

OLHANDO A ANÁLISE COMBINATÓRIA SOB O PONTO DE VISTA DA TEORIA DA TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA

Altemar Jatobá de Farias 1

Ajf@discente.ifpe.edu.br

Fernando Emílio Leite de Almeida

fernando@pesqueira.ifpe.edu.br

RESUMO

Este trabalho tem o intuito de analisar as características relativas ao ensino de combinatória no livro didático do segundo ano do ensino médio; de maneira especial, centra-se na análise da abordagem do conceito inicial de análise combinatória trazido no livro didático e verificando se esta abordagem ajuda a compreensão deste conceito pelo aluno e favorece o professor na sua elaboração didática e na gestão das aulas, ancoramos esta pesquisa na teoria da transposição didática, desenvolvida por Yves Chevallard. Trata-se de uma pesquisa de cunho bibliográfico trazendo discussões teóricas acerca do livro didático e seu uso como ferramenta pedagógica. Os resultados apontam que o livro deve melhorar a sua contextualização do saber. Já o documento oficial a BNCC, precisa valorizar um pouco mais a análise combinatória, pois apresenta apenas uma competência relacionada ao conteúdo.

Palavras-chave: Livro Didático. Teoria da Transposição Didática. Ensino de Combinatória.

ABSTRACT

This work aims to analyze the characteristics related to the teaching of combinatorics in the textbook of the second year of high school; in a special way, focusing on the analysis of the approach of the initial concept of combinatorial analysis brought in the textbook and verifying if this approach helps the understanding of this concept by the student and favors the teacher in its didactic elaboration and in the management of the classes, we anchored this research in didactic transposition theory, developed by Yves Chevallard. It is a bibliographic research bringing theoretical discussions about the textbook and its use as a pedagogical tool. The results indicate that the book should improve its contextualization of knowledge. The official document to BNCC, on the other hand, needs to give a little more value to combinatorial analysis, as it presents only one competence related to the content.

Keywords: Textbook. Didactic. Transposition Theory. Combinatory Teaching.

1 INTRODUÇÃO

Durante minha formação no curso de licenciatura em matemática, em especial, nas práticas de estágio supervisionado, foi possível observar que os professores de matemática não tinham uma preocupação em saber se as orientações curriculares, em especial, a Base Nacional Curricular Comum (BNCC) indicavam caminhos para o ensino de conteúdo matemático, em especial, análise combinatória. Até mesmo, como esse conteúdo deveria ser abordado no livro didático, se estava adequado sob o ponto de vista das orientações. Era visível que os professores utilizam o livro de forma mecânica, sem uma visão crítica.

Para Pais (1999), os saberes que aparecem no livro didático devem manter uma relação estreita com as orientações que existem nos documentos oficiais. O autor aponta, que os documentos oficiais (em especial a Base Nacional Curricular Comum) apresentam os saberes de referência, aqueles que são importantes para uma aprendizagem mais efetiva dos alunos e, que devem ser parâmetro para o que deve ser ensinado em sala de aula.

Nessa mesma linha de discussão, é necessário entender que os saberes que se encontram nos documentos oficiais devem ser transformados, para que eles possam fazer parte dos livros didáticos. Brito Menezes (2006), corroborando, aponta que os saberes matemáticos precisam serem transformados para se tornar passíveis de serem ensinados e aprendidos, pois, a obra do pensamento matemático teórico não é passível de comunicação direta aos alunos.

Essa discussão remete aos pressupostos teóricos e metodológicos da Didática da Matemática, área de investigação em que destacamos a noção de Transposição Didática (TD), nela inserida, a Transposição Didática Externa (o nosso foco de pesquisa). Diríamos, bem sucintamente, que é a trajetória que cumpre o saber científico até momento em que se transformado em saber a ser ensinado.

Com isso, surge um questionamento que pretendemos responder ao final da pesquisa: quais saberes relacionados a análise combinatória, que são de referência na BNCC, que estão contemplados no livro didático de matemática do 2º ano do ensino médio?

O nosso objetivo principal é identificar as aproximações e distanciamentos dos saberes de referência no livro didático em relação a BNCC. Dividimos o artigo em duas partes, na primeira parte apresentamos a fundamentação teórica, em que contemplamos a noção teórica da transposição didática, em seguida destacamos os saberes de referência da análise combinatória que faz parte da BNCC, em seguida a metodologia e os resultados da pesquisa.

2 TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA

Muito se pode falar quando o assunto em questão é Didática da Matemática e, mais especificamente, a noção de Transposição Didática. Para começar a falar acerca dessa temática me remeto as pesquisas de Yves Chevallard¹, pesquisador que primeiro falou sobre a teoria.

A noção de Transposição Didática foi concebida por Yves Chevallard em (1985) como uma forma de se analisar como os saberes produzidos nas esferas científicas é transposto a esfera escolar – em todas as modalidades de ensino.

Para Brito Menezes (2006), Yves Chevallard elaborou a sua teoria com uma preocupação maior na transformação do saber científico em saber a ser ensinado e, por fim, saber ensinado. Dentro dessas transformações alguns conteúdos ficam em evidência e são transpostos para o livro didático (saber a ser ensinado), podendo torna-se por algum tempo permanentes no currículo da educação básica. Já outros conteúdos podem entrar em desuso e acabam por desaparecer do currículo escolar.

A Didática da Matemática é um campo de estudo que busca compreender, interpretar e descrever os desafios do cotidiano escolar, relacionado aos fenômenos didáticos relacionados ao ensino e aprendizagem da Matemática.

Além disso, a Didática da Matemática, procura elaborar conceitos e teorias referentes ao saber escolar matemático, buscando a ligação entre a teoria e prática, e visando condições que permitam a comunicação do conteúdo escolar da matemática (PAIS, 2011).

Para podermos compreender melhor o conceito de didática da matemática é vital diferenciar o saber científico do saber escolar. O saber científico está relacionado a academia, ou seja, a vida acadêmica com uma linguagem própria da área em que está situada, seja em teses, artigos, livros e relatórios. Já o saber escolar, se encontra na estrutura curricular, de linguagem simples, tal saber é encontrado nos livros didáticos, programas e materiais didáticos (textos).

De acordo com Pais (2011), refletindo sobre as ideias de Chevallard (1991; 1997), para que os saberes ensinados no ambiente escolar não estejam dissociados do seu real objetivo é necessária uma vigilância epistemológica e, também, didática (estado de observância das práticas educacionais), cujo objeto de estudo ou objeto a ser ensinado tem que atender a finalidade prevista pela disciplina.

Esse processo de vigilância envolve compreender que o saber matemático, até se tornar um objeto de ensino, passa por transformações diversas vezes numa esfera global, onde agentes da sociedade civil tomam a decisão do que se vai ensinar, mas também passa por outras transformações numa esfera restrita, que envolve o trabalho do professor. Vinculadas a essas transformações que o saber sofre, estão outras variáveis didáticas. Para atender ao objetivo da pesquisa faz-se necessário pensar que interferem no planejamento didático, variáveis como:

- O tempo didático - marcados nos programas escolares e nos livros didáticos, de caráter cumulativo e irreversível para a formalização do saber escolar, o saber escolar determinado por um período de tempo com uma linearidade e de forma sequencial, onde o conhecimento chega de maneira homogênea e em tempo previsto;

¹ Yves Chevallard é um didata francês do campo do ensino das matemáticas, que leciona atualmente no Institut Universitaire de Formation des Maîtres de l'Académie d'Aix-Marseille, onde coordena também a pesquisa na área da formação docente em matemática.

- O tempo de aprendizagem - está vinculado as rupturas e conflitos e conhecimento, não é sequencial e nem linear, onde cada sujeito possui um ritmo próprio de aprendizagem.

Considerando os aspectos acima citados, fica evidente o papel do professor no gerenciamento do tempo, e também o papel que os alunos tem nesse processo tendo ação vital como integrantes dessa relação didática, mas também pelas peculiaridades do saber que estará sendo ensinado que passa por um processo de seleção e com isso sofre influência de diversos atores do sistema educacional, como pesquisadores, autores de livros didáticos, especialistas, dentre outros.

Qualquer projeto social de ensino e de aprendizagem tem no seu âmago a dialética e traz consigo saber científico e sabe a ser ensinado. Essa dialética apresenta na forma de manuais e matérias de ensino. Até se tornar um “saber a ensinar”, todo saber passa por transformações antes que o professor o ensine ao aluno é esse processo de transformações que chamamos de transposição didática (CHEVALLARD, 1997).

É com base nisso que Chevallard (1985:1997) levanta a tese que não existe um único saber matemático, existem “saberes”; a esse processo de transformação que sofre os saberes o autor chama de transposição didática.

Um conteúdo de saber que foi designado como saber à ensinar, sofre, depois disso, um conjunto de transformações adaptativas que tornam adequado para ocupar um lugar entre os objetos de ensino. O "trabalho" que o transforma um objeto de saber em um objeto de ensino é chamado de transposição didática (CHEVALLARD, 1997, p.45).

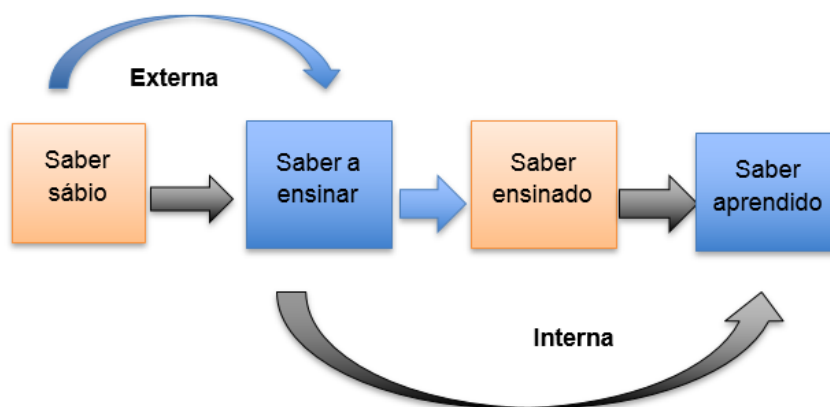
Os entendimentos relacionados a vigilância epistemológica, tempo didático, tempo de aprendizagem, e a distinção entre os saberes, estão no centro da discussão teórica sobre a transposição didática. Outro conceito vital nesse processo é a noosfera.

Noosfera é o conjunto de instituições e pessoas responsáveis por tomar parte das decisões de que saberes serão transformados em objetos de saber a ensinar e qual a sua forma. Eles atuam num processo de transposição didática externa. Fazem parte desse conjunto ministério da educação, secretarias de educação, editoras de livros didáticos, autores de livro, pesquisadores, os professores. (PAIS, 2011).

Chevallard (1997) nos fala que noosfera é a esfera dos pensadores que dialogam acerca dos processos didáticos e influenciam tais processos. As decisões tomadas nesse processo têm grande influência no que irá acontecer no processo de ensino, após esse processo ainda temos outro tipo de transposição que é chamada de transposição didática interna onde o professor atua de maneira central.

Assim pode-se pensar nos saberes passando por diversas transformações como sugere a figura:

Figura 01 – Etapas da transposição didática



Fonte: próprio autor (2021) adaptado de Bosch e Gascón (2006).

Da figura acima podemos tirar alguns questionamentos em relação a nossa discussão. O primeiro diz respeito ao papel da noosfera como responsável por transpor o saber científico em saber a ser ensinado e, depois em saber ensinado. Como esses conteúdos e seus atributos são escolhidos nessas instituições?

Isso nos traz um outro questionamento que é o papel do professor como um dos principais agentes da transposição didática interna, é pelo professor que passa a escolha do livro que será usado em sala de aula bem como do processo de ensino aprendizagem que será levado para a sala de aula.

Nas palavras de Almouloud (2007) refletindo sobre a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau² é responsabilidade do professor criar o meio para que o aluno construa o saber. O papel do livro didático é fundamental nesses casos é com ele que o professor direciona a sua prática pedagógica,

Costa e Allevalo (2010, p.2) afirmam que como o livro didático tem a função de contribuir para o ensino aprendizagem, é considerado como sendo um interlocutor, isto é, um componente que dialoga tanto com o professor quanto com os alunos. Ele é de fato uma fonte indispensável de mediação do conhecimento.

O livro didático é de suma importância no cotidiano escolar por servir como instrumento pedagógico que auxilia o professor em sua prática docente e, também, ajuda o aluno diretamente em suas atividades.

Bessa de Menezes (2010) advogava em favor de o estudante também faz um processo de transposição, ou seja, é na relação que ele estabelece com o saber que ocorre essa transposição do saber ensinado para o saber aprendido.

Por fim a questão que ressaltado é existe uma etapa da transposição didática que o aluno é fundamental que é quando o saber ensinado se torna saber aprendido, ou seja, o saber está disponível ao aluno. Ao considerar penso que é mais um motivo para trazer as relações didáticas em sala de aula para um cenário externo e não limitando o professor somente a um livro didático, mas usando esse livro juntamente com materiais pedagógicos que deem suporte a essa aula e tragam um conhecimento mais fácil e amplo aos alunos.

² A Teoria das Situações Didáticas foi concebida pelo educador francês Guy Brousseau. Nascido em 1933 em Tarza, no Marrocos.

3 O PENSAMENTO COMBINATÓRIO

O raciocínio combinatório é uma forma de pensar que permite que se levantem possibilidades e sejam analisadas as combinações das mesmas, auxiliando na compreensão de conteúdos matemáticos e de outras áreas do conhecimento (PESSOA E BORBA, 2008). Portanto, é um pensamento que deve ser visto pela escola com bons olhos e valorizado desde cedo, pois pode auxiliar os educandos no raciocínio lógico, assim como pode ajudá-los na resolução de diversos problemas relacionados ou não a matemática.

Segundo Pessoa (2009), este raciocínio desenvolve o pensamento hipotético-dedutivo, estimulando os alunos a pensarem no que é possível e não necessariamente no que é real, trazendo assim um pensamento mais amplo para os alunos, não ficando limitados somente a matemática e percebendo que ela está inserida nas demais áreas do conhecimento.

No cotidiano escolar, os discentes resolvem exercícios relacionados a análise combinatória sem saber, exatamente, o que são e para que servem. Então o que seria análise combinatória? Para Hazzan (2004), análise combinatória visa a desenvolver métodos que permitam contar o número de elementos de um conjunto, sendo estes agrupamentos formados sob certas condições.

Dante (2008) refere-se a problemas que envolvem o cálculo do número de agrupamentos que podem ser feitos com os elementos de um ou mais conjuntos, submetidos a certas condições. De acordo com Barreto Filho e Silva (2000), análise Combinatória constitui um ramo da Matemática, que tem por objetivo resolver problemas que consistem, basicamente, em escolher e agrupar elementos de um conjunto. Conforme Souza (2013), tais problemas são situações que envolvem contagem de possíveis agrupamentos de elementos de um ou mais conjuntos.

Para Dante autor de livros didáticos, utilizados para o ensino de análise combinatória, é um ramo matemático que envolve técnicas de contagem que formam problemas e posteriormente soluções de determinados agrupamentos sob certas condições.

Segundo Anbrozi (2017) a análise combinatória é um ramo da Matemática que explica como formar e contar agrupamentos através de técnicas de contagem, sendo que os elementos se agrupam pela ordem ou por sua natureza.

Percebemos que a combinatória está presente tanto no nosso cotidiano, seja na escolha de determinadas peças de roupa e suas variadas possibilidades e, também no cotidiano escolar onde é colocada de maneira explícita.

3.1 PESQUISAS QUE TRATAM DO ENSINO DE ANALISEM COMBINATORIA

Nesta seção discutiremos algumas pesquisas realizadas no contexto educacional, relacionadas ao ensino de análise combinatória. Silva (2016) e Melo (2018) têm desenvolvido pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem desse conteúdo e proposto estratégias para o desenvolvimento do pensamento combinatório e a importância que o livro didático tem nesse contexto.

Dentre os estudos realizados nessa direção, são trazidas, aqui, ideias propostas por Melo (2018), esse pesquisador procura discutir sobre a ecologia do saber, o seu

enfoque traz a análise combinatória, documentos oficiais e livros didáticos da educação básica. O desenvolvimento da pesquisa, contempla um pouco sobre a História acerca do conteúdo em questão nos documentos oficiais e livros didáticos. Coloca em discussão as reformas educacionais de Campos e Capanema, nos programas mínimos de Simões Filho, no movimento da matemática moderna³ e na educação matemática. Aponta evidências que os documentos oficiais foram mudados ao longo do tempo, mas, os livros didáticos continuam trazendo em seus núcleos o mesmo conteúdo até os dias atuais.

Outra pesquisa relevante nessa área é a de Silva (2016), contempla a Combinatória: abordagem em documentos oficiais. A sua pesquisa teve como objetivo principal analisar o tema análise combinatória presente em documentos curriculares, em livros didáticos e em pesquisas a fim de observar possíveis convergências nas abordagens desse conteúdo. Os dados coletados pelo pesquisador levaram-no a considerar existir uma igualdade entre o tratamento que livros didáticos dão à combinatória e o tratamento dado por pesquisas e documentos oficiais, mas, ele pondera que existe uma necessidade de maior atenção aos anos iniciais do ensino fundamental, já que é lá que começa a ser desenvolvido o pensamento matemático e por consequência o pensamento combinatório e também destaca que os livros didáticos devem trazer orientações mais concisas visando auxiliar o professor em suas aulas.

Fica claro com isso que o tratamento dado a análise combinatória nos livros didáticos e conseqüentemente em sala de aula por parte do professor pouco mudou através do tempo e das reformas educacionais, deixando assim a matéria carente de recursos metodológicos, ancorando-se apenas no livro didático como principal recurso usado pelo professor.

4 A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR

A base nacional comum curricular (BNCC) é um documento que norteia a educação nacional e traz consigo em suas competências gerais que os estudantes tenham uma formação integral, comprometido com a “construção intencional de processos educativos que promovam aprendizagens sintonizadas com as necessidades, as possibilidades e os interesses dos estudantes e, também, com os desafios da sociedade contemporânea” (BRASIL, 2018, p.14).

Conseguimos perceber nesse primeiro momento que a base está preocupada em desenvolver no estudante a capacidade de usar o conhecimento que ele adquiriu da escola no seu dia a dia, não que seja obrigatório o uso de todos os conteúdos vistos em sala de aula pelo estudante no cotidiano, mas quando ele consegue fazer essa ligação entre o saber que ele aprende na escola e suas vivências diárias ele sente que o aprendizado faz sentido.

Em relação a análise combinatória na Base Nacional Comum Curricular - BNCC é proposto a progressão ano a ano, a partir da “compreensão e utilização de novas ferramentas e, também na complexidade das situações-problema propostas, cuja

³ O Movimento da Matemática Moderna foi um movimento internacional do ensino de matemática que surgiu na década de 1960 e se baseava na formalidade e no rigor dos fundamentos da teoria dos conjuntos e da álgebra para o ensino e a aprendizagem de Matemática

resolução exige a execução de mais etapas ou noções de unidades temáticas” (BRASIL, 2018, p.277).

Dessa forma, os problemas envolvendo contagem iniciariam de situações em que fosse permitido descrever todos os casos possíveis (durante o ensino fundamental) para que posteriormente fossem resolvidos “[...] por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas [...]” (BRASIL, 2018, p.548). Trazendo assim uma noção de raciocínio combinatório progressivo, isso corrobora com o que também é defendido pela BNCC ao afirmar os problemas de contagem devem ir progredindo de forma que, posteriormente, devem estar restritos àquelas cujas resoluções dependem da aplicação dos princípios multiplicativo e aditivo e do princípio da casa dos pombos (BRASIL, 2018).

Vemos que a análise combinatória é trazida desde o ensino fundamental com problemas simples e sem a alcunha de análise combinatória que é introduzida apenas no segundo ano do ensino médio com esse nome, fazendo assim com que o ensino de tal matéria seja trazido de forma gradativa para que os alunos tenham tempo de desenvolver um pensamento combinatório por conta própria sem tantas formulas e métodos mecanizados.

Tratando especificamente do Ensino Médio, a BNCC da área de Matemática e suas Tecnologias propõe a consolidação, a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental (BRASIL, 2018). Dessa maneira ela organizou a elaboração curricular por unidades agrupando os conhecimentos em três áreas: Números e Álgebra, Geometria e Medidas e Probabilidade e Estatística. Nessa etapa, os conhecimentos de combinatória estão inseridos nessa última área citada anteriormente.

A habilidade referente a combinatória destinada ao Ensino Médio é a de “resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore” (BRASIL, 2018, p. 546).

Vimos que a BNCC no ensino médio traz apenas uma habilidade a ser desenvolvida pelos estudantes acerca da análise combinatória e pouco comenta como essa habilidade pode ser desenvolvida, deixando assim uma lacuna entre os documentos que o professor tem que seguir, qual seja a BNCC e as metodologias utilizadas em sala de aula.

5 METODOLOGIA

O presente trabalho é de natureza qualitativa, já que não busca analisar os fenômenos através dos números ou dados estatísticos. Conforme Bogdan e Blicken (1994), o pesquisador se torna o principal instrumento e o ambiente natural. As fontes utilizadas na coleta de dados, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2006), podem vir de diversos tipos de matérias como análise de textos pessoais dos sujeitos da pesquisa, entrevistas, manuais, documentos oficiais, livros, atividades desenvolvidas em sala de aula, dentre outras.

O presente estudo tem como característica uma análise inicial, acerca de um assunto amplo, entendi que o mesmo, se aproxima de uma pesquisa exploratória a fim de conhecer sobre o ambiente ou objeto de estudo, onde a investigação nos traz caminhos para o pesquisador ampliar e aprofundar uma investigação maior. E, ainda

este tipo de pesquisa busca tornar o problema mais explícito, pretendendo uma maior familiaridade com a temática e a partir daí analisar, classificar e interpretar, procurando descrevê-lo (FIORENTINI E LORENZATO, 2006).

Nesse sentido a pesquisa se limita a análise inicial do conceito de análise combinatória trazido no livro didático do segundo ano do ensino médio e como esse conceito facilita ou não o trabalho metodológico do professor em sala de aula.

Assim, a investigação ocorreu com os seguintes passos para a construção da pesquisa: num primeiro momento, fizemos uma catalogação de trabalhos científicos e escolhemos um livro que poderiam contribuir para a realização desta pesquisa; depois identificamos no livro didático os elementos conceituais sobre a análise combinatória; em seguida, analisamos as aproximações e distanciamentos entre o que existe na BNCC e no livro didático.

Tal direção metodológica permitiu uma reflexão acerca da proposta apresentada anteriormente, facilitando a visão sobre as potencialidades, possibilidades e dificuldades encontradas no ensino de combinatória trazido no livro didático.

6 ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO SOB O PONTO DE VISTA DA BNCC

O livro didático é uma das mais importantes ferramentas pedagógicas utilizadas por professores para preparar e ministrar suas aulas, pois ele complementa o conhecimento do professor e expande seus horizontes a respeito dos conteúdos abordados, além de funcionar como ferramenta de atualização pedagógica para o professor.

Adiante analisaremos as características relativas ao ensino de combinatória no livro didático do segundo ano do ensino médio; de maneira especial, centra-se na análise da abordagem do conceito inicial de análise combinatória trazido no livro didático e verificando se esta abordagem ajuda a compreensão deste conceito pelo aluno e favorece o professor na sua elaboração didática e na gestão das aulas.

Figura 2: Introdução a análise combinatória



Fonte: contexto & aplicações (2013).

O autor introduz o conceito de análise combinatória em menos de uma página na forma de um texto, fazendo um paralelo de como uma criança contaria um determinado número de moedas e como um adulto faria essa mesma contagem, ele tenta introduzir o conceito de combinatória de maneira contextualizada, mas logo depois traz uma questão que deve ser feita em dupla pelos alunos, essa questão traz alguns elementos de combinatória, mas que em nenhum momento ficam claros para os alunos. Entendi como um exercício de soma e não de combinatória.

Outro elemento que considerei importante, diz respeito aos aspectos históricos sobre combinatória e, que são esquecidos pelo autor, em nenhum momento ele cita de onde veio esse conteúdo, apenas apresenta o conteúdo e depois coloca os alunos para fazer o exemplo citado anteriormente.

Em seguida o autor traz algumas questões resolvidas que devem ser vistas pelos alunos e interpretadas. Inicialmente, o autor aponta o título do conteúdo e depois coloca os problemas combinatórios.

Figura 3: Introdução a análise combinatória.

1 Princípio da multiplicação ou princípio fundamental da contagem

Acompanhe a seguir a resolução de alguns problemas.

1º) Uma pessoa quer viajar de Recife a Porto Alegre passando por São Paulo. Sabendo que há 5 roteiros diferentes para chegar a São Paulo partindo de Recife e 4 roteiros diferentes para chegar a Porto Alegre partindo de São Paulo, de quantas maneiras possíveis essa pessoa poderá viajar de Recife a Porto Alegre? Para facilitar a compreensão, vamos utilizar os esquemas seguintes:

Para refletir
Dizemos que a viagem de Recife a Porto Alegre é um evento composto de duas etapas sucessivas e independentes. Quais são elas?

Total de possibilidades: $5 \cdot 4 = 20$.
São elas: 1A, 1B, 1C, 1D, 2A, 2B, 2C, 2D, 3A, 3B, 3C, 3D, 4A, 4B, 4C, 4D, 5A, 5B, 5C e 5D.
Portanto, há 20 maneiras possíveis de viajar de Recife a Porto Alegre passando por São Paulo.

2º) Ao lançarmos uma moeda e um dado, temos as seguintes possibilidades para o resultado (sendo C: cara e \bar{C} : coroa):

Fique atento!
A esse segundo esquema damos o nome de **árvore de possibilidades** ou **diagrama de árvore**.

Observe que o evento tem duas etapas, com 2 possibilidades em uma e 6 possibilidades em outra, totalizando 12 possibilidades ($2 \cdot 6 = 12$).

De modo geral, podemos dizer:

Se um evento é composto de duas etapas sucessivas e independentes de tal maneira que o número de possibilidades na 1ª etapa é m e para cada possibilidade da 1ª etapa o número de possibilidades na 2ª etapa é n , então o número total de possibilidades de o evento ocorrer é dado pelo produto $m \cdot n$.

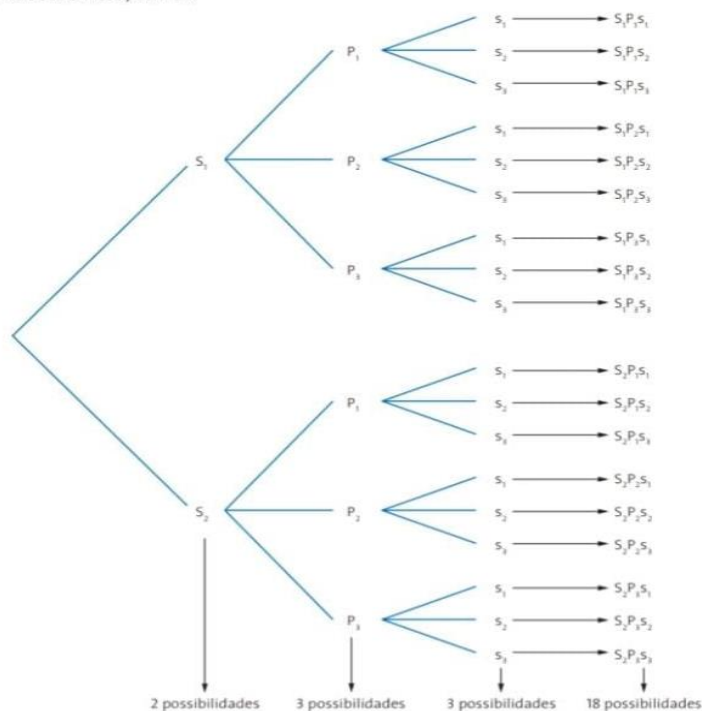
Esse é o **princípio fundamental da contagem**.

Observação: O produto dos números de possibilidades vale para qualquer número de etapas independentes.

Fonte: contexto & aplicações (2013).

Figura 4: Introdução a análise combinatória.

3º) Em um restaurante há 2 tipos de salada, 3 tipos de pratos quentes e 3 tipos de sobremesa. Quais e quantas possibilidades temos para fazer uma refeição com 1 salada, 1 prato quente e 1 sobremesa? Representando por S_1 e S_2 os 2 tipos de salada; por P_1, P_2 e P_3 os 3 tipos de pratos quentes; e por s_1, s_2 e s_3 os 3 tipos de sobremesa, temos:



Portanto, o número total de possibilidades é $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$.

4º) Com os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7:

a) Quantos números de 3 algarismos podemos formar?

centena dezena unidade

Há 7 possibilidades para a centena (0 não é permitido), 8 para a dezena e 8 para a unidade. Portanto, podemos formar 448 números ($7 \cdot 8 \cdot 8 = 448$).

b) Quantos números de 3 algarismos distintos podemos formar?

centena dezena unidade

Com 3 algarismos distintos, há 7 possibilidades para a centena, 7 para a dezena e 6 para a unidade. Portanto, podemos formar 294 números ($7 \cdot 7 \cdot 6 = 294$) de 3 algarismos distintos com os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7.

Para refletir

O zero é excluído do algarismo das centenas, pois o número considerado deve ter 3 algarismos. Justifique.

Como podemos observar nas figuras de número 3 e 4 os problemas trazidos são tradicionais e corriqueiros em livros que tratam acerca de análise combinatória, o

problema de número 1 trata de introduzir o conceito do princípio fundamental da contagem e sua resolução é feita em forma de diagramas onde o aluno pode acompanhar e verificar o resultado de forma direta contando o número de possibilidades que a questão traz, já na questão de número 2 e 3 o autor traz um novo método de resolver questões de combinatória a árvore de possibilidades ou diagrama da árvore um método esse que a própria BNCC sugere que seja trabalhado em questões desse tipo; o problema de número quatro também muito tradicional na combinatória traz a pergunta de quantas formas podemos formar determinados números com alguns restrições que o texto da questão nos coloca e o autor já traz a resolução desse exercício de forma bem mais direta sem o uso de diagramas ou ilustrações ele usa apenas a forma matemática de resolver a questão dando assim mais uma possibilidade de o educando resolver as questões sem precisar dos diagramas e ilustrações.

A BNCC nos traz uma habilidade referente a combinatória destinada ao Ensino Médio é a de “resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore” (BRASIL, 2018, p. 546).

O autor traz o que a BNCC pede em sua habilidade referente ao conteúdo aqui exposto e nada mais que isso, nas páginas que se seguem como é visto na figura 4 é trazido questões para os alunos resolverem, mas que em nada diferem daquelas propostas por ele como forma de o conteúdo ser introduzido, fazendo com isso que os alunos apenas repitam o procedimento colocado por ele no livro.

Queremos destacar ainda que a análise do livro em relação aos documentos oficiais, a necessidade de mudanças, tanto na forma como é trazido o conteúdo em questão pelo livro didático quanto na forma como é colocado na BNCC que por sua vez pouco ressalta esse conteúdo, fazendo referência a ele apenas uma vez na competência de número 3 em uma de suas habilidades a serem desenvolvidas pelo aluno, isso nos mostra que a análise combinatória é tratada de forma secundária em relação a outros conteúdos trazidos pela BNCC. Bem como, as funções que têm relação de destaque com várias habilidades e competências voltadas para elas, por se tratar de uma matéria importante para o raciocínio lógico e combinatório na visão desse estudo ela deveria ser tratada com mais afinco por parte das autoridades que compõem a educação.

A transformação desse conteúdo passa tanto por uma melhor colocação dele dentro da BNCC, quanto por uma melhor elaboração didática dos livros que poderiam trazer uma maior variedade de questões e resoluções e não ficarem apenas focados em uma forma de resolver as questões e assim mecanizando a matéria o que traz uma piora no ensino já que o professor tem que seguir o livro didático em sua ementa e com isso fica limitado aquela linguagem mecanizada que o livro traz, prejudicando tanto o professor que fica limitado aquelas situações quanto o aluno que poderia ver esse conteúdo de uma forma mais contextualizada e sem tanta repetição o que traz uma piora no aprendizado desse aluno.

7 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

O objetivo principal do trabalho foi analisar as aproximações e distanciamentos entre o livro didático e a BNCC, sob o ponto de vista da noção de Transposição Didática.

Os resultados apontam que tanto o livro didático quanto a BNCC precisam melhorar no trato com a análise combinatória. O livro didático carece de uma melhor abordagem didática por parte do autor, trazendo mais situações contextualizadas e que tenham significado para o aluno e não se limitando a mera mecanização do conteúdo.

Já a BNCC, deveria acrescentar recomendações e torná-la mais claras sobre a análise combinatória. Observamos que esse conteúdo não é tratado de forma cuidadosa nesse documento. Pois, o mesmo, se limita em colocar apenas uma habilidade a ser desenvolvida pelo aluno.

Falando um pouco mais sobre o livro didático, fica claro que o professor não pode e não deve se limitar a visão de um autor e sim transcendê-la com materiais didáticos e sua própria visão acerca do conteúdo abordado trazendo assim uma perspectiva diferente e mais humana para o ensino de matemática.

8 REFERÊNCIAS

ALMOULOU, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. 1. ed. Curitiba: Editora UFPR, 2007. v. 1. 218p.

ANBROZI, L **Jogos em uma sequência didática para o ensino de análise combinatória**. Caxias do Sul, 2017.

BARRETO FILHO, B.; SILVA, C. X. da. **Matemática aula por aula**. São Paulo: FTD, 2000.

BESSA DE MENEZES, M. **Praxeologia do Professor e do Aluno: uma análise das diferenças no ensino de equações do segundo grau**. Tese de Doutorado, UFPE, 2010.

BOGDAN, R. ; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução a teoria e aos métodos**. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto:Porto Editora, 1994.

BOSCH, M.; GASCÓN, J. 25 años de Transposición Didáctica. In: RUIZ-HIGUERAS, L.; ESTEPA, A.; GARCÍA, F. J. **Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la teoría Antropológica de lo Didáctico**. Jaén: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Jaén., 2006. p. 385-406.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

BRITO MENEZES, A.P.A.. **Contrato Didático e Transposição Didática: InterRelações entre os Fenômenos Didáticos na Iniciação à Álgebra na 6º Série do Ensino Fundamental**. Tese de Doutorado, UFPE, 2006.

CHEVALLARD, Y. **La Transposición Didáctica Del Saber Sabio Al Saber Enseñado**. Tradução de CLAUDIA GILMAN. 1ª. ed. Buenos Aires: Aique, 1997. Título original (La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné. (Original de 1991).

- COSTA, Manoel dos S.; ALLEVATO, Norma S. G. Livro didático de **Matemática: análise de professores polivalentes em relação ao ensino de Geometria**. Revista Vidya, Santa Maria, v. 30, n. 2, p. 71-80, jul./dez., 2010.
- DANTE, L. R. **Matemática**. São Paulo: Ática, 2008.
- DANTE, L.R. **Contexto e Aplicações**. São Paulo, Atica,2013.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO. S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.
- HAZZAN, S. **Fundamentos de matemática elementar, combinatória e probabilidade**. 7. ed. São Paulo: Atual, 2004.
- MELO, M.A.P. **Ecologia do Saber: o caso da análise combinatória em documentos oficiais e livros didáticos da educação básica**. Tese. Doutorado em Educação da UFPE. Recife: UFPE, 2018.
- PAIS, L. C. **Didática da Matemática; uma análise da influência francesa**. 3ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.
- PESSOA, Cristiane; BORBA, Rute. Como crianças de 1ª à 4ª série resolvem problemas de raciocínio combinatório? In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, II, 2003, Recife Anais... Recife – UFRPE: SIPEMAT, 2008. ____
- PESSOA, Cristiane. **Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório do 2º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio**. Tese. Doutorado em Educação da UFPE. Recife: UFPE, 2009.
- SOUZA, J. R. DE. **NOVO OLHAR À MATEMÁTICA**. 2. ED. SÃO PAULO: FTD, 2013.