

DESENVOLVIMENTO DE FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA RESOLUÇÃO DE CIRCUITOS RESISTIVOS

Gabriel Batista Silveira da Silva

gabrielsilv42@gmail.com

Bruno Albuquerque Dias

bruno.dias@pesqueira.ifpe.edu.br

RESUMO

Este artigo apresenta o desenvolvimento de uma ferramenta computacional em Python voltada à resolução de circuitos elétricos resistivos em corrente contínua, com ênfase no apoio ao ensino e à aprendizagem na área de Engenharia Elétrica. O sistema implementa métodos clássicos de análise, tais como análise nodal, análise de malhas e os teoremas de Thévenin e Norton, permitindo ao usuário inserir manualmente os parâmetros do circuito e obter automaticamente os resultados numéricos correspondentes. A modelagem matemática é realizada por meio da formulação matricial de sistemas lineares, resolvidos computacionalmente com o auxílio de bibliotecas específicas da linguagem. Os resultados obtidos foram validados por comparação com cálculos teóricos manuais, evidenciando elevada precisão e confiabilidade. A ferramenta demonstrou potencial para reduzir erros algébricos, otimizar o tempo de resolução e contribuir significativamente para a consolidação dos conceitos fundamentais da análise de circuitos elétricos.

Palavras-chave: Circuitos elétricos. Análise nodal. Análise de malhas. Python. Ensino de engenharia.

ABSTRACT

This paper presents the development of a computational tool in Python aimed at solving resistive direct current electrical circuits, with emphasis on supporting teaching and learning in the field of Electrical Engineering. The system implements classical analysis methods, such as nodal analysis, mesh analysis, and Thévenin's and Norton's theorems, allowing the user to manually input circuit parameters and automatically obtain the corresponding numerical results. The mathematical modeling is carried out through the matrix formulation of linear systems, which are computationally solved with the assistance of specific libraries available in the language. The obtained results were validated through comparison with manual theoretical calculations, demonstrating high accuracy and reliability. The tool showed potential to reduce algebraic errors, optimize solution time, and significantly contribute to the consolidation of fundamental concepts in electrical circuit analysis.

Keywords: Electrical circuits. Nodal analysis. Mesh analysis. Python. Engineering education.

1 INTRODUÇÃO

A análise de circuitos elétricos constitui uma das bases fundamentais da Engenharia Elétrica, sendo essencial para a compreensão e o desenvolvimento de sistemas elétricos e eletrônicos presentes em aplicações industriais, comerciais e acadêmicas. Segundo Charles K. Alexander e Matthew N. O. Sadiku (2013), a teoria de circuitos representa um dos pilares da formação em engenharia, uma vez que permite compreender o comportamento de sistemas elétricos por meio de modelos matemáticos e físicos.

Desde os primeiros períodos da graduação, os estudantes entram em contato com métodos clássicos de resolução de circuitos, como as Leis de Kirchhoff, a análise nodal e a análise de malhas, que possibilitam determinar grandezas elétricas como tensões, correntes e potências. De acordo com James W. Nilsson e Riedel (2016), esses métodos constituem ferramentas fundamentais para a modelagem e análise de redes elétricas lineares.

Entretanto, à medida que os circuitos se tornam mais complexos, o processo de resolução manual passa a ser cada vez mais suscetível a erros, além de demandar maior tempo e esforço cognitivo. Circuitos com múltiplos nós, diversas fontes independentes e grande quantidade de resistores podem gerar sistemas extensos de equações lineares, dificultando tanto o aprendizado quanto a validação dos resultados obtidos. Conforme destaca William H. Hayt et al. (2019), a análise de circuitos complexos frequentemente exige elevado rigor matemático, principalmente quando há múltiplas variáveis interdependentes.

Nesse contexto, o uso de ferramentas computacionais surge como um importante aliado tanto no processo de ensino-aprendizagem quanto no apoio à análise técnica. Segundo Python Software Foundation, a linguagem Python destaca-se por sua simplicidade sintática, portabilidade e ampla disponibilidade de bibliotecas voltadas para aplicações científicas e computacionais. Além disso, conforme observado por Wes McKinney (2022), o crescimento do uso do Python em aplicações acadêmicas e científicas está diretamente associado à facilidade de implementação de algoritmos matemáticos e numéricos.

A utilização de ferramentas computacionais no ensino de Engenharia também vem sendo amplamente discutida na literatura acadêmica. Segundo Silva e Pereira (2021), o uso de softwares educacionais contribui significativamente para a redução de dificuldades relacionadas à abstração matemática em disciplinas técnicas, permitindo maior interação entre teoria e prática. Nesse mesmo contexto, Souza et al. (2020) afirmam que ferramentas computacionais aplicadas à análise de circuitos favorecem o desenvolvimento do raciocínio lógico e aumentam a confiabilidade na obtenção dos resultados.

Diante desse cenário, este trabalho propõe o desenvolvimento de uma ferramenta computacional, implementada em Python, capaz de resolver circuitos elétricos resistivos em corrente contínua (CC) por meio de diferentes métodos consagrados da análise de circuitos. O sistema permite ao usuário escolher entre cinco abordagens distintas: análise nodal, análise de malhas, resistência equivalente, Teorema de Thévenin e Teorema de Norton.

O objetivo principal do artigo é demonstrar que a aplicação de técnicas de programação pode reduzir erros de cálculo, otimizar o tempo de resolução e facilitar a compreensão dos métodos teóricos, contribuindo de forma significativa para o aprendizado em disciplinas relacionadas à análise de circuitos elétricos. Conforme

destacado por Alexander e Sadiku (2013), “a análise sistemática de circuitos depende diretamente da correta formulação matemática do problema”, o que reforça a importância da automatização computacional como ferramenta de apoio ao aprendizado e à validação dos resultados.

Como objetivos específicos, destacam-se: (i) implementar computacionalmente métodos clássicos de análise de circuitos CC; (ii) validar os resultados obtidos por meio da comparação com cálculos teóricos manuais; (iii) analisar o desempenho do sistema em circuitos de diferentes níveis de complexidade; e (iv) discutir possibilidades de expansão da ferramenta para aplicações futuras.

Este artigo está organizado da seguinte forma: a Seção 2 apresenta a fundamentação teórica necessária para a compreensão dos métodos utilizados; a Seção 3 descreve a metodologia adotada no desenvolvimento do sistema; a Seção 4 apresenta os resultados obtidos e sua respectiva análise; a Seção 5 traz as considerações finais; e, por fim, são listadas as referências utilizadas.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Circuitos Elétricos em Corrente Contínua

Circuitos elétricos em corrente contínua (CC) são sistemas elétricos nos quais as grandezas elétricas, como tensão e corrente, apresentam valores constantes ao longo do tempo. Nesse tipo de circuito, as fontes de energia fornecem uma diferença de potencial constante, o que resulta em correntes elétricas estacionárias após o estabelecimento do regime permanente. Esse comportamento diferencia os circuitos de corrente contínua dos circuitos de corrente alternada, nos quais as grandezas elétricas variam periodicamente.

Os circuitos CC são amplamente empregados em diversas aplicações tecnológicas, incluindo fontes de alimentação eletrônicas, sistemas embarcados, equipamentos de instrumentação e dispositivos eletrônicos de baixo consumo. Em muitos casos, esses circuitos representam a base para o estudo inicial da análise de circuitos em cursos de Engenharia Elétrica e áreas correlatas.

Os principais elementos presentes em circuitos de corrente contínua incluem resistores, fontes independentes de tensão ou corrente e condutores ideais. Os resistores são responsáveis por limitar a corrente elétrica e dissipar energia sob a forma de calor, enquanto as fontes independentes fornecem energia ao sistema. A análise desses circuitos baseia-se em princípios fundamentais da eletricidade, permitindo determinar grandezas importantes como tensões nos nós, correntes nos ramos e potência dissipada nos elementos.

A compreensão do comportamento desses circuitos é fundamental para o desenvolvimento de sistemas elétricos e eletrônicos mais complexos. Dessa forma, diferentes métodos de análise foram desenvolvidos ao longo do tempo, permitindo resolver circuitos de maneira sistemática e eficiente, tanto manualmente quanto por meio de ferramentas computacionais.

2.2 Lei de Ohm

A Lei de Ohm constitui um dos princípios fundamentais da análise de circuitos elétricos. Ela estabelece a relação entre três grandezas elétricas básicas: tensão elétrica, corrente elétrica e resistência. Essa relação pode ser expressa matematicamente, conforme a equação 1:

$$V = R \times I \quad (1)$$

em que:

- V representa a tensão elétrica aplicada ao elemento, medida em volts (V);
- R representa a resistência elétrica do elemento, medida em ohms (Ω);
- I representa a corrente elétrica que percorre o elemento, medida em ampères (A).

A Lei de Ohm descreve o comportamento dos chamados elementos ôhmicos, nos quais a relação entre tensão e corrente é linear. Em um resistor ideal, o aumento da tensão aplicada provoca um aumento proporcional da corrente elétrica que circula no componente.

De acordo com Charles K. Alexander e Matthew N. O. Sadiku (2013), “a Lei de Ohm é talvez a mais importante relação matemática na teoria de circuitos elétricos”, pois serve de base para praticamente todos os métodos clássicos de análise. Além disso, James W. Nilsson e Riedel (2016) destacam que a linearidade presente nos elementos resistivos simplifica significativamente a formulação matemática de circuitos elétricos.

Esse princípio é amplamente utilizado na análise de circuitos resistivos, pois permite determinar correntes ou tensões desconhecidas a partir do conhecimento das demais grandezas elétricas envolvidas. Além disso, a Lei de Ohm desempenha papel fundamental na formulação das equações utilizadas em métodos sistemáticos de análise, como a análise nodal e a análise de malhas.

2.3 Leis de Kirchhoff

As Leis de Kirchhoff representam um conjunto de princípios fundamentais baseados nas leis de conservação da física, sendo amplamente utilizadas para a análise de circuitos elétricos mais complexos. Essas leis foram formuladas pelo físico alemão Gustav Kirchhoff e permitem estabelecer relações entre correntes e tensões em diferentes partes de um circuito.

A Primeira Lei de Kirchhoff, conhecida como Lei das Correntes de Kirchhoff (LKC), baseia-se no princípio da conservação da carga elétrica. De acordo com essa lei, a soma algébrica das correntes que entram em um nó de um circuito deve ser igual à soma das correntes que saem deste mesmo nó. Em termos matemáticos, essa relação pode ser expressa, conforme a equação 2:

$$\sum I = 0 \quad (2)$$

Em que as correntes que entram no nó são consideradas positivas e as que saem são consideradas negativas (ou vice-versa, dependendo da convenção adotada). Essa lei garante que não há acúmulo de carga em um nó do circuito.

A Segunda Lei de Kirchhoff, conhecida como Lei das Tensões de Kirchhoff (LKT), baseia-se no princípio da conservação da energia. Ela estabelece que a soma algébrica das tensões em qualquer malha fechada de um circuito é igual a zero. Isso significa que toda energia fornecida pelas fontes é dissipada ou armazenada pelos elementos do circuito.

Matematicamente, essa relação pode ser representada conforme a equação 3:

$$\sum V = 0 \quad (3)$$

Essas duas leis formam a base para diversos métodos sistemáticos de análise de circuitos elétricos, permitindo a construção de equações que descrevem o comportamento completo do sistema elétrico.

2.4 Análise Nodal

A análise nodal é um dos métodos mais utilizados para determinar o comportamento elétrico de um circuito. Esse método baseia-se na aplicação da Lei das Correntes de Kirchhoff em cada nó do circuito, com o objetivo de determinar as tensões nodais em relação a um nó de referência, geralmente denominado nó terra.

Inicialmente, escolhe-se um nó do circuito como referência de potencial zero. Em seguida, aplica-se a LKC aos demais nós, considerando as correntes que entram e saem de cada ponto do circuito. Utilizando a Lei de Ohm, cada corrente pode ser expressa em função das tensões nodais e das resistências associadas.

Como resultado, obtém-se um conjunto de equações lineares que descreve o comportamento do circuito. Essas equações podem ser organizadas em forma matricial, permitindo uma solução sistemática por meio de métodos algébricos ou computacionais.

A forma matricial do método pode ser representada, conforme a equação 4:

$$A \times V = I \quad (4)$$

em que:

- A representa a matriz de condutâncias do circuito;
- V representa o vetor das tensões nodais desconhecidas;
- I representa o vetor de correntes independentes associadas às fontes.

Segundo Alexander e Sadiku (2013), a análise nodal apresenta elevada eficiência computacional, principalmente em circuitos com grande quantidade de nós. Complementarmente, Hayt et al. (2019) destacam que a formulação matricial da análise nodal favorece sua implementação em softwares de simulação e algoritmos numéricos.

A análise nodal apresenta grande eficiência na resolução de circuitos com elevado número de nós e é particularmente adequada para implementação em algoritmos computacionais.

2.5 Análise de Malhas

A análise de malhas é outro método sistemático amplamente utilizado na resolução de circuitos elétricos. Diferentemente da análise nodal, esse método baseia-se na aplicação da Lei das Tensões de Kirchhoff em malhas independentes do circuito.

Inicialmente, são definidas correntes fictícias denominadas correntes de malha, que percorrem cada malha independente do circuito. Essas correntes são escolhidas arbitrariamente em um determinado sentido, geralmente horário, embora qualquer direção possa ser adotada desde que mantida consistentemente ao longo da análise.

Em seguida, aplica-se a Lei das Tensões de Kirchhoff em cada malha, considerando as quedas de tensão nos resistores e as tensões fornecidas pelas fontes. As quedas de tensão são expressas em função das correntes de malha e das resistências associadas, utilizando a Lei de Ohm.

O resultado desse procedimento é um sistema de equações lineares que relaciona as correntes de malha do circuito. Assim como na análise nodal, essas equações podem ser organizadas em forma matricial, permitindo a resolução eficiente por meio de técnicas computacionais.

Nilsson e Riedel (2016) afirmam que a análise de malhas apresenta vantagens significativas em circuitos planares, pois reduz a quantidade de incógnitas envolvidas no sistema. Além disso, Alexander e Sadiku (2013) destacam que o método fornece interpretação física intuitiva das correntes que circulam nas diferentes regiões do circuito.

A análise de malhas é particularmente eficiente em circuitos planares com número reduzido de malhas, pois geralmente resulta em um número menor de equações quando comparado ao método nodal.

2.6 Formulação Matricial dos Circuitos

A análise sistemática de circuitos elétricos frequentemente resulta em sistemas de equações lineares. Esses sistemas podem ser representados de forma compacta por meio da formulação matricial, amplamente utilizada em métodos computacionais.

De forma geral, o sistema pode ser representado, conforme a equação 5:

$$A \times X = b \quad (5)$$

em que:

- A representa a matriz de coeficientes do sistema;
- X representa o vetor das incógnitas do circuito, que podem corresponder a tensões nodais ou correntes de malha;
- b representa o vetor associado às fontes independentes presentes no circuito.

A resolução desse tipo de sistema pode ser realizada por diferentes métodos numéricos, como a eliminação de Gauss, fatoração LU ou métodos iterativos. Em aplicações computacionais, bibliotecas matemáticas especializadas são frequentemente utilizadas para realizar essas operações de forma eficiente e precisa.

A utilização da formulação matricial permite que circuitos com grande número de elementos sejam analisados rapidamente por meio de algoritmos implementados em linguagens de programação.

2.7 Teoremas de Thévenin e Norton

Os teoremas de Thévenin e Norton são ferramentas fundamentais para a simplificação de circuitos lineares. Esses teoremas permitem substituir uma rede elétrica complexa por um circuito equivalente mais simples, mantendo o mesmo comportamento elétrico observado nos terminais de interesse.

O Teorema de Thévenin estabelece que qualquer circuito linear pode ser substituído por uma fonte de tensão equivalente em série com uma resistência equivalente. A tensão equivalente corresponde à tensão em circuito aberto nos terminais analisados, enquanto a resistência equivalente é obtida a partir da desativação das fontes independentes do circuito original.

Por sua vez, o Teorema de Norton estabelece que o mesmo circuito pode ser representado por uma fonte de corrente equivalente em paralelo com uma resistência equivalente. A corrente equivalente corresponde à corrente de curto-circuito entre os terminais analisados.

Segundo Alexander e Sadiku (2013), esses teoremas simplificam significativamente a análise de circuitos com cargas variáveis. Hayt et al. (2019) complementam afirmando que os equivalentes de Thévenin e Norton são amplamente utilizados em projetos elétricos e eletrônicos devido à sua capacidade de reduzir redes complexas a modelos matemáticos simplificados.

Esses dois teoremas são equivalentes e podem ser convertidos um no outro por meio da relação entre tensão, corrente e resistência. A equivalência entre os modelos é dada conforme a equação 6:

$$I_n = \frac{V_{th}}{R_{th}}, R_n = R_{th} \quad (6)$$

Essa dualidade permite flexibilidade na análise, sendo o modelo de Norton particularmente útil em circuitos com múltiplas cargas em paralelo.

2.8 Aplicações Computacionais na Análise de Circuitos

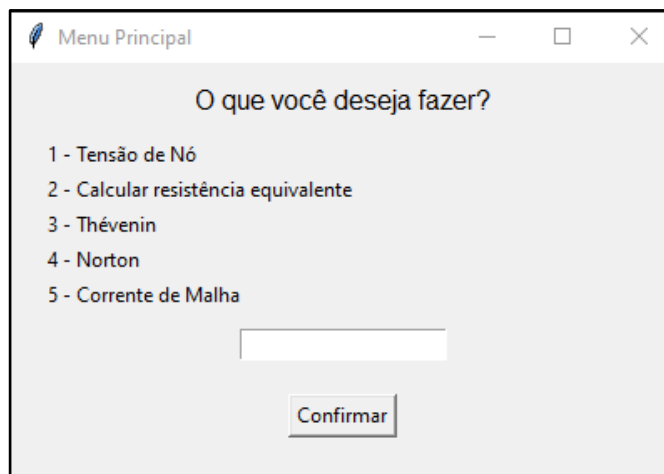
O avanço das ferramentas computacionais tem possibilitado o desenvolvimento de métodos automatizados para a análise de circuitos elétricos. A utilização de softwares e linguagens de programação permite realizar cálculos complexos de forma rápida e precisa, reduzindo significativamente a ocorrência de erros humanos associados à resolução manual de equações.

Entre as diversas linguagens disponíveis, o Python destaca-se por sua simplicidade, versatilidade e ampla disponibilidade de bibliotecas científicas. Bibliotecas como NumPy, por exemplo, oferecem funções otimizadas para manipulação de matrizes e resolução de sistemas de equações lineares, tornando a implementação de algoritmos de análise de circuitos mais eficiente.

Manrique e Póvoa (2020) destacam que softwares educacionais aplicados à engenharia favorecem o processo de aprendizagem ao aproximar teoria e prática. Além disso, o uso de ferramentas computacionais permite automatizar processos repetitivos, testar diferentes configurações de circuitos e analisar sistemas de maior complexidade. Dessa forma, a integração entre teoria de circuitos e programação computacional representa uma abordagem poderosa tanto para aplicações

acadêmicas quanto para aplicações profissionais na área de engenharia, na Figura 1, é possível ver a tela inicial do software desenvolvido nesse trabalho.

Figura 1 – Tela Inicial do software



Fonte da imagem: Autoria própria (2026)

3 METODOLOGIA

Este capítulo apresenta a validação do sistema computacional desenvolvido para análise de circuitos elétricos em corrente contínua, implementado na linguagem Python. A avaliação da acurácia e da confiabilidade do algoritmo foi conduzida por meio de uma abordagem comparativa entre soluções analíticas, resultados obtidos por simulação computacional com o Falstad Circuit Simulator e os valores fornecidos pelo sistema desenvolvido.

Foram realizados vinte testes, distribuídos entre diferentes métodos clássicos de análise de circuitos, incluindo análise nodal, análise por malhas, determinação de resistência equivalente e aplicação dos teoremas de Teorema de Thévenin e Teorema de Norton.

3.1 Caracterização geral do sistema proposto

Para análise de circuitos elétricos em corrente contínua, foi utilizando a biblioteca Tkinter para construção da interface gráfica e a biblioteca NumPy para processamento numérico e resolução de sistemas lineares.

Segundo McKinney (2022), o Python tem se consolidado como uma das principais linguagens voltadas para aplicações científicas devido à sua elevada capacidade de integração entre modelagem matemática, manipulação matricial e desenvolvimento de interfaces computacionais.

A aplicação foi projetada com o objetivo de automatizar diferentes técnicas clássicas de análise de circuitos, contemplando:

- Análise por tensão de nó;
- Cálculo de resistência equivalente;
- Determinação dos equivalentes de Thévenin e Norton;

- Análise de correntes de malha.

O modelo matemático adotado baseia-se fundamentalmente nas leis de conservação da energia e da carga elétrica, expressas pela Lei das Correntes de Kirchhoff e pela Lei das Tensões de Kirchhoff, amplamente utilizadas na análise de circuitos lineares.

A abordagem computacional central utilizada é a Modified Nodal Analysis, que permite a modelagem sistemática de circuitos contendo tanto fontes independentes quanto fontes dependentes, sendo especialmente adequada para implementação em ambientes computacionais devido à sua natureza matricial.

De forma geral, todos os métodos implementados convergem para a construção e resolução de sistemas lineares conforme a equação 7:

$$A \times X = b \quad (7)$$

em que:

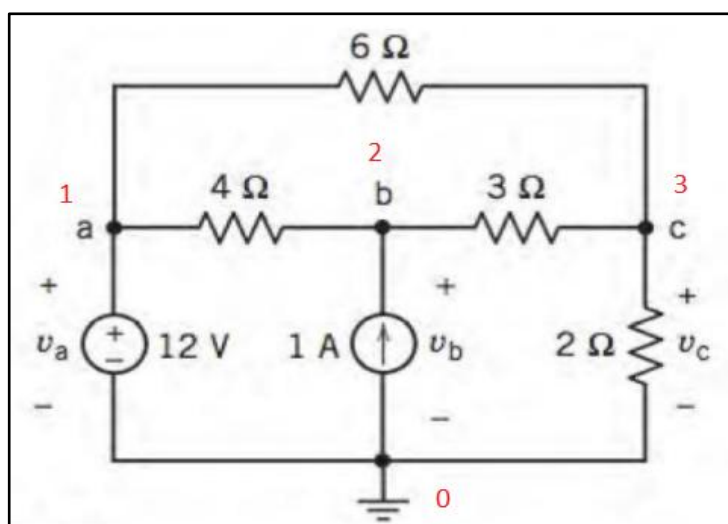
- A representa a matriz de coeficientes do sistema;
- X o vetor de incógnitas (tensões nodais e correntes em elementos específicos);
- b o vetor de excitações externas.

3.2 Análise por Tensão de Nó

A análise nodal constitui o núcleo do sistema desenvolvido, sendo empregada para a resolução geral de circuitos lineares com múltiplos tipos de fontes.

O circuito analisado apresentado na Figura (2), tem como objetivo determinar a potência associada à fonte de 12V.

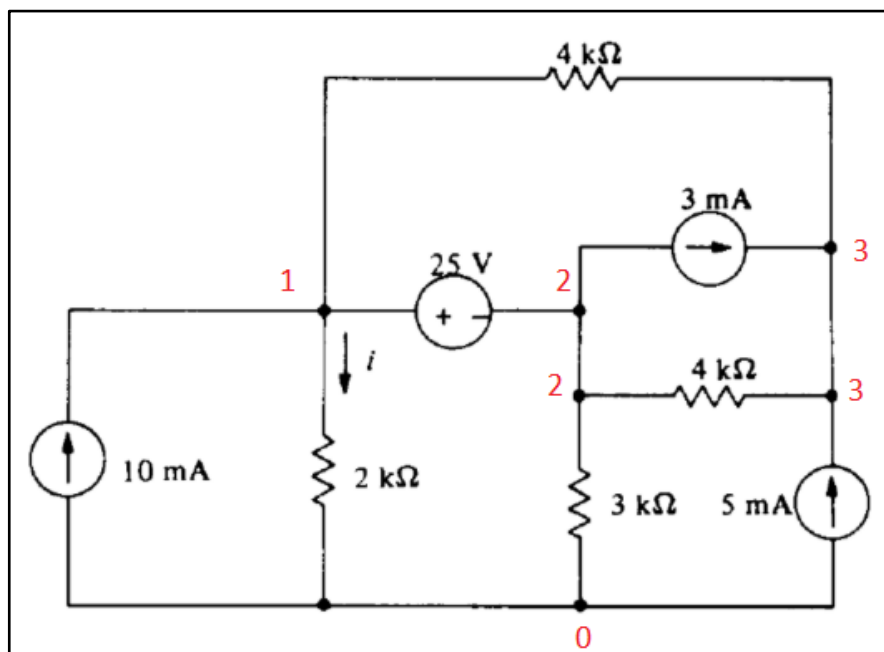
Figura 2 - Teste 1 de tensão de nó



Fonte da imagem: Sadiku (2013)

O circuito analisado no teste 2 apresentado na Figura (3), tem como objetivo determinar a corrente presente no resistor de 2kΩ.

Figura 3 - Teste 2 de tensão de nó



Fonte da imagem: Sadiku (2013)

3.2.1 Formulação matemática

A metodologia baseia-se na aplicação sistemática da Lei das Correntes de Kirchhoff em cada nó do circuito, considerando o nó de referência (terra) como potencial nulo. Para cada nó i , tem-se, conforme a equação 8:

$$\sum I_i = 0 \quad (8)$$

As correntes são expressas em função das tensões nodais por meio da Lei de Ohm, conforme a equação 9:

$$I = \frac{V_i - V_j}{R} \quad (9)$$

Convertendo resistências em condutâncias $g = \frac{1}{R}$, obtém-se uma formulação matricial mais eficiente.

3.2.2 Montagem da Matriz de Admitância

Os resistores são inseridos na matriz de admitância de acordo com:

- Elementos diagonais: soma das condutâncias conectadas ao nó;
 - Elementos fora da diagonal: valores negativos das condutâncias entre dois nós;
- Essa estrutura garante que a matriz resultante represente corretamente o balanço de correntes em cada nó.

3.2.3 Tratamento de Fontes de Corrente

As fontes de corrente independentes são incorporadas diretamente no vetor de excitação, respeitando o sentido de circulação da corrente:

- Corrente entrando no nó → contribuição positiva;
- Corrente saindo do nó → contribuição negativa.

3.2.4 Modelagem de Fontes Dependentes

O sistema contempla quatro tipos de fontes dependentes:

- VCCS (fonte de corrente controlada por tensão);
- VCVS (fonte de tensão controlada por tensão);
- CCCS (fonte de corrente controlada por corrente);
- CCVS (fonte de tensão controlada por corrente).

Para fontes controladas por corrente (CCCS e CCVS), o algoritmo implementa sensores de corrente através de fontes de tensão ideais de valor nulo (0 V), estratégia clássica na literatura para permitir a medição indireta da corrente de ramo dentro da formulação nodal.

3.2.5 Resolução do Sistema

O sistema linear é resolvido numericamente utilizando, método direto, decomposição via `np.linalg.solve()`;

Método alternativo: pseudo-inversa (`np.linalg.pinv()`), aplicada em casos de singularidade ou má-condicionamento.

Após a obtenção das tensões nodais, são calculadas:

- Correntes em resistores;
- Diferenças de potencial;
- Potência dissipada.

3.3. Cálculo da Resistência Equivalente

3.3.1 Simplificações por Associação Série e Paralelo

A primeira etapa do algoritmo consiste na aplicação iterativa de simplificações clássicas:

- Associação em paralelo: resistores conectados entre os mesmos dois nós são substituídos por uma resistência equivalente, obtida pela soma inversa das condutâncias;
- Associação em série: nós intermediários com grau dois (exceto os nós terminais) são eliminados, substituindo dois resistores consecutivos por um único equivalente.

Essas operações são realizadas de forma repetitiva até que não seja mais possível reduzir o circuito por esses métodos. Segundo Alexander e Sadiku (2013), essas simplificações constituem os métodos mais fundamentais de redução de redes resistivas.

3.3.2 Transformações Δ -Y e Y- Δ

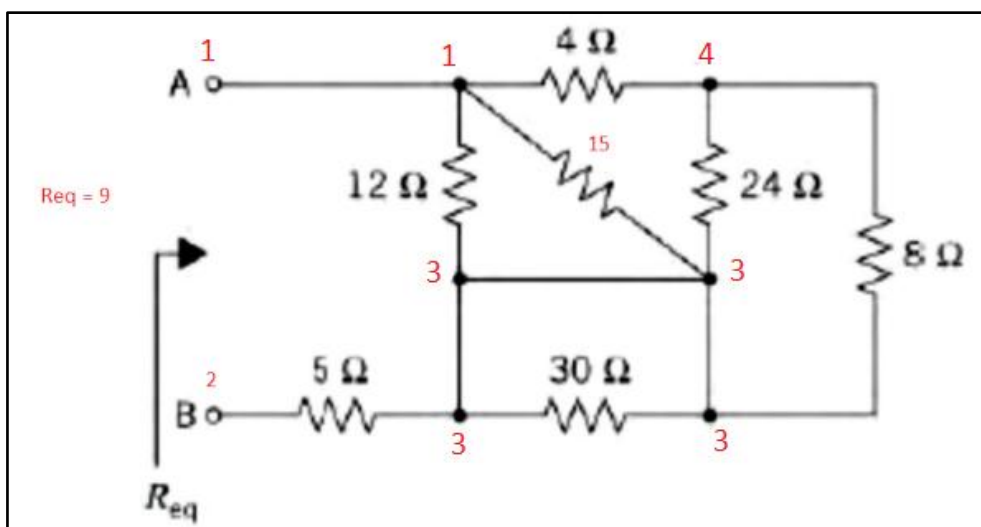
Quando o circuito apresenta configurações que não podem ser simplificadas diretamente por série ou paralelo, o algoritmo aplica transformações do tipo Δ -Y (delta-estrela) e Y- Δ (estrela-delta).

Segundo Hayt et al. (2019), essas transformações permitem simplificar circuitos não redutíveis diretamente, preservando equivalência elétrica entre terminais. O

processo é conduzido de forma iterativa, buscando sempre a redução progressiva do circuito.

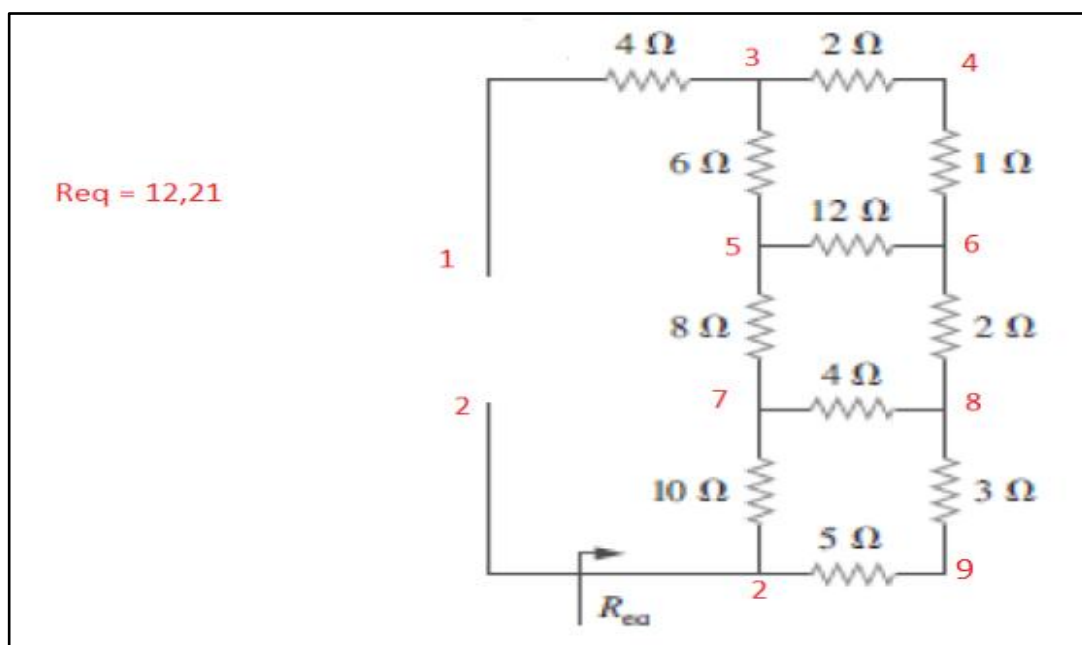
O circuito que será analisado no teste 1 apresentado na Figura (4), tem como objetivo determinar a resistência vista pelos terminais AB e o sistema que será analisado no segundo teste que é apresentado na Figura (5), tem como objetivo determinar a resistência equivalente vista pelos terminais 1 e 2

Figura 4 - Teste 1 da Resistência Equivalente



Fonte da imagem: Sadiku (2013)

Figura 5 - Teste 2 da Resistência Equivalente



Fonte da imagem: Sadiku (2013)

3.4. Equivalente de Thévenin

3.4.1 Determinação da Tensão de Thévenin (V_{th})

A tensão de Thévenin corresponde à tensão em circuito aberto entre os terminais de interesse. Para sua determinação, o algoritmo remove o elemento de carga, caso exista, estabelecendo uma condição de circuito aberto entre os nós A e B.

Em seguida, o circuito é resolvido por meio da Análise Nodal Modificada (MNA), que consiste na formulação de um sistema linear da forma, conforme a equação 10:

$$A \times X = b \quad (10)$$

onde a matriz A representa as relações de condutância e restrições impostas pelas fontes, o vetor x contém as tensões nodais (e, quando necessário, correntes em fontes de tensão), e o vetor b representa as excitações do sistema.

A MNA é especialmente adequada neste contexto por permitir a inclusão simultânea de:

- Resistores (via condutâncias);
- Fontes independentes de corrente (vetor de excitação);
- Fontes independentes de tensão (equações de restrição);
- Fontes dependentes (relações de controle incorporadas na matriz).

Após a resolução do sistema, a tensão de Thévenin é obtida, conforme a equação 11:

$$V_{th} = V_a - V_b \quad (11)$$

3.4.2 Determinação da Resistência de Thévenin (R_{th})

A resistência de Thévenin é obtida a partir da resposta do circuito quando observado passivamente pelos terminais.

Para isso, as fontes independentes são desativadas:

- Fontes de tensão são substituídas por curto-circuitos;
- Fontes de corrente são substituídas por circuitos abertos.

As fontes dependentes permanecem ativas, pois seu comportamento depende de variáveis internas do circuito.

Em seguida, aplica-se uma fonte de corrente de teste de valor unitário (1 A) entre os nós A e B. O circuito resultante é novamente resolvido via MNA, permitindo determinar a diferença de potencial entre os terminais.

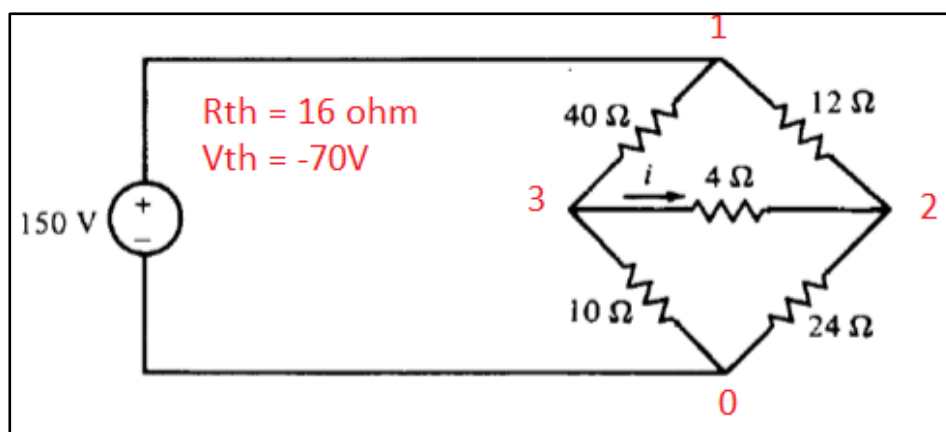
A resistência de Thévenin é então calculada, conforme a equação 12:

$$R_{th} = \frac{V_a - V_b}{I_{teste}} \quad (12)$$

Como $I_{teste} = 1$ A, tem-se diretamente $R_{th} = V_a - V_b$.

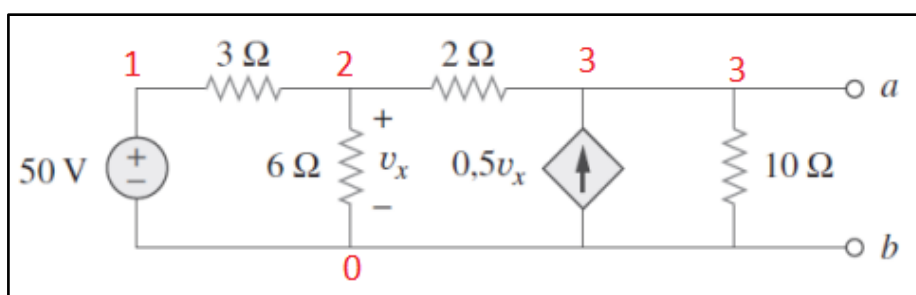
O circuito analisado no primeiro teste Thévenin, mostrado na Figura (6), tem como objetivo determinar a resistência e a tensão equivalentes de Thévenin observadas entre os terminais 2 e 3. Já o circuito do segundo teste, apresentado na Figura (7), também busca encontrar a resistência e a tensão de Thévenin, porém, neste caso, considerando os terminais a e b.

Figura 6 - Teste 1 Teorema de Thévenin



Fonte da imagem: Sadiku (2013)

Figura 7 - Teste 2 Teorema de Thévenin



Fonte da imagem: Sadiku (2013)

3.4.3 Tratamento de Fontes Dependentes

A presença de fontes dependentes exige cuidados adicionais na modelagem matemática. No algoritmo desenvolvido, essas fontes são incorporadas diretamente na matriz do sistema nodal, de acordo com sua natureza:

- VCCS (Fonte de corrente controlada por tensão): inserida como termos adicionais de condutância dependente;
- VCVS e CCVS (fontes de tensão dependentes): tratadas por meio da introdução de variáveis auxiliares e equações adicionais;
- CCCS: modelada a partir da relação entre corrente de controle e ganho, quando possível.

Essa abordagem garante que o sistema preserve corretamente as relações de dependência, evitando inconsistências físicas na solução.

3.4.4 Considerações Computacionais

Do ponto de vista numérico, a solução do sistema linear pode apresentar singularidades, especialmente em circuitos com redundâncias ou ausência de referência adequada. Para contornar esse problema, o algoritmo utiliza, como alternativa, a pseudo-inversa da matriz do sistema.

Essa estratégia assegura a obtenção de uma solução aproximada mesmo em situações em que o sistema não é estritamente invertível, aumentando a robustez da ferramenta.

3.5. Equivalente de Norton

3.5.1 Determinação da Resistência de Norton (R_n)

A resistência de Norton é obtida pelo mesmo procedimento adotado no cálculo de R_{th} , uma vez que ambas são equivalentes.

Assim, o circuito é analisado com as fontes independentes desativadas e uma fonte de teste aplicada entre os terminais. A resistência é calculada a partir da relação entre tensão e corrente resultantes.

3.5.2 Determinação da Corrente de Norton (I_n)

A corrente de Norton é definida como a corrente de curto-circuito entre os terminais A e B. Para sua obtenção, o algoritmo impõe uma condição de curto entre esses nós, o que implica $V_a = V_b$. O sistema é então resolvido por meio da MNA, e a corrente que circula entre os terminais é determinada a partir das equações do circuito. Essa corrente corresponde diretamente à corrente de Norton.

3.5.3 Modelagem com Fontes Dependentes

Assim como no equivalente de Thévenin, as fontes dependentes são mantidas ativas durante toda a análise. Sua modelagem é realizada por meio da inclusão de termos adicionais na matriz do sistema, garantindo que as relações de controle sejam preservadas.

Esse aspecto é essencial para a correta determinação da corrente de curto-circuito, especialmente em circuitos com realimentação.

3.5.4 Relação com o Equivalente de Thévenin

Após a obtenção dos parâmetros de Norton, é possível realizar a conversão para o equivalente de Thévenin por meio das relações clássicas, conforme a equação 13:

$$V_{th} = I_n * R_n \quad (13)$$

Essa conversão reforça a consistência dos resultados e permite validar a implementação.

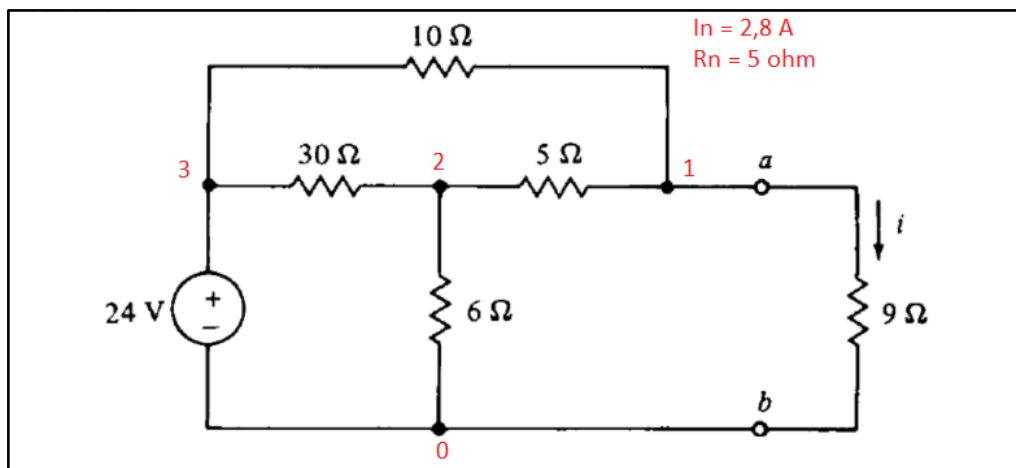
3.5.5 Aspectos Numéricos e Robustez

A imposição de curto-circuito pode gerar sistemas com forte acoplamento entre equações, exigindo estabilidade numérica na solução. O uso de métodos como a pseudo-inversa garante que o sistema permaneça solucionável, mesmo em condições críticas.

O circuito analisado no primeiro teste de Norton, apresentado na Figura (8), tem como propósito determinar a resistência equivalente e a corrente de Norton observadas entre os terminais a e b. Por sua vez, o circuito do segundo teste, mostrado na Figura (9), também visa encontrar a resistência e a corrente de Norton;

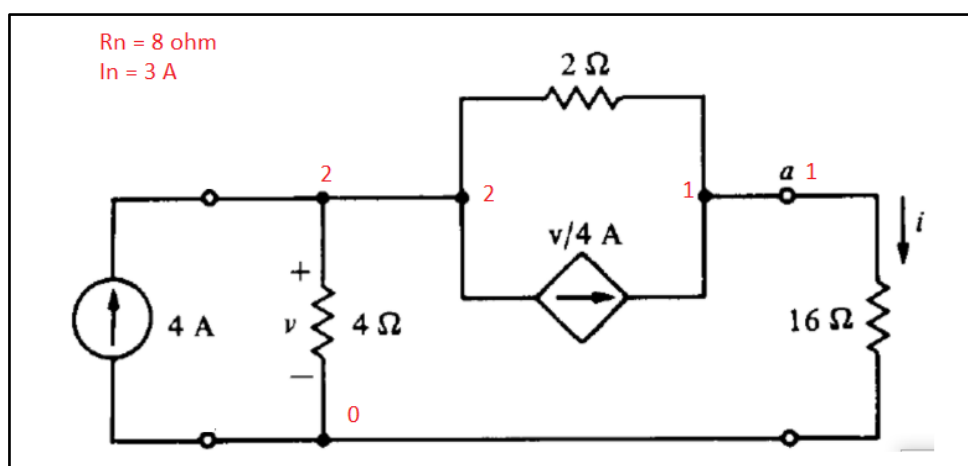
entretanto, nessa situação, a análise é realizada considerando os terminais do resistor de 16 ohms.

Figura 8 - Teste 1 Teorema de Norton



Fonte da imagem: Sadiku (2013)

Figura 9 - Teste 2 Teorema de Norton



Fonte da imagem: Sadiku (2013)

3.6. Análise de Correntes de Malha

3.6.1 Limitações do Método Clássico de Malhas

Apesar de sua relevância teórica, o método tradicional de malhas apresenta limitações práticas importantes:

- Dificuldade na modelagem de fontes dependentes, especialmente aquelas controladas por corrente;
- Necessidade de criação de supermalhas na presença de fontes de corrente;
- Aumento da complexidade algébrica com o crescimento do número de malhas;
- Restrição a circuitos planares para aplicação direta do método.

Essas limitações tornam o método menos adequado para implementação computacional direta em sistemas genéricos de análise de circuitos.

3.6.2 Abordagem Baseada em Análise Nodal Modificada

Para contornar as limitações do método clássico, foi adotada uma abordagem baseada na Análise Nodal Modificada (MNA), que permite resolver o circuito de forma sistemática e robusta.

Inicialmente, o circuito é modelado por meio de equações nodais, considerando:

- Condutâncias associadas aos resistores;
- Fontes independentes de corrente;
- Restrições impostas por fontes de tensão;
- Relações de controle de fontes dependentes.

O sistema linear resultante é resolvido conforme a equação 14:

$$A * x = b \quad (14)$$

onde o vetor solução contém as tensões nodais e, quando necessário, correntes associadas a fontes de tensão.

Essa abordagem permite tratar circuitos de maior complexidade, mantendo consistência matemática e estabilidade numérica.

3.6.3 Determinação das Correntes nos Ramos

Uma vez obtidas as tensões nodais, as correntes em cada ramo do circuito são determinadas utilizando a Lei de Ohm. Para um resistor conectado entre os nós i e j , a corrente é dada conforme a equação 15:

$$I_{ij} = \frac{V_i - V_j}{R_{ij}} \quad (15)$$

Essa etapa é essencial, pois estabelece a ligação entre a análise nodal e a interpretação física das correntes no circuito.

3.6.4 Mapeamento das Correntes de Malha

Diferentemente do método clássico, em que as correntes de malha são variáveis primárias do sistema, nesta abordagem elas são obtidas de forma indireta.

O usuário define previamente quais componentes pertencem a cada malha de interesse. A corrente que atravessa o componente selecionado é então associada à corrente da malha correspondente.

Essa estratégia permite:

- Evitar a formulação explícita de equações de malha;
- Reduzir a complexidade da implementação;
- Garantir flexibilidade na definição das malhas.

3.6.5 Tratamento de Fontes Dependentes

O tratamento de fontes dependentes é realizado diretamente na montagem do sistema nodal. Em especial, para fontes do tipo CCCS (Current Controlled Current Source), o algoritmo identifica o ramo de controle e utiliza a relação entre tensão e corrente do elemento associado para determinar a variável de controle.

A corrente da fonte dependente é então incorporada ao sistema por meio de coeficientes adicionais na matriz de condutância, garantindo a fidelidade da modelagem.

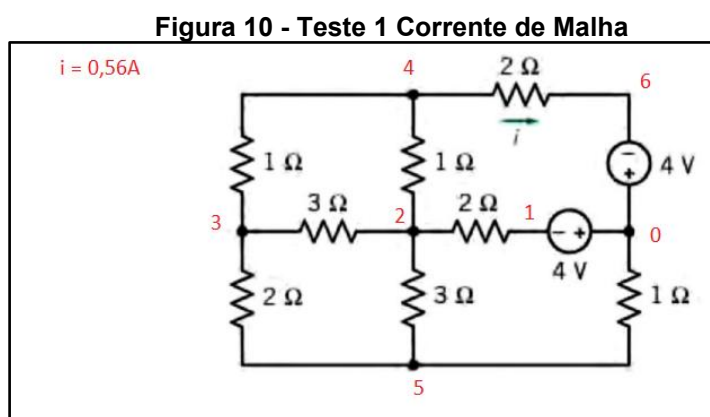
Esse procedimento assegura que as interdependências do circuito sejam corretamente representadas, mesmo em configurações complexas.

3.6.6 Interpretação Física dos Resultados

Após a resolução do sistema, as correntes obtidas são apresentadas de forma direta ao usuário. A interpretação dos resultados permite compreender a distribuição de corrente no circuito e identificar o comportamento de cada malha.

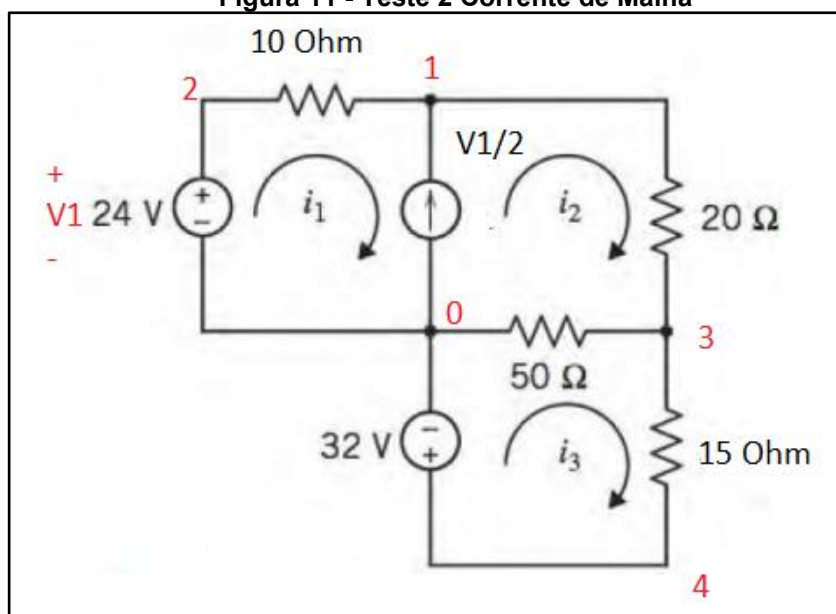
Além disso, essa abordagem possibilita análises complementares, como verificação de conservação de energia e validação das leis de Kirchhoff.

O circuito que será analisado no primeiro teste de corrente de malha apresentado na Figuras (10), tem como meta determinar a corrente i , já o sistema que será analisado no segundo teste que é apresentado na Figura (11), tem como objetivo determinar as correntes i_1 , i_2 e i_3 .



Fonte da imagem: Sadiku (2013)

Figura 11 - Teste 2 Corrente de Malha



Fonte da imagem: Sadiku (2013)

No próximo capítulo, serão apresentados os resultados com base na metodologia desenvolvida e apresentada no capítulo atual, vão ser demonstrados os testes com o valor da simulação no falstad e do software.

4 RESULTADOS E ANÁLISE

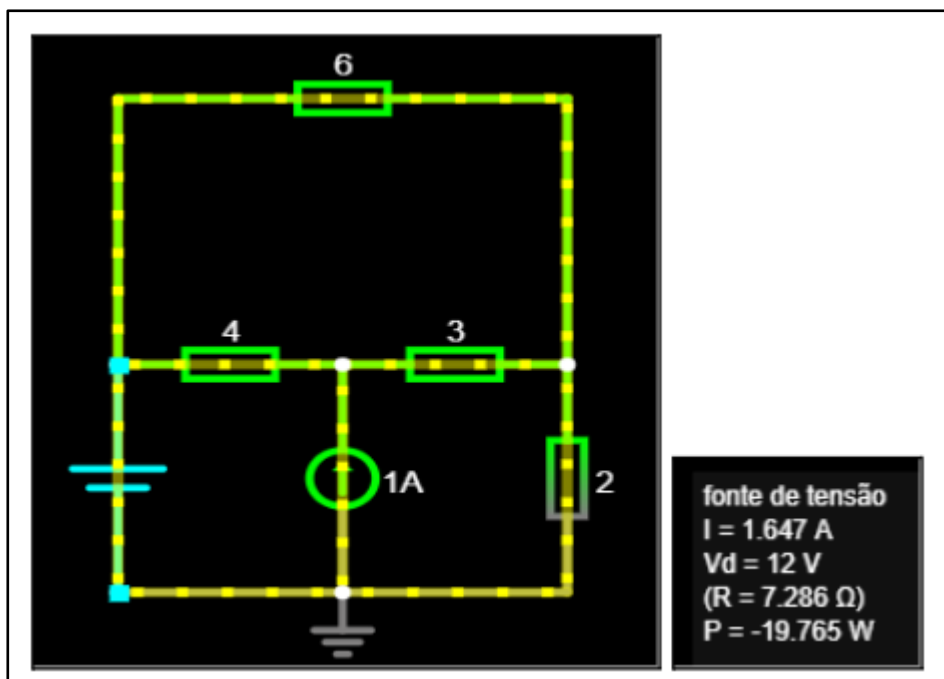
4.1 Análise por Tensão de Nó

A análise nodal permite a modelagem sistemática de circuitos por meio da aplicação das leis de conservação de corrente, resultando em sistemas lineares cuja solução define as tensões nos nós. Na Figura 2, tem-se um exemplo de circuito que será analisado por meio da técnica de análise por tensão de nó.

Teste 1

O circuito analisado foi simulado no falstad e apresentado na Figura (12), possui três nós essenciais, com a presença simultânea de fonte de tensão e fonte de corrente, o que caracteriza um sistema misto de excitação.

Figura 12 - Teste 1 de tensão de nó - Simulação



Fonte da imagem: Falstad (2026)

O algoritmo utilizado forneceu a corrente que está presente na fonte, $I = -1,6471$ A, conforme pode ser observado na Figura (13), a partir desse resultado, é possível encontrar o valor da potência pelo produto entre tensão e corrente, resultando em $-19,7652$ W. O valor obtido é praticamente idêntico ao obtido por cálculo analítico. A pequena diferença observada deve-se exclusivamente a arredondamentos numéricos.

Figura 13 – Teste 1 de tensão de nó - Saída do Software

```

♦ Tensões nos nós (exceto terra):
Nó 1: 12.0000 V
Nó 2: 9.8824 V
Nó 3: 5.2941 V

♦ Resistores - Corrente, tensão e potência:
R1: V=6.7059 V, I=1.1176 A, P=7.4948 W
R2: V=2.1176 V, I=529.412 mA, P=1.1211 W
R3: V=4.5882 V, I=1.5294 A, P=7.0173 W
R4: V=5.2941 V, I=2.6471 A, P=14.0138 W

Fontes de corrente independentes (convenção: nó+ -> nó-):
I1: 1.0000 A (convenção: 2 -> 0)

Variáveis de corrente associadas às fontes de tensão (resultado interno):
V entre n1-n0: I_var = -1.6471 A

```

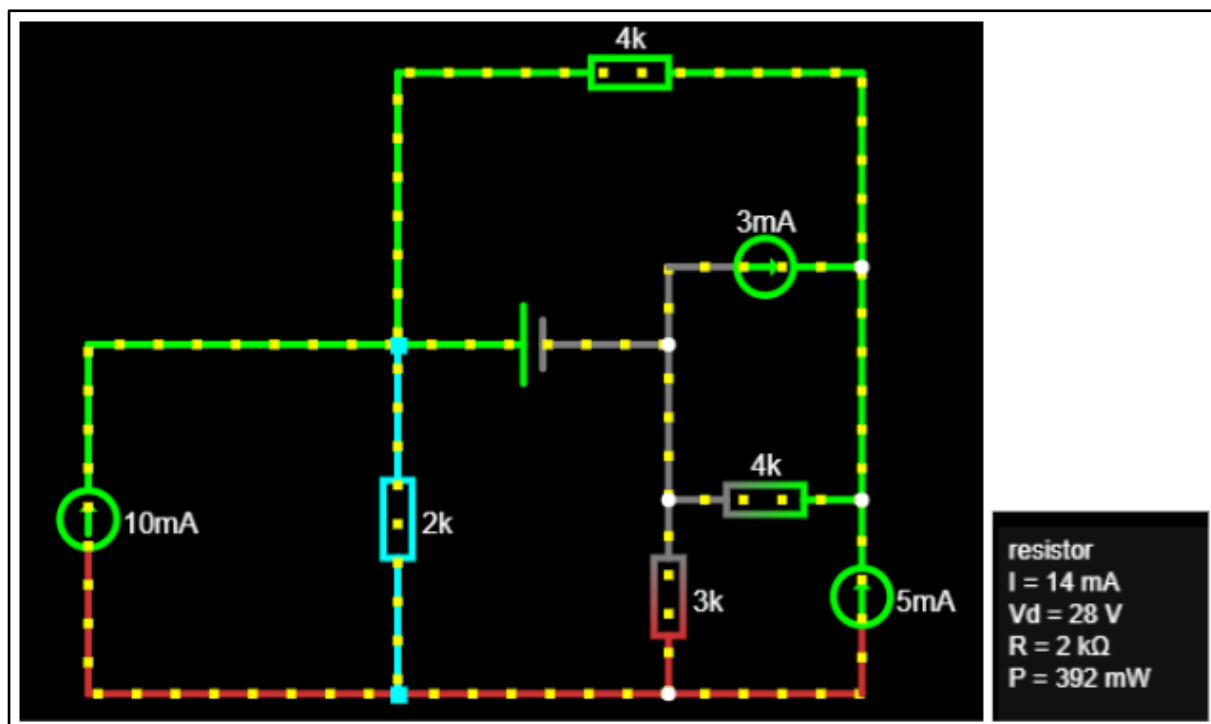
Fonte da imagem: Autoria própria (2026)

Além da precisão numérica, destaca-se a coerência física do resultado, uma vez que o sinal negativo da potência indica que a fonte está absorvendo energia, o que está em conformidade com a convenção passiva de sinais. Esse comportamento evidencia que o algoritmo não apenas resolve corretamente o sistema matemático, mas também preserva a interpretação física das grandezas elétricas envolvidas.

Teste 2

Neste teste, apresentado nas Figuras (14 e 15) o circuito apresenta maior grau de complexidade, com múltiplas fontes de corrente independentes atuando simultaneamente, o que aumenta o nível de acoplamento entre as equações nodais.

Figura 14 - Teste 2 de tensão de nó – Simulação



Fonte da imagem: Falstad (2026)

Figura 15 - Teste 2 de tensão de nó – Saída do Software

```

◇ Tensões nos nós (exceto terra):
Nó 1: 28.0000 V
Nó 2: 3.0000 V
Nó 3: 31.5000 V

◇ Resistores - Corrente, tensão e potência:
R1: V=-3.5000 V, I=-875.000 µA, P=3.062 mW
R2: V=28.0000 V, I=14.000 mA, P=392.000 mW
R3: V=-28.5000 V, I=-7.125 mA, P=203.062 mW
R4: V=3.0000 V, I=1000.000 µA, P=3.000 mW

Fontes de corrente independentes (convenção: nó+ -> nó-):
I1: 10.000 mA (convenção: 1 -> 0)
I2: 3.000 mA (convenção: 3 -> 2)
I3: 5.000 mA (convenção: 3 -> 0)

Variáveis de corrente associadas às fontes de tensão (resultado interno):
V entre n1-n2: I_var = -3.125 mA

```

Fonte da imagem: Autoria própria (2026)

O valor obtido para a corrente no resistor de interesse foi de 14 mA, coincidindo exatamente com o resultado esperado. A ausência de erro numérico significativo

demonstra que o algoritmo mantém estabilidade mesmo em situações com múltiplas fontes e interações mais complexas entre os elementos do circuito.

Esse resultado evidencia a robustez do método implementado, particularmente na resolução de sistemas lineares com maior número de variáveis e equações.

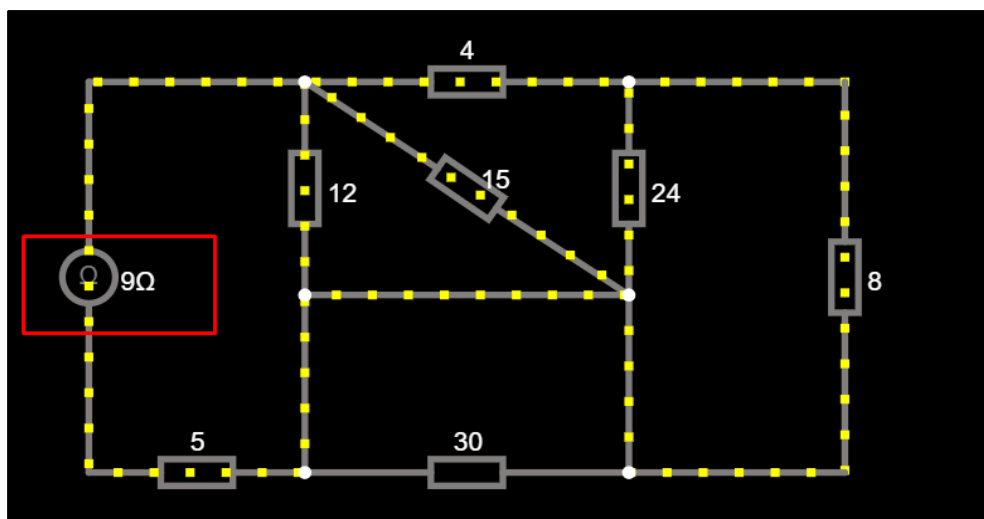
4.2 Determinação da Resistência Equivalente

A obtenção da resistência equivalente constitui uma etapa fundamental na simplificação de redes resistivas, permitindo reduzir circuitos complexos a modelos equivalentes mais simples.

Teste 1

Durante a execução deste teste, apresentado nas Figuras (16 e 17) foi identificada automaticamente uma condição de redundância topológica, caracterizada pela presença de um resistor conectado entre o mesmo nó. Do ponto de vista físico, tal elemento não contribui para o comportamento do circuito, uma vez que não há diferença de potencial aplicada sobre ele.

Figura 16 - Teste 1 da Resistência Equivalente - Simulação



Fonte da imagem: Falstad (2026)

Figura 17 - Teste 1 da Resistência Equivalente - Saída do Software

```

Atenção: 1 resistor(es) conectado(s) entre o mesmo nó foram ignorados (curto):
- R=30.000 Ω entre nó 3 e 3 (ignorado)

Cálculo de resistência equivalente entre nós 1 e 2
-----
Redução completa por séries/paralelos/Δ-Y foi possível.
Passos realizados:
- Paralelo: (1, 3) -> 6.667 Ω (combinação de 12.000 Ω, 15.000 Ω)
- Paralelo: (3, 4) -> 6.000 Ω (combinação de 24.000 Ω, 8.000 Ω)
- Série: nó 4 (não-terminal) eliminado -> R1-3 += 10.000 Ω (R1-4=4.000 Ω, R4-3=6.000 Ω)
- Paralelo: (1, 3) -> 4.000 Ω (combinação de 6.667 Ω, 10.000 Ω)
- Série: nó 3 (não-terminal) eliminado -> R1-2 += 9.000 Ω (R1-3=4.000 Ω, R3-2=5.000 Ω)

Resultado:
Req (1 - 2) = 9.000 Ω

```

Fonte da imagem: Autoria própria (2026)

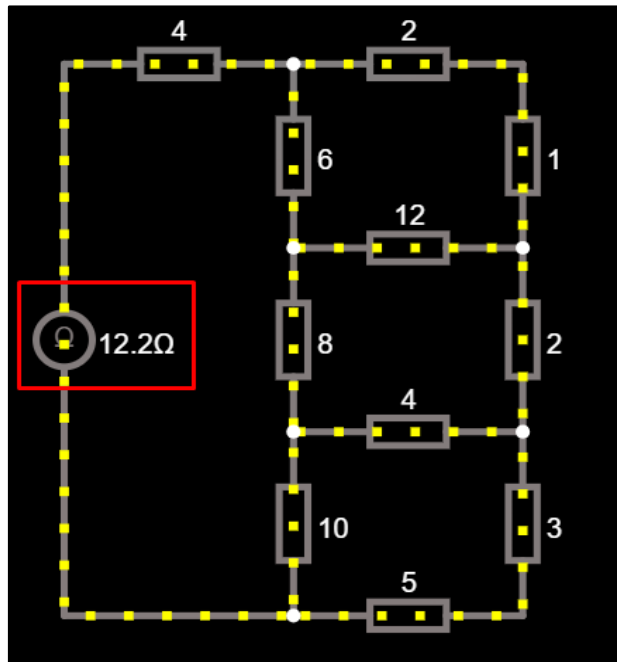
O algoritmo detectou corretamente essa condição e desconsiderou o componente na análise, emitindo uma notificação ao usuário. Esse tipo de tratamento evidencia a presença de mecanismos de validação interna, que contribuem para evitar interpretações incorretas do circuito.

O valor final obtido (9 Ω) coincidiu exatamente com o valor esperado, demonstrando que a exclusão do elemento redundante não comprometeu a precisão do resultado, ao mesmo tempo em que reforça a robustez do sistema frente a entradas inconsistentes.

Teste 2

Neste experimento, apresentado nas Figuras (18 e 19) o circuito apresenta maior complexidade estrutural, com nove nós e onze resistores interconectados. O valor obtido pelo algoritmo (12,212 Ω) apresentou diferença mínima em relação ao valor analítico (12,21 Ω), evidenciando alta precisão.

Figura 18 - Teste 2 da Resistência Equivalente - Simulação



Fonte da imagem: Falstad (2026)

Figura 19 – Teste 2 da Resistência Equivalente - Saída do Software

```

Cálculo de resistência equivalente entre nós 1 e 2
-----
Redução completa por séries/paralelos/Δ-Y foi possível.
Passos realizados:
- Série: nó 4 (não-terminal) eliminado -> R3-6 += 3.000 Ω (R3-4=2.000 Ω, R4-6=1.000 Ω)
- Série: nó 9 (não-terminal) eliminado -> R8-2 += 8.000 Ω (R8-9=3.000 Ω, R9-2=5.000 Ω)
- Δ-Y aplicado nos nós 2,7,8: Ra=3.636 Ω, Rb=1.818 Ω, Rc=1.455 Ω com novo nó 9
- Série: nó 7 (não-terminal) eliminado -> R9-5 += 9.818 Ω (R9-7=1.818 Ω, R7-5=8.000 Ω)
- Série: nó 8 (não-terminal) eliminado -> R9-6 += 3.455 Ω (R9-8=1.455 Ω, R8-6=2.000 Ω)
- Δ-Y aplicado nos nós 3,5,6: Ra=0.857 Ω, Rb=3.429 Ω, Rc=1.714 Ω com novo nó 10
- Série: nó 3 (não-terminal) eliminado -> R1-10 += 4.857 Ω (R1-3=4.000 Ω, R3-10=0.857 Ω)
- Série: nó 5 (não-terminal) eliminado -> R9-10 += 13.247 Ω (R9-5=9.818 Ω, R5-10=3.429 Ω)
- Série: nó 6 (não-terminal) eliminado -> R9-10 += 5.169 Ω (R9-6=3.455 Ω, R6-10=1.714 Ω)
- Paralelo: (9, 10) -> 3.718 Ω (combinação de 13.247 Ω, 5.169 Ω)
- Série: nó 10 (não-terminal) eliminado -> R1-9 += 8.575 Ω (R1-10=4.857 Ω, R10-9=3.718 Ω)
- Série: nó 9 (não-terminal) eliminado -> R1-2 += 12.212 Ω (R1-9=8.575 Ω, R9-2=3.636 Ω)

Resultado:
Req (1 - 2) = 12.212 Ω
  
```

Fonte da imagem: Autoria própria (2026)

A capacidade do sistema em lidar com esse nível de complexidade indica que o algoritmo implementa corretamente as reduções sucessivas necessárias para a obtenção da resistência equivalente, preservando a coerência elétrica do circuito ao longo do processo.

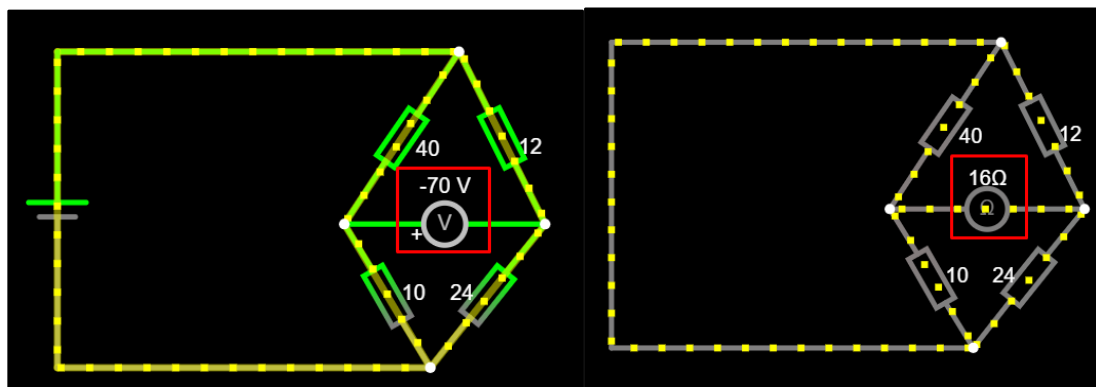
4.3 Aplicação do Teorema de Thévenin

O Teorema de Thévenin permite representar circuitos lineares por meio de uma fonte equivalente de tensão em série com uma resistência.

Teste 1

O circuito analisado, apresentado nas Figuras (20 até 22), é composto exclusivamente por elementos passivos e fonte independente. Os valores obtidos ($R_{th} = 16\ \Omega$ e $V_{th} = -70\text{ V}$) coincidiram exatamente com os valores esperados.

Figura 20 e 21 - Teste 1 Teorema de Thévenin - Simulação



Fonte da imagem: Falstad (2026)

Figura 22 – Teste 1 Teorema de Thévenin - Saída do Software

Thévenin - Cálculo

Quantos resistores? 5

Quantas fontes de tensão independentes? 1

Quantas fontes de corrente independentes? 0

Quantas fontes dependentes? 0

Resistor 1 (Ω , Nó+, Nó-)	40	1	3
Resistor 2 (Ω , Nó+, Nó-)	12	1	2
Resistor 3 (Ω , Nó+, Nó-)	4	3	2
Resistor 4 (Ω , Nó+, Nó-)	10	3	0
Resistor 5 (Ω , Nó+, Nó-)	24	2	0
Fonte V 1 (V, Nó+, Nó-)	150	1	0

Nó A (terminal positivo): 3

Nó B (terminal negativo): 2

Gerar Campos Executar (Thévenin)

Cálculo de Thévenin entre os nós 3 e 2

Vth = -70.0000 V

Rth = 16.0000 Ω

Fonte da imagem: Autoria própria (2026)

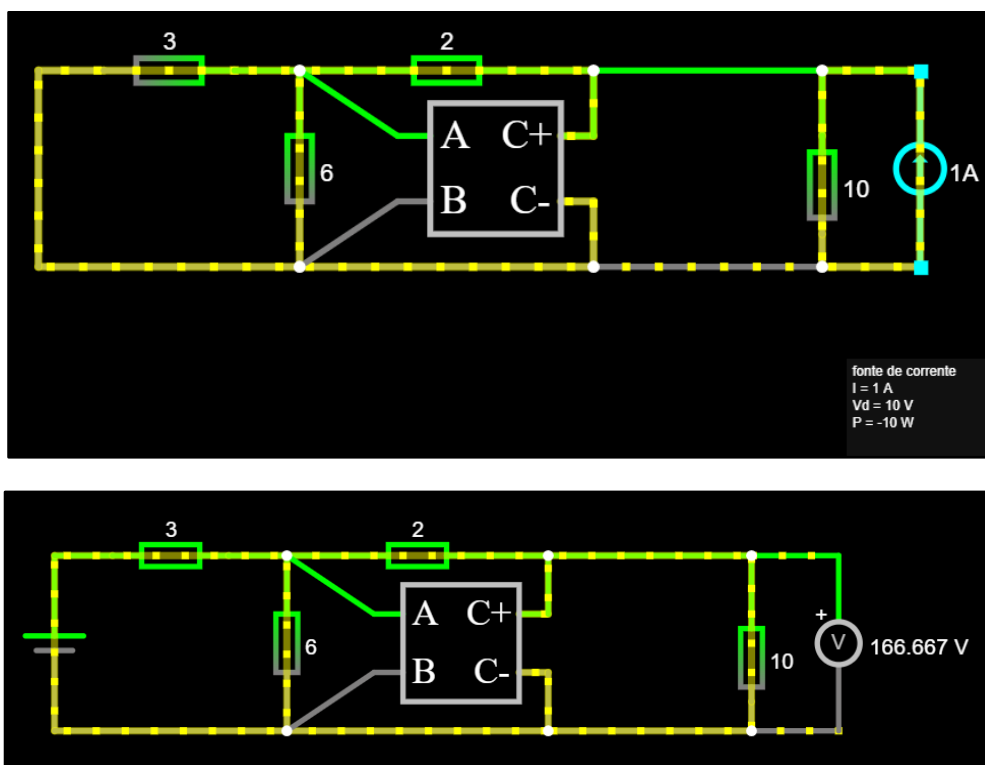
O valor negativo da tensão equivalente indica inversão de polaridade em relação à referência adotada, o que está em total concordância com a análise teórica. Esse resultado evidencia a correta implementação do algoritmo na determinação das grandezas equivalentes.

Teste 2

Neste teste, apresentado nas Figuras (23 até 25), a presença de uma fonte dependente controlada por tensão introduz maior complexidade ao problema, uma vez que as variáveis do circuito se tornam interdependentes.

O algoritmo determinou corretamente os valores de resistência e tensão de Thévenin, obtendo $R_{th} = 10 \, \Omega$ e $V_{th} = 166,66 \, V$, resultados estes coincidentes com os valores obtidos por meio da análise analítica tradicional.

Figura 23 e 24 - Teste 2 Teorema de Thévenin - Simulação



Fonte da imagem: Falstad (2026)

Figura 25 – Teste 2 Teorema de Thévenin - Saída do Software

Thévenin - Cálculo

Quantos resistores? 3

Quantas fontes de tensão independentes? 1

Quantas fontes de corrente independentes? 0

Quantas fontes dependentes? 1

Resistor 1 (Ω , Nó+, Nó-) 6 2 0

Resistor 2 (Ω , Nó+, Nó-) 2 2 1

Resistor 3 (Ω , Nó+, Nó-) 10 1 0

Fonte V 1 (V, Nó+, Nó-) 50 2 0

Dependente 1 (Tipo, Ganho, Nó1, Nó2, Ctrl+, Ctrl-) VCCS 0,5 1 0 2 0

Nó A (terminal positivo): 1

Nó B (terminal negativo): 0

Gerar Campos Executar (Thévenin)

Cálculo de Thévenin entre os nós 1 e 0

$V_{th} = 500/3 \text{ V } (\approx 166,67 \text{ V})$

$R_{th} = 10 \Omega$

Fonte da imagem: Autoria própria (2026)

Cabe destacar que, neste exemplo, devido à presença de uma fonte dependente no circuito, não é possível determinar diretamente a resistência equivalente apenas anulando as fontes independentes. Dessa forma, foi necessária a inserção de uma fonte de teste entre os terminais a-b, optando-se pela utilização de uma fonte de corrente de 1 A. A partir dessa configuração, a resistência de Thévenin pôde ser obtida pela relação entre a tensão resultante nos terminais e a corrente aplicada, conforme a equação 16:

$$R_{th} = \frac{V}{I} \quad (16)$$

Como a corrente de teste utilizada foi de 1 A, o valor da tensão obtida nos terminais tornou-se numericamente igual ao valor da resistência equivalente, conforme a equação 17:

$$V = 10 \text{ V} \rightarrow R_{th} = 10 \Omega \quad (17)$$

Esse comportamento evidencia que o sistema desenvolvido é capaz de tratar adequadamente circuitos contendo fontes dependentes, preservando a consistência matemática das relações internas do circuito. Além disso, os resultados obtidos demonstram a robustez do algoritmo implementado, validando sua aplicação na resolução automatizada de circuitos elétricos mais complexos e com variáveis acopladas.

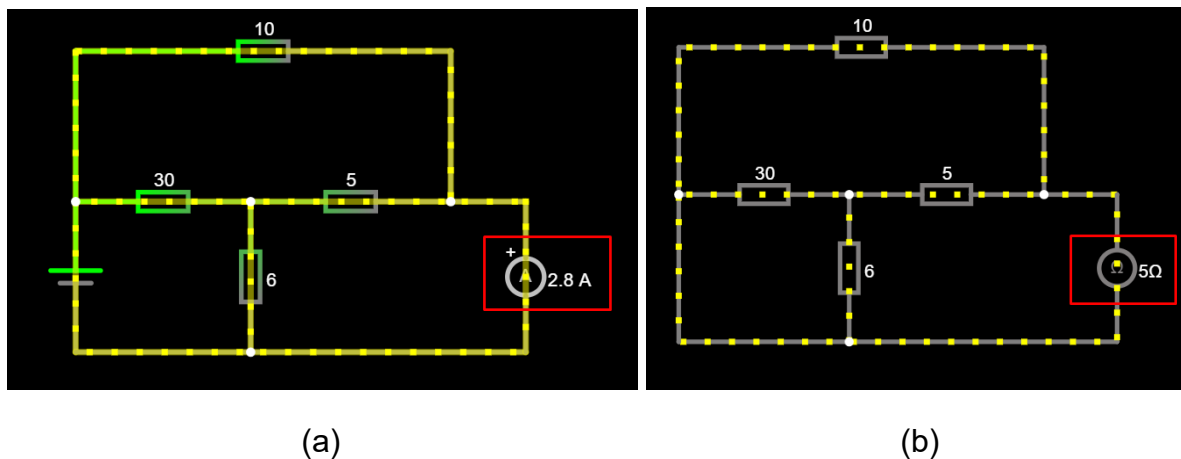
4.4 Aplicação do Teorema de Norton

O Teorema de Norton constitui a representação dual do teorema de Thévenin, permitindo a modelagem do circuito por meio de uma fonte de corrente equivalente.

Teste 1

Os valores obtidos ($I_n = 2,8 \text{ A}$ e $R_n = 5 \Omega$), apresentados nas Figuras (26 e 27) coincidiram com os resultados esperados, evidenciando a correta implementação do método e a consistência do algoritmo na conversão entre modelos equivalentes.

Figura 26 - Teste 1 Teorema de Norton - Simulação



Fonte da imagem: Falstad (2026)

Figura 27 – Teste 1 Teorema de Norton - Saída do Software

Norton - Cálculo

Quantos resistores? 5

Quantas fontes de tensão? 1

Quantas fontes de corrente? 0

Quantas fontes dependentes? 0

Resistor 1 (Ω , Nó+, Nó-)	10	3	1
Resistor 2 (Ω , Nó+, Nó-)	30	3	2
Resistor 3 (Ω , Nó+, Nó-)	5	2	1
Resistor 4 (Ω , Nó+, Nó-)	6	2	0
Resistor 5 (Ω , Nó+, Nó-)	9	1	0
Fonte V1 (V, Nó+, Nó-)	24	3	0

Nó A (terminal positivo): 1

Nó B (terminal negativo): 0

Gerar Campos Executar Norton

◆ RESULTADO - EQUIVALENTE DE NORTON ◆

Corrente de Norton (I_n): 2.80 A

Resistência de Norton (R_n): 5.00 Ω

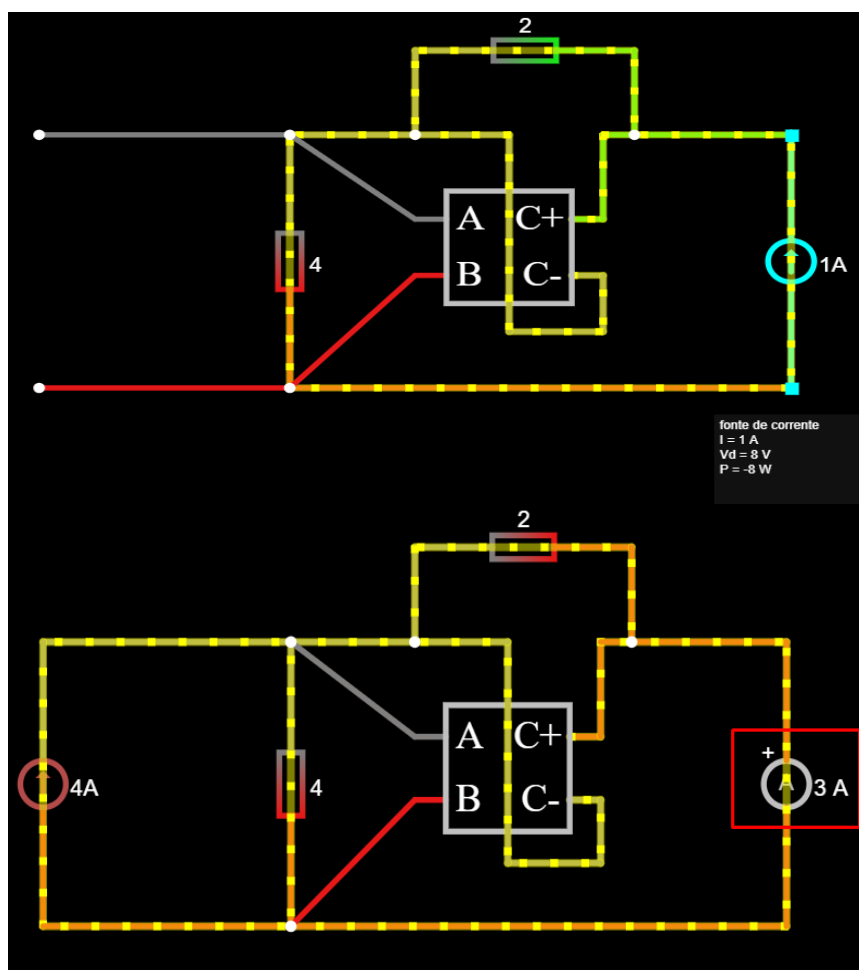
Fonte da imagem: Autoria própria (2026)

A consistência observada também reforça a confiabilidade do sistema na conversão entre modelos equivalentes, particularmente entre os equivalentes de Norton, que possui grande relevância na análise de circuitos. Dessa forma, os resultados obtidos validam não apenas a precisão dos cálculos realizados, mas também a robustez do algoritmo, tornando-o uma ferramenta eficaz para apoio à análise e resolução de problemas em engenharia elétrica.

Teste 2

A presença de fonte dependente não comprometeu a precisão dos resultados ($I_n = 3\text{ A}$ e $R_n = 8\ \Omega$), apresentados nas Figuras (28 e 29), reforçando a capacidade do sistema em lidar com circuitos mais complexos e mantendo a equivalência entre os modelos de análise.

Figura 28 - Teste 2 Teorema de Norton - Simulação



Fonte da imagem: Falstad (2026)

Figura 29 – Teste 2 Teorema de Norton - Saída do Software

Norton - Cálculo

Quantos resistores? 3

Quantas fontes de tensão? 0

Quantas fontes de corrente? 1

Quantas fontes dependentes? 1

Resistor 1 (Ω , Nó+, Nó-)	2	2	1
Resistor 2 (Ω , Nó+, Nó-)	4	2	0
Resistor 3 (Ω , Nó+, Nó-)	16	1	0
Fonte I1 (A, Nó+, Nó-)	4	2	0
Dep1 (Tipo, Valor, Nó+, Nó-, NóCtrl+, NóCtrl-)	VCCS	0.25	2 1 2 0

Nó A (terminal positivo): 1

Nó B (terminal negativo): 0

Gerar Campos Executar Norton

◆ RESULTADO - EQUIVALENTE DE NORTON ◆

Corrente de Norton (I_n): 3.00 A

Resistência de Norton (R_n): 8.00 Ω

Fonte da imagem: Autoria própria (2026)

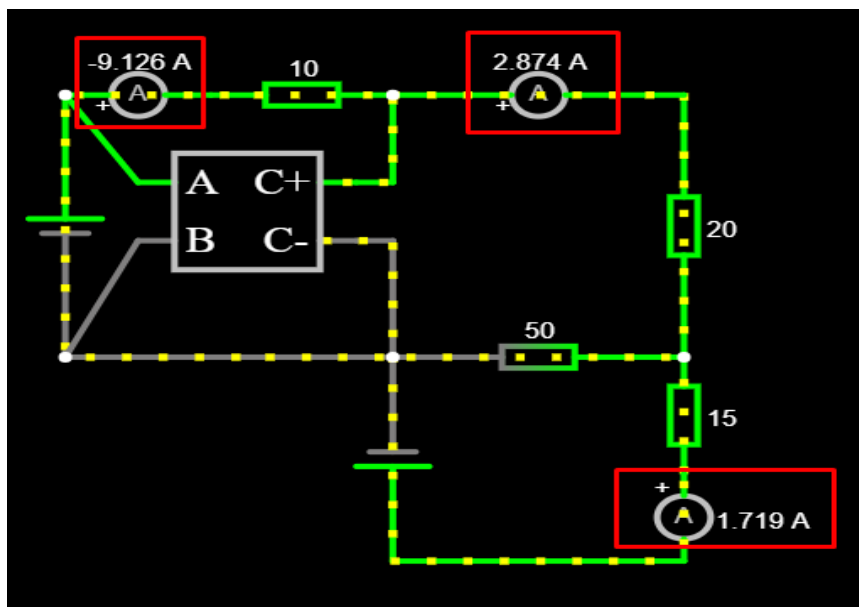
4.5 Análise por Corrente de Malha

A análise por malhas permite a determinação direta das correntes em circuitos planares, sendo especialmente útil quando o número de malhas é inferior ao número de nós.

Teste 1

O valor obtido, apresentado nas Figuras (30 e 31), para a corrente da malha 2 foi de 0,561265 A, apresentando erro absoluto muito reduzido em relação ao valor esperado (0,56 A). Esse resultado demonstra elevada precisão numérica, mesmo em circuitos com múltiplas malhas interdependentes.

Figura 32 - Teste 2 Corrente de Malha - Simulação



Fonte da imagem: Falstad (2026)

Figura 33 – Teste 2 Corrente de Malha - Saída do Software

Análise de Circuito - Corrente de Malha (via Nodal)

Quanto resistores? 4

Quanto fontes de tensão? 2

Quanto fontes de corrente? 0

Quanto fontes dependentes? 1

Quanto malhas? 3

R1 (Ω, nó+, nó-)	10	2	1		
R2 (Ω, nó+, nó-)	20	1	3		
R3 (Ω, nó+, nó-)	50	0	3		
R4 (Ω, nó+, nó-)	15	3	4		
V1 (V, nó+, nó-)	24	2	0		
V2 (V, nó+, nó-)	32	4	0		

D1 (Tipo[E,G,F,H], Ganho, nó+, nó-, nóC+, nóC-) | G | 0.5 | 0 | 1 | 2 | 0

Definição das malhas

Malha 1 → componente | R1

Malha 2 → componente | R2

Malha 3 → componente | R4

Gerar Campos

◇ CORRENTES DE MALHA:

Malha 1: I = -9.125926 A

Malha 2: I = 2.874074 A

Malha 3: I = 1.718519 A

Fonte da imagem: Autoria própria (2026)

A Tabela 1 apresenta uma comparação dos tempos de execução obtidos nos dez testes realizados ao longo deste estudo. Os resultados evidenciam que o software desenvolvido apresenta elevado desempenho computacional, sendo capaz de solucionar os problemas em um tempo reduzido. Entretanto, o principal diferencial da ferramenta não se restringe à sua eficiência de processamento, mas também à capacidade de apresentar, de forma detalhada, todas as etapas envolvidas na resolução dos circuitos elétricos. Essa funcionalidade possibilita ao usuário

acompanhar o desenvolvimento completo dos cálculos, favorecendo a compreensão dos métodos empregados e tornando o software uma ferramenta de apoio ao processo de ensino e aprendizagem, diferentemente de soluções convencionais que, em geral, disponibilizam apenas os resultados finais.

Tabela 1 – Comparação Cálculo Manual x Simulador x Software

Exemplo/Método	Cálculo Manual	Simulador	Software
Teste 1 de tensão de nó	5m02s	1m27s	1m10s
Teste 2 de tensão de nó	7m42s	1m36s	1m17s
Teste 1 da Resistência Equivalente	2m26s	1m03s	1m01s
Teste 2 da Resistência Equivalente	8m15s	1m16s	66s
Teste 1 Teorema de Thévenin	5m25s	1m34s	1m11s
Teste 2 Teorema de Thévenin	8m07s	2m20s	1m55s
Teste 1 Teorema de Norton	6m30s	1m30s	51s
Teste 2 Teorema de Norton	7m13s	2m46s	2m03s
Teste 1 Corrente de Malha	5m58s	1m24s	1m03s
Teste 2 Corrente de Malha	4m43s	1m56s	1m34s

Fonte da tabela: Autoria própria (2026)

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresentou o desenvolvimento de uma ferramenta computacional para a resolução de circuitos elétricos resistivos em corrente contínua, utilizando a linguagem Python.

Os resultados obtidos demonstram que o sistema desenvolvido apresenta elevado grau de precisão, consistência e robustez na análise de circuitos em corrente contínua. A concordância entre os resultados computacionais, analíticos e simulados reforça a validade da abordagem adotada.

Sob uma perspectiva teórica mais aprofundada, observa-se que todos os métodos empregados — análise nodal, análise por malhas e teoremas de equivalência — conduzem à formulação de sistemas lineares do tipo $Ax=b$, nos quais a

matriz de coeficientes representa a topologia do circuito e o vetor de incógnitas corresponde às tensões nodais ou correntes de malha. A elevada concordância entre os resultados indica que o algoritmo implementado preserva propriedades fundamentais desses sistemas, como linearidade, consistência e unicidade da solução. Além disso, a correta manipulação de fontes dependentes demonstra que o sistema é capaz de resolver equações com variáveis acopladas, o que exige tratamento matemático mais rigoroso e reforça a robustez da implementação.

Adicionalmente, destaca-se a capacidade do sistema de identificar inconsistências na modelagem do circuito, como redundâncias topológicas, contribuindo para maior confiabilidade da análise.

Como diferencial, observa-se que, embora ferramentas baseadas em inteligência artificial tenham avançado significativamente nos últimos anos, ainda apresentam limitações relevantes quando aplicadas à resolução estruturada de problemas matemáticos e de engenharia, especialmente em contextos que exigem rigor formal, rastreabilidade dos cálculos e consistência lógica em múltiplas etapas. Nesse sentido, o software desenvolvido neste trabalho foi concebido com base em uma abordagem acadêmica, estruturada diretamente nos fundamentos da teoria de circuitos elétricos, garantindo que cada etapa do processo de análise siga critérios matemáticos bem definidos.

Dessa forma, ao contrário de abordagens mais generalistas, o sistema proposto apresenta comportamento determinístico e previsível, assegurando maior confiabilidade na obtenção dos resultados. Esse aspecto é particularmente relevante em aplicações educacionais e técnicas, nas quais a transparência do processo de cálculo e a aderência aos métodos clássicos são fundamentais para a validação dos resultados e para o processo de aprendizagem.

Por fim, como limitação, ressalta-se a restrição do sistema à análise de circuitos em corrente contínua compostos exclusivamente por elementos resistivos, não contemplando elementos reativos nem análise em regime alternado. Tal limitação, entretanto, não compromete os objetivos deste trabalho e abre perspectivas para futuras extensões do sistema.

Como trabalhos futuros, sugere-se a expansão do sistema para análise de circuitos em corrente alternada, bem como a inclusão de elementos reativos, como indutores e capacitores, além do aprimoramento da interface com a implementação de uma interface gráfica.

REFERÊNCIAS

ALEXANDER, Charles K.; SADIKU, Matthew N. O. **Fundamentos de circuitos elétricos**. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

ANÁLISE simulada de circuitos elétricos com linguagem Python. Uberlândia: CEEL, Universidade Federal de Uberlândia, 2021. ISSN 2596-2221.

BONDY, J. A.; MURTY, U. S. R. **Graph theory**. New York: Springer, 2008.

CHEN, Wai-Kai. **The circuits and filters handbook**. Boca Raton: CRC Press, 2009.

COLAÇO, Elíbia Teresa Moreira. **Modelagem e simulação de circuitos elétricos**. Campina Grande: Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Engenharia Elétrica e Informática, Unidade Acadêmica de Engenharia Elétrica, 2007.

DORF, Richard C.; SVOBODA, James A. **Introdução aos circuitos elétricos**. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2014.

HAYT, William H.; KEMMERLY, Jack E.; DURBIN, Steven M. **Análise de circuitos em engenharia**. 8. ed. Porto Alegre: AMGH, 2019.

HO, C. W.; RUEHLI, A.; BRENNAN, P. **The modified nodal approach to network analysis**. IEEE Transactions on Circuits and Systems, New York, v. 22, n. 6, p. 504-509, 1975.

LYRA, Ana Cristina C.; SANTAROSA, Rosana. **O aprendizado de circuitos elétricos a partir de problemas exemplos utilizando simuladores**. [S. l.: s. n.], [s. d.].

MANRIQUE, M.; PÓVOA, J. **Aplicação de ferramentas computacionais no ensino de engenharia elétrica**. Revista Brasileira de Ensino de Engenharia, v. 40, n. 2, 2021.

MCKINNEY, Wes. **Python para análise de dados**. 3. ed. Rio de Janeiro: Alta Books, 2022.

NILSSON, James W.; RIEDEL, Susan A. **Circuitos elétricos**. 10. ed. São Paulo: Pearson, 2016.

NISE, Norman S. **Engenharia de sistemas de controle**. Rio de Janeiro: LTC, 2011.

OGATA, Katsuhiko. **Engenharia de controle moderno**. 5. ed. São Paulo: Pearson, 2010.

SILVA, J.; PEREIRA, R. **Aplicação de ferramentas computacionais no ensino de engenharia elétrica**. Revista Brasileira de Ensino de Engenharia, v. 40, n. 2, 2021.

SOUZA, L. et al. **Desenvolvimento de sistemas computacionais aplicados à análise de circuitos elétricos**. Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento, v. 8, 2020.

STRANG, Gilbert. **Introduction to linear algebra**. 5. ed. Wellesley: Wellesley-Cambridge Press, 2016.

VAN ROSSUM, Guido; DRAKE, Fred L. **Python 3 reference manual**. Scotts Valley: CreateSpace, 2009.

VLACH, J.; SINGHAL, K. **Computer methods for circuit analysis and design**. 2. ed. New York: Springer, 1994.