares edição 2015 da editora Ática, por se tratar de um autor com boas aceitações nos órgãos avaliadores (PNLD) e bem conceituado na rede pública como também na rede privada.

Consideramos a equação do 1º grau, assunto que marca formalmente a introdução da álgebra no ensino fundamental, presente no livro didático do 7º ano, com o foco na forma como o autor conduziu ao assunto aqui pertinente.

Figura 1: Introdução ao Ensino de Equação



Caminhão carregado de papel para reciclagem.

1 Introdução

Vamos analisar duas situações. Você vai estudar como resolvê-las ao longo do capítulo.

1ª) Reciclagem

Uma empresa recicla 12 toneladas de papel a cada 5 meses, sempre com a mesma quantidade por mês.

Indicando por y a quantidade de papel reciclado a cada mês, podemos representar a situação por uma sentença matemática:

$5 \cdot y = 12$

Qual é o valor de y ?

FONTE: Projeto Teláris. Pg116

Esse primeiro recorte, encontra-se logo na introdução da primeira página, aponta para um cuidado do autor em iniciar as discussões mais dialogada, sem carregar em procedimentos matemáticos. Isso leva a crê, uma preocupação na transição dos dois campos de saberes, aritmética e álgebra. Embora, apresente uma preocupação na transição da aritmética para álgebra, não proporciona um pensar, sob o ponto de vista da resolução, aritmético. Essa preocupação aparece nas etapas a seguir.

O recorte seguinte, que reflete a continuidade do anterior. Mostra claramente um problema de linguagem natural (que favorece a resolução do problema pelo pensamento

aritmético), ao mesmo tempo, surge as primeiras letras, que caracteriza a entrada da álgebra no jogo do ensino e aprendizagem.

É possível perceber que o autor faz a opção de não discutir essa passagem sob o ponto de vista histórico, como alguns livros apontam. Vale destacar que esse caminho é aconselhável em alguns documentos oficiais.

Figura 2: Introdução ao Ensino de Equação

Foto de 2014.

2ª) Pagando uma conta

Adolfo e Cláudia foram a um restaurante. Na hora de pagar a conta, eles decidiram dividi-la assim: Adolfo pagaria o dobro do que Cláudia pagasse. O valor da conta foi de R\$ 27,00. Quanto cada um deveria pagar?

Para fazer o cálculo da quantia de cada um, podemos indicar por x a quantia paga por Cláudia e por $2x$ a quantia a ser paga por Adolfo.

Pensando dessa maneira, podemos montar uma sentença matemática para descrever essa situação juntando as quantias pagas pelos dois:

Adolfo		Cláudia		Total
↓		↓		↓
$2x$	+	x	=	27

Neste capítulo vamos estudar sentenças matemáticas chamadas **equações**, como as que aparecem nas situações que acabamos de ver:

$5 \cdot y = 12$ e $2x + x = 27$



Pessoa pagando conta em restaurante.

FONTE: Projeto Teláris.Pg116

É possível perceber que não demora para aparecer uma equação estruturada, com a incógnita. Mas, todo o problema surge com enunciado em linguagem natural para depois ser colocado em linguagem algébrica.

Nos tópicos seguintes o autor aborda expressões algébricas por meio de exercícios resolvidos através de uma máquina de transformação de números, um pouco mais adiante através de exemplos, mostra uma série de expressões, envolve conceitos de geometria como cálculo de área, perímetro, medida do complemento de ângulos sempre colocando questões que faça com que o aluno exercite o mais rapidamente o que foi proposto anteriormente.

Então chega ao tópico de expressões algébricas equivalentes em que destaca e explora propriedade distributiva, fator comum, redução a termos semelhantes, sempre exemplificando as expressões numéricas ao qual também podem ser resolvidas com expressões algébricas.

Figura 3: Equação, incógnita e solução ou raiz

4 Equação, incógnita e solução ou raiz

Sentenças matemáticas como $x + 8 = 31$ e $3n - 7 = 9n$ são chamadas de **equações** e são muito usadas para resolver problemas.

Equações são igualdades que **contêm pelo menos uma letra** que representa um número desconhecido.

Veja estes exemplos de equações.

- a) $3x - 1 = 8$ é uma equação de incógnita x .
- b) $x + y = 10$ é uma equação com duas incógnitas, x e y .
- c) $r^2 + 1 = r + 13$ é uma equação de incógnita r .

Mas tome cuidado!
Não são equações:
 $x + 6 > 10$
 $5 + 3 = 2 + 6$
 $x + y \geq 5$
Por quê? Pense um pouco.



Em uma equação com uma incógnita, quando encontramos um valor da incógnita, ou seja, o número desconhecido, dizemos que descobrimos uma **solução** ou **raiz** da equação.

FONTE: Projeto Teláris. Pg126

No tópico sobre equação propõe uma apresentação informal, buscando uma fácil assimilação pelo aluno no momento em questão buscando também a passagem da linguagem natural para linguagem matemática.

Apresenta em seguida a definição das partes de uma equação, inicialmente com uma incógnita através de exercícios resolvidos, operações inversas ao qual da uma ênfase maior, apresentando um roteiro para resolução de questões, incluindo técnicas

Após explorar e exercitar as técnicas de resolução de questões apresenta o tópico explorando a ideia de equilíbrio e resolvendo equações, por meio de exercícios resolvidos inicialmente em seguida utiliza a ilustração da balança. A partir daí adentra em expressões como $P(x) = Q(x)$, ou do tipo $ax + b = cx + d$, nesse momento é que ocorre o conflito com as técnicas utilizadas na aritmética, desse momento em diante estas não serão mais suficientes para resolução de questões posteriores.

Figura 4: Explorando a ideia de Equilíbrio

Explorando a ideia de equilíbrio na resolução de equações do 1º grau com uma incógnita

Vamos estudar mais uma estratégia para resolver equações.
A igualdade traduz uma ideia de equilíbrio. Equilíbrio faz a gente se lembrar de uma balança de dois pratos. Assim, uma equação (que é uma igualdade) pode ser vista como uma balança de dois pratos em equilíbrio.



Observe abaixo a balança de pratos equilibrada e considere todas as latinhas com o mesmo "peso", que vamos representar por x . Qual é o "peso" de cada latinha, ou seja, qual é o valor de x ?



Equação correspondente:

$$5x + 50 = 3x + 290$$

Quando tiramos "pesos" iguais de cada prato, a balança continua equilibrada. Vamos tirar 50 g de cada prato.

FONTE: Projeto Teláris. Pg134

Por fim queremos chamar atenção que evidenciamos a necessidade de uma mudança em relação a forma de ensino atual no que se refere a passagem da aritmética para álgebra, o tema em questão já é bastante discutido a muito tempo, matemáticos, pesquisadores e professores já abordam, e tornam clara a necessidade de um olhar diferenciado para a educação como um todo e em especial a essa passagem, por se tratar da aprendizagem ainda no ensino fundamental, tendo em vista que os alunos percorreram um longo caminho de estudos, evitar esse conflito na cabeça dos estudantes e nas partes que compõem o processo de ensino aprendizagem em sala de aula seria o mais correto, para que esse mesmo processo fluísse de forma mais coerente.

Acreditamos que a exploração de situações problemas e uma forma eficiente para que o aluno possa aprender e desenvolver os conceitos das duas áreas da matemática, buscar sempre novos métodos de ensino sempre será a maneira mais fácil de tornar o conhecimento mais claro e menos abstrato.

8 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

O presente estudo nos mostra que embora os autores se esforcem para tornar a passagem da aritmética para álgebra menos mecânica o conhecimento do professor é ponto crucial na forma de aprendizagem dos alunos, pois ele é um mediador da aprendizagem que busca refletir sobre as dificuldades dos alunos e elaborando estratégias e atividades de ensino que visem superar esses entraves, para que se tenha um ensino de qualidade, podemos definir o educador como um dos aspectos centrais.

Nesse sentido, entendemos que ação didática do professor é um ponto de equilíbrio na produção do conhecimento por parte dos alunos. Isso justifica a necessidade de formação continuada para professores em rede.

Apontamos também, que o livro didático se caracteriza como uma ferramenta importante no trabalho didático do professor, em sua ação didática. No entanto, esse objeto de saber a ser ensinado (livro didático), não deve ser o único. Existem outros caminhos, que os professores devem utilizar, como por exemplo, a participação dos alunos em laboratório de matemática.

Em relação aos alunos, acredito que a grande parte da dificuldade esta relacionada a interpretação e com a deficiência na linguagem escrita, dessa forma, seria interessante que houvesse um espaço para que os alunos pudessem explicar o seu pensamento matemático (aritmético ou algébrico), pois enquanto organizam suas ideias desenvolvem a linguagem, além de contribuir para diversidade de opiniões, ideias e de um modo geral, para a construção do conhecimento.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, F. E. L.. O Contrato Didático na Passagem da Linguagem Natural para Linguagem Algébrica e na Resolução da Equação na 7ª Série do ensino Fundamental. Dissertação Mestrado, UFRPE, Recife, 2009.
- BESSA DE MENESES, M.. Praxeologia do Professor e do Aluno: uma Análise das Diferenças no Ensino de Equações do Segundo Grau. Tese (Doutorado em Educação Matemática), UFRPE, Recife, 2009.
- BOYER, C.B.. Historia da Matemática. 2º Edição- tradução: Elza F. Gomide, Editora: Edgar Blucher,1996.
- BOGDAN, R. ; BIKLEN, S. Investigação qualitativa em educação: uma introdução a teoria e aos métodos. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto:Porto Editora, 1994.
- BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática. Brasília-DF. MEC/SEF. 1998.
- BRITO MENESES, A.P.A. Contrato Didático Na Sala De Aula De Matemática: Interpelações Entre Os Fenômenos Didáticos Na Iniciação Da Álgebra Na 6ª Serie Do Ensino Fundamental. Tese de doutorado,UFPE,2006.
- DANTE, Luiz Roberto. Projeto Teláris: Matemática : Ensino Fundamental 2. 2 Ed. São Paulo: Atica,2015.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO. S. Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.
- GUELLI,O. EQUAÇÃO: o idioma da álgebra. Contando Historia da Matemática. Ed. 11.São Paulo: Editora ática, 2005.
- LINS, R.C. E GIMENEZ, J.. Perspectiva em Aritmética e Álgebra para o século XXI. Campinas, SP: Parpirus,1997.