



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE
PERNAMBUCO – *CAMPUS* BARREIROS
DEPARTAMENTO DE DESENVOLVIMENTO EDUCACIONAL

CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM MATEMÁTICA

JOSÉ ALBERTO LINS DA SILVA JÚNIOR

**MATEMÁTICA E RELAÇÕES HUMANAS: utilização de matrizes para
compreender interações em redes sociais**

Barreiros

2025

JOSÉ ALBERTO LINS DA SILVA JÚNIOR

**MATEMÁTICA E RELAÇÕES HUMANAS: utilização de matrizes para
compreender interações em redes sociais**

Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco, *Campus* Barreiros, como requisito parcial para a obtenção do título de Especialista em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Gerson Geraldo Chaves

Barreiros

2025

Sistema de Bibliotecas Integradas do IFPE (SIBI/IFPE) – Biblioteca do *Campus* Barreiros
Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

S586m Silva Júnior, José Alberto Lins da.
Matemática e relações humanas : utilização de matrizes para compreender
interações em redes sociais / José Alberto Lins da Silva Júnior. – 2025.
77 f. : il.

Orientador: Prof. Dr. Gerson Geraldo Chaves.
Monografia (Especialização em Matemática) - Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco, *Campus* Barreiros, 2025.

1. Matrizes (Matemática). 2. Redes sociais. 3. Simulação computacional.
4. Relações humanas. 5. Matemática – Redes sociais. I. Chaves, Gerson
Geraldo, orientador. II. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia
de Pernambuco. III. Título.

CDD 512.943

Bibliotecária: Iara Maria Felix Silva - CRB-4 /1504

JOSÉ ALBERTO LINS DA SILVA JÚNIOR

**MATEMÁTICA E RELAÇÕES HUMANAS: utilização de matrizes para
compreender interações em redes sociais**

Trabalho aprovado. Barreiros, 9 de setembro de 2025.

Prof. Dr. Gerson Geraldo Chaves – Orientador
(IFPE *campus* Barreiros)

Prof. Dr. Paulo Roger Gomes Cordeiro – Avaliador
(IFPE *campus* Barreiros)

Profa. Dra. Nubia Michella Clementino da Silva – Avaliadora
(IFPE *campus* Barreiros)

Barreiros

2025

Dedico este trabalho aos que suportaram o seu processo de escrita e souberam
esperar.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Curso de Especialização em Matemática por ter aceitado esta proposta de trabalho; agradeço aos professores deste curso e desta instituição (IFPE-Barreiros); agradeço à orientação paciente do Prof. Dr. Gerson Geraldo Chaves; agradeço aos meus familiares da minha convivência cotidiana, Valéria, Paula, Júlia e a meu pai Alberto (*in memoriam*); grato aos amigos, Bruno Morais, Izaqueu Rodrigues, Leonardo Nascimento, Genival Lopes, Adeilson Nascimento, Robéria Fernanda, João Batista, Patrícia Moura(*in memoriam*), Vitória de Iansã, Pai Robert de Oxalá e Bárbara Sapienza, pelas palavras de apoio e por terem a paciência, em níveis divinos, para suportar as minhas longas discussões teóricas e reclames sem fim! Rsrs.

Agradeço ao apoio de Letícia Rezende (psicóloga), pela escuta dedicada, e às orientações de Odília Arrabal (*coach*). Foi importante começar a desfazer as crenças negativas para me sentir capaz de escrever este trabalho.

Agradeço aos meus colegas da Especialização em Matemática, foi muito bom ter convivido e trabalhado com vocês.

A minha fé não é tanta, mas irei agradecer a Deus e às manifestações da Sua Vontade na Espiritualidade de Luz, aos Anjos, Santos e Orixás.

“A matemática é a linguagem com a qual Deus escreveu o universo”.

Galileu Galilei

RESUMO

As relações humanas, independente do formato e dos seus níveis de organização e institucionalização, em geral, são observadas como um objeto distante da Matemática e de técnicas de entendimento que empregam algum nível de quantificação. Essa ideia de separação entre essas duas ciências nos motivou a buscar compreender como a Matemática poderia ser aproximada das Ciências Humanas. Neste trabalho, a partir do uso de Matrizes de Adjacência (Matemática Discreta), procuramos explorar o potencial dessa ferramenta para descrever e analisar interações entre indivíduos que acontecem de forma rotineira em redes sociais. Com isso, tivemos como objetivo com este estudo “abordar como o conceito de matrizes pode ser aplicado no estudo de redes sociais *on-line* e *off-line*”. Diante das dificuldades logísticas e éticas na execução de pesquisas com seres humanos, optamos por construir uma rede social artificial a partir do modelo de rede *Erdős-Rényi*, utilizando do *software RStudio*, obtendo-se, assim, uma relação entre indivíduos em redes sociais e por meio de métricas de centralidade descritoras da estrutura da rede, bem como da sua expressão em termos gráficos, pudemos fazer uma análise das relações entre os indivíduos desta rede. Como resultado, entendemos que a ideia de que a temática das redes sociais, enquanto experiência *off-line* ou *on-line* (mídias sociais), sendo um assunto em voga, possa ser empregada para motivar estudantes para a compreensão do tema matrizes e constituir juntamente com a Ciência da Computação um possível caminho para a compreensão deste conceito matemático e de suas aplicações em diferentes contextos. Compreendemos, também, como relações aparentemente aleatórias e caóticas como interações entre indivíduos em uma rede social podem ser, pelo menos em parte, compreendidas por meio da matemática. Ainda, intencionamos que este trabalho possa ser uma fonte de consulta para pessoas que, como nós, queríamos compreender como seria possível a aproximação entre dois ramos da ciência aparentemente disjuntos: as Ciências Humanas e as Ciências Exatas.

Palavras-chave: matrizes (Matemática); redes sociais; simulação computacional; relações humanas.

ABSTRACT

Human relationships, regardless of their format and their levels of organisation and institutionalisation, are generally regarded as a domain far removed from Mathematics and from analytical techniques that involve some degree of quantification. This perceived separation between the two disciplines inspired us to investigate how Mathematics might be brought closer to the Humanities. In this study, by employing adjacency matrices (Discrete Mathematics), we set out to explore the potential of this tool for describing and analysing interactions between individuals that routinely occur within social networks. Consequently, our aim was to examine how the concept of matrices can be applied to the study of both online and offline social networks. Faced with the logistical and ethical challenges of conducting research with human subjects, we opted to construct an artificial social network based on the Erdős–Rényi model using *RStudio*. This approach allowed us to establish relationships among individuals in social networks and, through the use of centrality metrics to characterise the network's structure alongside its graphical representation, to analyse the interactions between its members. As a result, we concluded that the subject of social networks—whether experienced offline or as online social media—being so topical, can be employed to engage students in understanding matrices and, in conjunction with Computer Science, can provide a pathway to grasp this mathematical concept and its applications across diverse contexts. We also demonstrated how interactions between individuals in a social network, which may appear random and chaotic, can at least partly be understood through mathematics. Moreover, we hope that this work will serve as a resource for those who, like us, wish to understand how to bridge two seemingly disparate branches of knowledge: the Humanities and the Exact Sciences.

Keywords: matrices (Mathematics); social networks; computational simulation; human relationships.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Grafo representativo do relacionamento entre os indivíduos A, B, C e D.	23
Figura 2 - Rede social hipotética constituída por 5 indivíduos em grafo não direcionado.....	34
Figura 3 - Rede social hipotética constituída por 5 indivíduos em grafo direcionado	35
Figura 4 - Rede social hipotética constituída por 5 indivíduos em grafo não direcionado.....	38
Figura 5 - Rede social hipotética constituída por 5 indivíduos em grafo direcionado.	40
Figura 6 - Rede social hipotética constituída por 5 indivíduos em grafo não direcionado.....	42
Figura 7 - Grau de Centralidade	48
Figura 8 - Grau de Centralidade de Intermediação	50
Figura 9 - Grau de Centralidade de Proximidade.....	51
Figura 10 - Grau de Centralidade de Autovetor.....	53
Figura 11 - Coeficiente de Agrupamento.....	54

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Consumo mensal, em kg, de quatro alimentos por uma família em um trimestre.20

Tabela 2 - Matriz de adjacência das interações entre os indivíduos A, B, C e D.24

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
2 REVISÃO DE LITERATURA	16
3 CONSIDERAÇÕES MATEMÁTICAS	19
3.1 MATRIZES	19
3.1.1 Definição de Matriz	19
3.1.2 Matriz quadrada	21
3.2 CONCEITOS CONCERNENTES A MATRIZES APLICADAS ÀS REDES SOCIAIS	22
3.2.1 Grafos	22
3.2.1.1 Grafo direcionado	23
3.2.1.2 Grafo não direcionado	23
3.2.2 Matriz de Adjacência	24
3.2.3 Matriz de Incidência	25
3.2.4 Matriz de Similaridade	26
3.2.5 Matriz de Centralidade	27
3.2.6 Matriz de Propagação de Informação	28
3.2.7 Matriz de Interação Temporal	28
4 MÉTRICAS E EQUAÇÕES UTILIZADAS NA ANÁLISE DE REDES SOCIAIS	30
4.1 NÚMERO DE DUNBAR	30
4.2 MÉTRICAS LOCAIS	31
4.2.1 Grau de Centralidade (C_{deg})	32
4.2.2 Centralidade de Intermediação (C_{bet})	33
4.2.3 Centralidade de Proximidade (C_{clo})	37
4.2.4 Centralidade de Autovetor (C_{eig})	41
4.3 MÉTRICA GLOBAL (COEFICIENTE DE AGRUPAMENTO)	43
4.3.1 Coeficiente de Agrupamento (C_{clu})	43
5 METODOLOGIA – O PERCURSO DO TRABALHO	45
6 EXEMPLIFICANDO UMA ANÁLISE DE REDES SOCIAIS	47
6.1 GRAU DE CENTRALIDADE	48
6.2 GRAU DE CENTRALIDADE DE INTERMEDIAÇÃO	49
6.3 GRAU DE CENTRALIDADE DE PROXIMIDADE	51

6.4 GRAU DE CENTRALIDADE DE AUTOVETOR	52
6.5 COEFICIENTE DE AGRUPAMENTO	54
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS	57
REFERÊNCIAS	60
APÊNDICE A - CENTRALIDADE DE AUTOVETOR	63
APÊNDICE B - SOBRE REDES DE ERDŐS-RÉNYI	65
APÊNDICE C - COMO FORAM GERADAS AS LINHAS DE CÓDIGO DESTE TRABALHO	67
PROMPTS (PERGUNTAS DIRECIONADORAS)	67
1-Pergunta para gerar (e corrigir) os gráficos das métricas de centralidade. --	67
2- Pergunta para gerar (e corrigir) os gráficos das métricas de centralidade, formato de gráfico dinâmico. -----	68
LINHAS DE CÓDIGO GERADAS	69
Linhas de código 1:-----	69
Linhas de Código 2: -----	73
APÊNDICE D - MATRIZ DE ADJACÊNCIA	77
APÊNDICE E - MÉTRICAS EMPREGADAS	77

1 INTRODUÇÃO

Quando se fala em Matemática e dos seus campos de aplicação, costuma-se imaginá-la como uma ferramenta exclusiva das Ciências Naturais, das Engenharias, das Finanças, da Economia, ou seja, aplicada, em geral, às ciências exatas e não às ciências humanas. Ainda perdura na mente de pessoas que o comportamento humano é imprevisível, variável ao ponto de ser quase caótico e que não pode ser abarcado, pelo menos em parte, por modelos que repousam sob alicerces matemáticos, como relatam Wassermann e Faust (1994).

Da mesma maneira que os animais aquáticos não percebem que estão imersos dentro d'água, parte das pessoas não percebem que muitos dos seus comportamentos, em especial para nós aqueles relativos à aproximação ou à rejeição para com os outros indivíduos, também possam ser estudados por padrões que podem ser matematicamente apreendidos.

Essa forma de pensar que o comportamento humano pode ser em parte descrito e explicado com ferramentas matemáticas, nos motivou para a realização deste trabalho buscando compreender como a matemática poderia ser aplicada nas ciências humanas, em especial na descrição do comportamento entre indivíduos quando em interações em redes sociais.

Assim, determinamos como questão de pesquisa: em que medida as interações cotidianas entre as pessoas podem ser abarcadas por um modelo matemático?

Para responder a tal questionamento traçamos como objetivo deste trabalho “abordar como o conceito de matrizes pode ser aplicado no estudo de redes sociais *on-line* e *off-line*”.

Segundo Turner (1999), o uso da Matemática como suporte para a compreensão de fenômenos sociais remonta ao século XIX, no momento de criação e institucionalização das modernas Ciências Sociais (Antropologia, Ciência Política, Economia, Sociologia, etc.), quando muitos dos países europeus estavam passando por processos de industrialização (a Primeira Revolução Industrial), crescente população urbana, transição para o mundo de alta tecnologia como temos nos dias atuais em comparação com o mundo tecnologicamente medieval, que existia até então; isso gerou uma mudança na quantidade de informações que se tinham sobre as sociedades daquele período. Com a consolidação dos Estados Europeus, mais e

mais informações eram geradas a respeito dos seus territórios e populações e, diante da rápida mudança social que fora observada, fez-se o seguinte questionamento: os dados numéricos sobre as populações poderiam ser organizados com o objetivo de construir explicações sobre o mundo social? Tal como a Astronomia utiliza dos dados dos movimentos dos corpos celestes para explicar o funcionamento do Universo, tal como a Geologia utiliza dos dados das rochas para tirar conclusões a respeito da origem da Terra, seria possível, com os dados advindos das populações humanas, construir uma “Física Social”? A resposta foi afirmativa.

Turner (1999) nos relata que esse movimento na História do Pensamento teve a intenção não apenas de explicar o comportamento humano sob uma ótica científica, mas de obter princípios e “leis” de funcionamento da sociedade humana, tal como nas leis da física newtoniana, com o objetivo de ter bases mais sólidas para a execução de políticas públicas ou mesmo de se modificar a direção das mudanças sociais, como se fosse possível uma ação de engenharia social, cuja bases estariam alicerçadas nos padrões de comportamento coletivo invariante, passíveis de serem encontrados por meio da pesquisa empírica e de serem formalizados matematicamente ¹. Teríamos, assim, uma:

- descrição dos fenômenos sociais, utilizando de ferramentas matemáticas (estatística descritiva);
- explicação dos fenômenos, encadeando as variáveis mais importantes (estatística inferencial);
- uma possibilidade de predição, levando em conta os fatores mais importantes; e, com essas etapas estabelecidas, tornar-se-ia factível a intervenção sobre os fenômenos sociais considerados moralmente mais relevantes pela população (pobreza e criminalidade, por exemplo).

De acordo com esses pontos alcança-se, assim, o momento da intervenção pública mediante uma prescrição de um grupo de técnicos especialistas. Deste modo, tem-se a intervenção pública como uma ação de engenharia social².

Segundo Ognyanova (2022) e Christakis (2010), a análise de Redes Sociais (*SNA- Social Network Analysis*, na sigla em inglês) tem crescido dentro da área das

¹ Um exemplo de organização cujo trabalho de pesquisa social que tem por objetivo a intervenção na sociedade é o Instituto Tavistock, em Londres, que pode ser consultado no endereço: [Tavistock Institute of Human Relations](http://www.tavistockinstitute.org/)

² Essa é uma descrição do Ciclo de Políticas Públicas, destacando os seus aspectos mais matemáticos. Para uma descrição abrangendo mais variáveis envolvidas nesse processo consulte Santos (2024).

Ciências Sociais a ponto de tornar-se um paradigma de “ciência normal”³. O campo de conhecimento das ciências sociais aponta para uma progressiva mudança na natureza da explicação científica social, partindo do ponto de vista circunscrito ao indivíduo para o ponto de vista relacional (indivíduos em conjunto), ou seja, partindo do indivíduo para as relações entre eles, como acontece nas redes sociais. Essa visão mais abrangente, do indivíduo e suas relações, é um ponto relevante para a explicação dos fenômenos sociais mais abrangentes em relação a conhecimentos focados apenas no indivíduo.

Entendemos que a justificativa para a realização deste trabalho reside no sentido de ser mais uma fonte de informação sobre aplicações da matemática em domínios da realidade até recentemente inexplorados, talvez devido à inexistência de técnicas e tecnologias capazes de apreender os fenômenos sociais em seus mais variados aspectos. Como exemplo, na Biologia, o microscópio abriu as fronteiras para um campo de estudo até então inexistente; na Astronomia, o telescópio (inicialmente com Galileu Galilei), e posteriormente o radiotelescópio, cumpriram o papel de realizar uma mudança de paradigma oferecendo informações mais abrangentes sobre o universo até então explicado de forma mais empírica provocando, assim, uma revolução científica. Ainda de acordo com Ognyanova (2022) e Christakis (2010), a revolução científica nas Ciências Sociais está acontecendo por meio da confluência dos desenvolvimentos na Matemática e na Ciência da Computação com o advento de computadores com maior capacidade de processamento, que contribuem para explicar aspectos importantes do comportamento humano como, por exemplo, preferências de consumo e as relações sociais.

No que se refere às relações sociais, com este trabalho tivemos como objetivo geral mostrar como a matemática, juntamente com a computação, pode explicar fenômenos de interações entre indivíduos.

Para responder ao nosso questionamento e atingir nosso objetivo, estruturamos este trabalho em 5 seções (2 a 6).

Na seção 2 apresentamos nossa revisão de literatura, trazendo autores que abordam como a matemática pode ser utilizada para explicar fenômenos do mundo social.

³ A expressão “Ciência Normal” é originada no livro *A Estrutura das Revoluções Científicas*, de Thomas Kuhn (1998). A “Ciência Normal” nas Ciências Comportamentais significa a construção de explicações partindo unicamente dos indivíduos como a principal unidade de análise.

Na seção 3, intitulada de Considerações Matemáticas, enunciamos os fundamentos matemáticos que perpassam este trabalho. Abordamos conceitos concernentes às Matrizes bem como conceitos mais especificamente direcionados à sua aplicação em interações entre os indivíduos nas redes sociais.

As métricas e equações utilizadas na análise de redes sociais são discutidas na seção 4, no qual apresentamos as principais métricas⁴ e as respectivas equações que são utilizadas para descrever e analisar uma rede social.

Os procedimentos metodológicos que adotamos para o desenvolvimento deste estudo são apresentados na seção 5. Nele, expomos como a pesquisa foi delineada.

Na seção 6 – Análise de Redes Sociais Exemplificada – fazemos a análise das relações nas redes sociais a partir de uma rede social artificial, com as suas métricas, significados e os gráficos relacionados a este tipo de análise.

Por fim, tecemos nossas Considerações Finais respondendo ao nosso questionamento e trazemos as conclusões às quais chegamos com este estudo.

Consideramos nosso texto como elemento na área de Matemática Aplicada, em particular da Matemática Discreta, dentro do tópico das Matrizes e, sendo assim, apesar de importante, será deixado em segundo plano discussões históricas mais detalhadas sobre a institucionalização das Ciências Sociais e das aplicações matemáticas dentro deste contexto.

Para iniciar nosso trabalho, fizemos uma revisão de literatura que é discutida na seção a seguir.

⁴Segundo o site [Aprender Estatística Fácil](#): “Métricas são medidas quantitativas utilizadas para avaliar o desempenho de um processo, atividade ou resultado “. Um exemplo de métrica são os indicadores sociais utilizados para avaliar a qualidade de vida de uma população, tal como o IDH (Índice de Desenvolvimento Humano) ou o Coeficiente de Gini (empregado para se medir a desigualdade de rendimentos) (Disponível em: [O que é: Métricas Estatísticas - Definição e Importância](#). Acesso em: 05 mai. 2025.).

2 REVISÃO DE LITERATURA

Em nossas buscas, encontramos que o uso da Matemática para a compreensão dos fenômenos sobre o mundo social e político remonta ao século XVIII com Condorcet (Santos, 2023) em seu famoso *Paradoxo de Condorcet*, no qual é discutida a disjunção entre as preferências individuais consistentes (escalonadas por ordem de importância) e as preferências e decisões tomadas pelo grupo, muitas vezes divergentes daquelas observadas no nível dos indivíduos.

Para o nosso trabalho, elegemos alguns autores posteriores a Condorcet, que têm ideias similares, no sentido de buscar explicações de natureza quantitativa para os fenômenos do mundo social onde é possível e válido o emprego de modelagem matemática. Ao longo dos séculos seguintes, e até o presente momento, há autores como John Nash, Kenneth Arrow, Raymond Boudon, Duncan Watts, dentre outros, que abordaram o assunto e, desses, destacamos aqueles de maior relevância para este trabalho.

Durkheim (2001) utilizou de métodos quantitativos para estudar os fatos sociais, considerando-os como "coisas" que poderiam ser analisadas estatisticamente; ao comparar as taxas de suicídios entre diferentes grupos sociais e regiões ele buscou encontrar padrões e correlações que permitiriam a construção de uma explicação científica social que atendesse aos requisitos do método científico.

Arrow (1951), em seu trabalho no campo da Teoria dos Jogos, que tem aplicações nas ciências sociais, especialmente na economia, criou uma modelagem matemática para explicar os pontos de equilíbrio em mercados onde há concorrência, integrando a matemática à análise econômica. Em seu conhecido *Teorema da Impossibilidade*, ele demonstra que é impossível termos um sistema de votação justo em que haja a perfeita conversão das preferências individuais agregadas em resultados coletivos ranqueados sem ao menos não ferir os critérios de 1) Não-ditadura (cada indivíduo deverá ter igual nível de poder, sem a possibilidade de individualmente alterar o resultado final); 2) Unanimidade (eficiência de Pareto), se todos têm uma preferência a outra, essa deverá ser a escolha coletiva (Se A tem 80%, B deverá ter 20% e a decisão coletiva será A); 3) Independência de Alternativas Irrelevantes: a ordem entre duas opções (A e B) não deverá ser influenciada pela presença ou ausência de outras alternativas. Qualquer que seja o cenário, se A foi a escolha de todos sobre B, A deverá continuar a ser a escolha coletiva,

independentemente da existência de C, D, ou E...; 4) Domínio Irrestrito: o sistema de votação deverá funcionar para qualquer conjunto de preferências individuais (que fora demonstrado pouco provável que esse funcionamento coerente aconteça, pelo já mencionado *Paradoxo de Condorcet*).

Simon (1957), com o uso de métodos matemáticos e computacionais para estudar processos de tomada de decisão e comportamento humano; introduziu o conceito de racionalidade limitada, indicando que os indivíduos tomam decisões com base em informações incompletas, sob a condição de limitada capacidade de processamento de informações.

Nash (1950), com suas contribuições à teoria dos jogos, mostrou como a matemática pode ser utilizada para entender interações estratégicas em contextos sociais. No seu conceito de *Equilíbrio de Nash* ele demonstra que um jogador, numa interação estratégica, não pode mudar a sua posição dado que os outros jogadores não mudarão as suas posições também. Suas ideias são usadas em áreas como a Política, Economia, Negócios e Relações Internacionais.

Lazarsfeld (2016), com seus trabalhos em metodologia de pesquisa social, na modelagem matemática de fenômenos não diretamente observáveis nos dados estatísticos de uma sociedade observou, na análise estatística desses dados, que a variabilidade conjunta de um bloco de variáveis tem por causa fatores ocultos, que embora não diretamente apreensíveis, podem ser estimados com ferramentas matemáticas. Ele foi um dos pioneiros na utilização de modelos matemáticos para explicar o comportamento dos consumidores e do emprego de estatística avançada (inferencial) para estudar as correlações e padrões nos dados sociais.

Boudon (1974), com a utilização de modelos matemáticos para estudar a sociologia estrutural e a teoria da escolha racional, propôs a ideia de *mecanismos sociais* na qual as características individuais e estruturais (coletivas) se coadunam em sequências causais, originando os fenômenos sociais que observamos no dia a dia (desigualdade social, modas, criminalidade etc.) e, mais recentemente, com Watts (2003) com a aplicação de métodos matemáticos e computacionais para estudar redes sociais e a propagação de informações. Este autor criou o modelo *Watts-Strogatz*, em colaboração como físico Steven Strogatz, Duncan Watts desenvolveu o modelo de "Mundos Pequenos" (*Small-World Networks*) explicando como as redes sociais e sistemas complexos podem possuir, internamente, um alto nível de

conectividade mesmo com o fato de os seus *links* diretos (arestas) entre os vértices (indivíduos) serem poucos.

Um dos elementos norteadores deste trabalho teve como suporte as ideias de Smith *apud* Boudon (1995) que se refere à noção de que a sociedade “emerge”, “acontece”, estrutura-se, hierarquiza-se e se mantém ao longo do tempo por meio das relações estáveis mantidas entre os indivíduos; relações possuidoras de características que podem ser apreendidas e modeladas pela matemática, características essas que procuramos discutir neste trabalho.

Para fazer tais discussões, nos amparamos em conceitos matemáticos formais sobre matrizes apontados por autores como Giovani e Bonjorno (2000, p. 56) e Iezzi e Hassan (1977) e, para a apresentação das métricas utilizadas na análise da rede social artificial, nos amparamos em Digiampietri (2024) e Wassermann e Faust (1994).

Sendo este um trabalho produzido sob os auspícios de um programa de Pós-Graduação em Matemática, a sua elaboração deu-se dentro do campo disciplinar matemático, para sermos mais claros, dentro da Matemática Discreta, na área de Matrizes, buscando aplicá-las a outros domínios da realidade como a descrição e a explicação do comportamento humano, na qual é comum que se pense que as ferramentas da matemática não encontrariam qualquer aplicação.

Tendo como suporte os autores mencionados, no que segue abordamos os conceitos matemáticos que utilizamos para a realização deste trabalho.

3 CONSIDERAÇÕES MATEMÁTICAS

Nesta seção, apresentamos conceitos matemáticos concernentes a matrizes, tema que permeia este trabalho. Em um primeiro momento apontamos ideias sobre matrizes, sua definição, suas representações e alguns tipos específicos de matrizes. Em um segundo momento descrevemos matrizes e alguns elementos especificamente direcionados ao tema de interesse deste estudo, qual seja, a aplicação de matrizes no estudo de redes sociais.

Sendo assim, antes que pensemos em matrizes enquanto um conceito matemático que pode ser aplicado em uma extensa variedade de domínios da realidade - no nosso caso específico, no campo das interações em redes sociais-, entendemos ser importante que seja estabelecida a sua definição formal, complementada por alguns tipos de matrizes que também são empregados na análise de redes sociais.

3.1 MATRIZES

3.1.1 Definição de Matriz

Matrizes são “tabelas retangulares utilizadas para organizar dados numéricos” (Giovanni; Bonjorno, 2000, p. 56).

Nas matrizes esses dados numéricos estão dispostos em filas horizontais (linhas) e em filas verticais (colunas). Cada número presente na matriz é denominado “elemento da matriz”.

Genericamente, dados dois números naturais e não nulos m e n , chama-se matriz $m \times n$ (dizemos que temos uma matriz do tipo m por n) toda tabela M formada por números reais distribuídos em m linhas e n colunas. De acordo com Iezzi e Hassan (1977), esta é a noção mais elementar que podemos ter sobre as matrizes.

Numa matriz cada elemento ocupa uma posição definida por sua linha e por sua coluna, nessa ordem. Sendo assim, em uma matriz qualquer denotada por A , cada elemento é representado genericamente por a_{ij} , no qual o índice i representa o número da linha na qual o elemento se encontra e o índice j representa o número da coluna na qual esse mesmo elemento se posiciona, informando a localização exata de um elemento a_{ij} na matriz.

Convencionou-se que as linhas sejam numeradas de cima para baixo (de 1 a m) e que as colunas sejam numeradas da esquerda para a direita (de 1 a n). Genericamente, uma matriz $m \times n$ é representada da seguinte forma:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \text{ com } m, n \in \mathbb{N}^*$$

Observe que a ordem em que aparecem os índices i e j é crucial visto que em uma matriz a_{23} representa o elemento que está na segunda linha e na terceira coluna, enquanto a_{32} indica o elemento que está na terceira linha e na segunda coluna. De forma abreviada podemos representar uma matriz A como:

$$A = (a_{ij})_{m \times n}$$

Antes de iniciar o assunto sobre matrizes, Giovanni e Bonjorno (2000) expõem um problema em seu livro que utilizamos aqui como exemplo.

Exemplo 1

A tabela a seguir mostra o consumo mensal, em quilogramas, de quatro alimentos básicos, durante um trimestre, por uma família (Giovanni, Bonjorno, 2000, p. 55).

Tabela 1 - Consumo mensal, em kg, de quatro alimentos por uma família em um trimestre

	ABRIL	MAIO	JUNHO
Arroz	10	8	9
Feijão	4	5	6
Carne	5	7	10
Legumes	12	11	6

Fonte: Giovanni; Bonjorno (2000, p.55).

⁵ Em geral, os elementos de uma matriz estão dispostos entre parênteses; porém, podemos encontrar outras representações com os elementos da matriz colocados entre colchetes [] ou entre barras duplas || ||

A tabela acima pode ser representada por uma matriz do tipo 4×3 (4 linhas por 3 colunas) da seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} 10 & 8 & 9 \\ 4 & 5 & 6 \\ 5 & 7 & 10 \\ 12 & 11 & 6 \end{pmatrix}$$

Para determinar, por exemplo, a quantidade de carne consumida por essa família no mês de maio devemos localizar o elemento que está na terceira linha e na segunda coluna, ou seja, temos $a_{32} = 7$.

Observe que cada elemento exposto nesta matriz tem um significado bem definido, como assim também podemos encontrar em vários ramos da ciência nos quais as matrizes podem ser aplicadas.

No que segue, apontamos alguns tipos específicos de matrizes denominando-as por A .

3.1.2 Matriz quadrada

Uma matriz $m \times n$ é dita quadrada quando o número de linhas dessa matriz é igual ao número de colunas. Como $m = n$, dizemos que a matriz é do tipo $n \times n$ ou que é quadrada de ordem n .

A seguir representamos de forma genérica uma matriz quadrada de ordem 4:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

É fato que existem outros assuntos importantes sobre matrizes como, por exemplo, algumas matrizes específicas, igualdade de matrizes, matrizes inversas e operações com matrizes; no entanto, não são de interesse para este estudo. Por isso, não os abordaremos.

Expostos os conceitos matemáticos concernentes às matrizes que são de nosso interesse, no que segue, abordamos algumas definições e alguns conceitos

sobre matrizes especificamente direcionados ao estudo de redes sociais e que utilizaremos no decorrer deste trabalho.

3.2 CONCEITOS CONCERNENTES A MATRIZES APLICADAS ÀS REDES SOCIAIS

Neste tópico, apresentamos alguns conceitos introdutórios relacionados à análise de redes sociais tais como grafos, *nós*, *arestas* e matrizes.

A maioria desses pontos que abordaremos têm como referência as ideias de Wassermann e Faust (1994).

3.2.1 Grafos

Grafos são estruturas matemáticas ou modelos matemáticos que permitem codificar os relacionamentos entre pares de objetos. Os objetos são os *vértices* do grafo, também conhecidos como *nós*, e as conexões entre os objetos são as *arestas*, como define Digiampietri (2024).

Exemplo 2

Considere uma pequena rede social formada por 4 indivíduos:

A é amigo de B e D

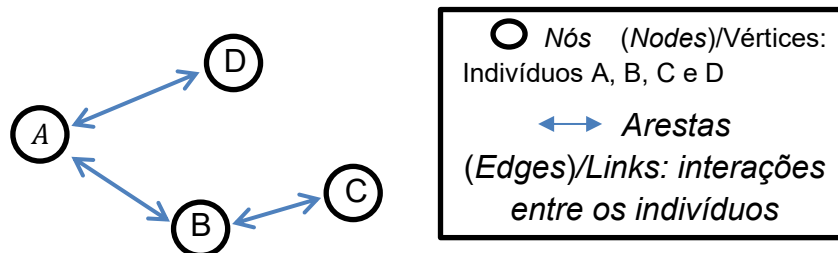
B é amigo de A e C

C é amigo de B

D é amigo de A

Na Figura 1, representamos as relações entre os indivíduos A, B, C e D na forma de um grafo sendo que os indivíduos A, B, C e D são os *nós* e as conexões entre eles são as *arestas*:

Figura 1 - Grafo representativo do relacionamento entre os indivíduos A, B, C e D



Fonte: do autor, 2025.

3.2.1.1 Grafo direcionado

De acordo com Digiampietri (2023), grafo direcionado é aquele no qual as relações (*arestas*) entre os indivíduos (vértices ou *nós*) têm um sentido definido. Por exemplo: numa rede social⁶ *on-line*, ao estilo do Instagram, A pode seguir B, mas B pode não seguir A. Nas redes sociais *off-line* das relações do dia a dia, em uma referida entrevista na qual indivíduos deverão citar 9 de seus amigos, uma pessoa A poderá citar B como uma referência conhecida em sua lista de amigos, mas B poderá não citar A em sua lista de amigos.

3.2.1.2 Grafo não direcionado

Segundo Digiampietri (2023), grafo não direcionado é aquele no qual as relações (*arestas*) entre os indivíduos não têm um sentido definido. As *arestas* (relações) não têm direção, o que significa que a relação entre os *nós* ou vértices (indivíduos) é simétrica, ou seja, é recíproca. Nas redes *on-line*, como o Facebook, por exemplo, para A seguir B, B tem que seguir A. No mundo *off-line* são as redes de amizade ou de colaboração científica, nas quais só existe uma relação se há a citação recíproca.

⁶ Rede social: conjunto finito de atores ligados por relações de interdependência (Wassermann, 1994). "Redes sociais podem ser definidas como a intrincada teia de relações sociais que os indivíduos formam uns com os outros. Essas relações podem se basear em diversos fatores, como laços familiares, amizades, conexões profissionais ou até mesmo interações virtuais por meio de plataformas online. As redes sociais não se limitam a indivíduos; elas também podem abranger entidades maiores, como organizações, comunidades ou até mesmo sociedades inteiras.". Disponível em: [Understanding Social Networks in Sociology](#), acesso em 7 de outubro de 2025.

3.2.2 Matriz de Adjacência⁷

A matriz de adjacência é uma representação matemática comum utilizada na análise de redes sociais em ciências sociais. Esta matriz descreve a estrutura da rede social em termos de conexões entre os *nós* (ou vértices) da rede. Em uma rede social, os *nós* podem representar indivíduos ou entidades, e as conexões entre eles podem representar relações sociais, como amizades, colaborações, interações etc.

Assim, as redes formadas entre quaisquer elementos e representadas por grafos podem ser descritas por matrizes quadradas binárias constituídas por 0 (zero) e 1 (um) nas quais 1 representa a interação entre indivíduos e 0, a não interação. Essa representação é denominada matriz de adjacência.

Em notação formal, uma matriz de adjacência é definida por:

Seja G um grafo não direcionado com n nós. A matriz de adjacência A de G é uma matriz quadrada de tamanho $n \times n$, na qual o elemento a_{ij} é definido como:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se existe aresta(conexão) entre os nós } i \text{ e } j \\ 0, & \text{se não existe aresta(conexão) entre os nós } i \text{ e } j \end{cases}$$

De acordo com o grafo da Figura 1, página 25, temos a matriz de adjacência, mostrada na Tabela 2:

Tabela 2 - Matriz de adjacência das interações entre os indivíduos A, B, C e D

	A	B	C	D
A	0	1	0	1
B	1	0	1	0
C	0	1	0	0
D	1	0	0	0

Fonte: do autor, 2025.

Este exemplo representa a rede social onde os *nós* são os indivíduos A, B, C e D, e cada entrada na matriz indica se há uma conexão direta entre os *nós*

⁷ Uma referência para o conceito de Matriz de Adjacência pode ser encontrada neste link: [SciELO Brasil - Uma introdução à Ciência de Redes e Teoria de Grafos Uma introdução à Ciência de Redes e Teoria de Grafos](#). Acesso em 13 de outubro de 2025.

correspondentes. Por exemplo, a entrada na linha 1, coluna 2 (ou seja, a_{12}) é 1, indicando que há uma conexão direta entre os *nós* (indivíduos) *A* e *B*. No caso do elemento $a_{31} = 0$ da matriz de adjacência, significa que o indivíduo *C* não se relaciona com o indivíduo *A*.

A matriz de adjacência é a mais comum na pesquisa de análise de redes sociais, mas existem outros tipos de matriz que permitem que outras métricas possam ser calculadas. Ainda que não façam parte da discussão principal deste trabalho, esses tipos de matrizes serão abordados no que segue. Todos os tipos de matrizes mencionadas a seguir são variações da matriz de adjacência, apresentada por Higgins e Ribeiro (2018) e por Wassermann e Faust (1994), possuindo variações nos nomes e na notação de acordo com o objetivo particular de cada pesquisador⁸.

3.2.3 Matriz de Incidência

Essa matriz é utilizada para representar graficamente as conexões entre *nós* e *arestas*. As linhas da matriz representam os *nós* e as colunas, representam as *arestas*.

Cada elemento indica se um *nó* está conectado a uma *aresta* específica. A matriz de incidência é especialmente útil em redes bipartidas, na qual há dois tipos diferentes de *nós* (por exemplo, usuários e grupos) e as conexões ocorrem entre esses dois tipos distintos.

Uma matriz de incidência pode ser definida como: seja *B* uma matriz de incidência para um grafo *G*, na qual $b_{ij} = 1$ se o vértice *i* incidir na *aresta* *j*, $b_{ij} = -1$ se o vértice *i* for o fim da *aresta* *j*, e $b_{ij} = 0$ caso não haja relação, como mostrado no exemplo a seguir.

⁸ Nestas referências estão os nomes para estes tipos de matrizes, que na realidade são variações da matriz de adjacência tais como: WASSERMAN, FAUST (1994). FREEMAN, Linton C. (1979). BONACICH, Phillip. (1987). HOLME, Petter; SARAMÄKI, Jari. (2012). KEMPE, David; KLEINBERG, Jon; TARDOS, Éva. (2003). PASTOR-SATORRAS, Romualdo; VESPIGNANI, Alessandro. (2001). KIVELÄ, Mikko *et al.* (2014).

Como não tivemos a intenção de explorar as variações da matriz de adjacência, citamos os referidos autores e deixamos as referências completas na parte das referências bibliográficas deste trabalho. Nesta parte específica, as notações formais desses tipos de matriz contaram com a contribuição das inteligências artificiais generativas (ChatGPT e Microsoft Copilot) para os caracteres em texto matemático. A escrita, no entanto, foi do autor.

Exemplo 3. Matriz de incidência:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Este tipo de matriz é empregado para modelar redes de interações nas quais as citações entre os indivíduos têm um direcionamento, ou seja, quando uma pessoa A é mencionada/seguida por uma outra B , mas esta A não necessariamente menciona ou segue B . Um exemplo é uma rede social ao estilo do *Instagram*, na qual uma pessoa pode ser seguida por alguém, mas não há a simetria nesta relação; seguir não implica em ser seguido, neste caso podemos citar os *influenciadores*. Na notação de matriz de incidência, indicamos o número 1 quando há reciprocidade (simetria) e -1, quando não há reciprocidade na relação e 0, quando não há nenhuma relação entre os vértices (indivíduos).

3.2.4 Matriz de Similaridade

Essas matrizes quantificam a semelhança ou a diferença entre os *nós* da rede com base em atributos, interesses, comportamentos ou outras características. A análise de similaridade pode ajudar a identificar grupos ou comunidades de *nós* que compartilham interesses ou características comuns.

A matriz de similaridade pode ser definida como: seja S uma matriz de similaridade para um conjunto de entidades E , na qual s_{ij} representa a similaridade entre as entidades i e j .

No exemplo que segue temos uma matriz de similaridade.

Exemplo 4

Suponha que estamos comparando a similaridade entre perfis de usuários em uma rede social com base em características comuns, no caso consideraremos professores, técnicos administrativos e um grupo de alunos do IFPE *campus* Barreiros.

Suponha que para a relação entre os perfis de usuários citados no exemplo obtemos a matriz de similaridade:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0,8 & 0,2 \\ 0,8 & 1 & 0,6 \\ 0,2 & 0,6 & 1 \end{bmatrix}$$

Nesta matriz, se a nossa unidade de análise for o tipo de ator dentro da instituição educacional IFPE (Professores, Técnicos Administrativos e Alunos), iremos modelar o quanto determinado tipo de ator segue outro tipo de ator. Um professor que tivesse 10 contatos e um escore de 1 para a sua categoria e de 0 nas outras duas (Técnicos Administrativos e Alunos) significaria que todas as pessoas que ele segue também são professores. Se tivermos um score de 0,8 para determinada categoria, suponhamos para técnicos administrativos, significa que o indivíduo segue 80% de indivíduos que também são técnicos administrativos e 20% de indivíduos que são de outras categorias.

3.2.5 Matriz de Centralidade

A centralidade é uma medida que avalia a importância relativa de um *nó* dentro da rede. A matriz de centralidade atribui um valor a cada *nó* com base em critérios como a quantidade de conexões que possui ou a posição que ocupa na rede. A análise de centralidade ajuda a identificar *nós* influentes ou críticos na rede social.

A matriz de centralidade pode ser definida da seguinte forma: seja C uma matriz de centralidade para um grafo G , no qual c_{ij} representa a medida de centralidade do vértice i em relação ao vértice j , ou seja, representa a quantidade de citações do vértice i em relação ao vértice j .

Uma matriz de centralidade pode ser originada de uma matriz de adjacência. Nela há a indicação dos vértices (indivíduos, *nós*) que têm a maior quantidade de citações.

Exemplo 5

Numa rede formada por alunos de uma instituição, a matriz de centralidade indicaria qual ou quais desses alunos são os mais citados pelos seus pares. Um

indivíduo mais citado é um indivíduo mais conhecido, que teria o potencial de ser uma referência em opiniões, preferências e comportamentos.

3.2.6 Matriz de Propagação de Informação

Essa matriz é usada para modelar a propagação de informações, opiniões ou comportamentos ao longo da rede. Ela pode ser usada para prever como as informações se espalharão e quais *nós* (*vértices*) teremos maior impacto na disseminação.

Uma matriz de propagação e informação pode ser definida nestes termos: seja P uma matriz de propagação de informação para um grafo G , no qual p_{ij} representa a probabilidade de uma informação propagada de i chegue a j .

Em uma rede social, essa matriz pode ser construída considerando a probabilidade de uma postagem feita por um usuário i seja vista por um usuário j .

A matriz de propagação da informação também está relacionada com a matriz de adjacência, visto que quanto mais citado o indivíduo for, maior a probabilidade de propagação da informação se essa a passar por ele.

Exemplo 6

Neste de tipo matriz seriam indicadas as probabilidades de uma opinião de um indivíduo ser vista por um outro indivíduo. Se essa matriz descreve uma rede aleatória, qualquer indivíduo tem igual probabilidade de acessar a opinião de qualquer outro indivíduo, porém em redes não-simuladas, *on-line* ou *off-line*, esses valores são diferentes para todos os indivíduos, dependendo da posição em que estes estão localizados dentro da rede. Posições mais centrais, incrementam essas probabilidades; posições mais periféricas, reduzem as probabilidades de visualização das informações.

3.2.7 Matriz de Interação Temporal

Em redes sociais dinâmicas, para as quais as conexões e interações mudam ao longo do tempo, as matrizes de interação temporal registram quando e como as interações ocorreram. Isso pode ajudar a identificar tendências sazonais, eventos significativos ou mudanças na estrutura da rede.

Para uma rede social, essa matriz pode representar a frequência ou intensidade das interações entre usuários ao longo do tempo, como mensagens trocadas, comentários feitos etc.

Uma matriz de interação temporal registraria a permanência ou as mudanças nas trocas de informação ao longo do tempo. Também pode representar se a rede se mantém com poucas alterações ou se ela passa por alterações ao longo do tempo (diminuição ou aumento na quantidade de indivíduos).

Exemplo 7

Considere as informações trocadas entre estudantes ao longo do ano. Entendemos que durante o período de avaliações a troca de informações bem como a variação na quantidade de indivíduos que acessam as informações são expressivamente maiores do que em outras épocas. Essas variações podem ser representadas por uma matriz de interação temporal.

Neste bloco dessa sessão apontamos os tipos de matrizes aplicadas às redes sociais baseadas nos tipos de interações entre indivíduos. No entanto, as interações nas redes sociais também podem ser analisadas por meio de métricas e equações, o que discutimos no que segue.

4 MÉTRICAS E EQUAÇÕES UTILIZADAS NA ANÁLISE DE REDES SOCIAIS

Nesta seção exibimos algumas métricas utilizadas em análises de redes sociais e que serão a base de fundamentação teórica para o exemplo artificial que discutiremos na seção 6.

Neste trabalho abordaremos três tipos de métricas: o Número de Dunbar, algumas das métricas locais e algumas métricas globais.

4.1 NÚMERO DE DUNBAR

Baseados em Barros e Herbert (2010), entendemos que a ideia em empregar a quantificação das relações humanas decorre dos limites da nossa racionalidade, em termos de capacidade de processamento de interações sociais, o que é explicado pelo “Número de Dunbar”, exigindo que usemos de um ponto de vista matemático para que tenhamos uma maior capacidade de entendimento do nosso mundo social.

Dunbar (1992), ao estudar relações entre grupos humanos ao longo da história, percebeu que o tamanho médio de grupos coesos era em média em torno de 150 indivíduos. Assim, para os seres humanos, o número de relações diretas entre indivíduos é em torno de 150⁹. A partir deste valor, as relações não são mais próximas e não se pode mais gerenciar de forma direta conectividades gerais que perpassam o grupo (idades, amizades, parentesco etc.); é necessário quantificações matemáticas para que seja possível investigar o universo social.

Por exemplo: em um pequeno grupo de pessoas que se relacionam entre si, possivelmente é claro para todos qual a quantidade de indivíduos que estão em determinada faixa etária ou quem é parente direto de quem; no entanto, para analisar características de um conjunto de pessoas cuja quantidade não é gerenciável de forma direta, e que seriam caso este grupo fosse pequeno, é necessário utilizarmos instrumentos matemáticos para fazermos aferições sobre determinada característica da população. Um exemplo disso são os estudos realizados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) para se determinar, por exemplo, o número de

⁹ Para o artigo original de Robin Dunbar, clicar aqui: [Neocortex size as a constraint on group size in primates - ScienceDirect](#).

peças que estão em determinada faixa etária e, para isso, é necessário a utilização de instrumentos matemáticos.

De acordo com Stewart (2014), a Matemática representou (e representa) uma ampliação das capacidades humanas no entendimento do funcionamento do Mundo Natural (Astronomia, Física, Química etc.). No entanto, ela também pode ser utilizada para estudos na área social. Um exemplo disso é o Número de Dunbar. O conceito de Número de Dunbar indica que a mente humana tem limites quanto a capacidade de processamento de relações significativas. Além desse ponto é necessária a criação de Instituições para lidar com a impessoalidade e reduzir os custos de coordenar centenas de vontades humanas discordantes na execução de uma ação coletiva; além desse limite, na atividade científica, é necessário que usemos da Matemática como ferramenta descritiva e explicativa sobre o mundo de relações humanas que nos rodeia.

Vale destacar que uma rede social pode ser analisada considerando as métricas relacionadas aos indivíduos (neste sentido, “métricas locais”), bem como no aspecto relacionado à rede como um todo (neste sentido, “métrica global”).

Os conceitos abordados nas métricas a seguir foram baseados em Digiampietri (2023) e Arif (2015).

4.2 MÉTRICAS LOCAIS

As métricas locais quantificam características dos indivíduos dentro de uma rede social como, por exemplo, sua posição na rede.

No contexto das métricas locais temos as medidas de centralidade que se referem à concentração de citações de um ou alguns indivíduos dentro de uma rede social. Assim, as medidas de centralidade têm por objetivo quantificar o quão central é a posição que o indivíduo ocupa na rede, ou seja, a centralidade está relacionada à importância, influência ou prestígio do indivíduo na rede.

Por exemplo, um influenciador digital tem mais centralidade do que os demais participantes de um grupo social ou em uma pesquisa eleitoral um candidato mais citado tem mais centralidade do que outro menos citado nesta mesma pesquisa.

4.2.1 Grau de Centralidade ($C_{\text{deg}^{10}}$)

O Grau de Centralidade está relacionado ao número de citações de um indivíduo dentro de uma rede social.

É a mais simples de todas as medidas de centralidade e o seu valor para um dado *nó* em rede é o número de *links* incidentes nele, sendo utilizado para identificar os *nós* que têm o maior número de conexões na rede. Entretanto o Grau de Centralidade não considera o prestígio das *arestas* incidentes nos *nós*.

Formalmente, para um grafo $G = (V, E)$ ($G = \text{grau de centralidade}$; $V = \text{vértice}$; $E = \text{aresta}$ – em inglês *edge*), o grau de um *nó* ou vértice v , ($v \in V$) é expresso pela relação:

$$C_D(v) = g(v)$$

na qual C é a centralidade do grau D em determinado vértice v , o que corresponde a de $g(v)$ que é o número de *arestas* incidentes em um vértice v .

Vale ressaltar que a letra “ D ” nesta relação significa Grau (*degree*, em inglês); a expressão “*arestas* incidentes” significa a quantidade de citações para determinado indivíduo “ v ” representado pelo vértice (*nó*). “ $C_D(v)$ ” significa o “Grau de Centralidade do vértice v ”.

Um exemplo desta ideia são as citações que uma pessoa recebe em determinada comunidade, organização ou instituição. Os indivíduos mais citados são os indivíduos mais centrais, mais lembrados nas primeiras posições pelos integrantes daquele ambiente, quando abordados numa pesquisa de campo.

Isso exemplifica que o Grau de Centralidade indica apenas o número de citações e não leva em consideração o prestígio destas citações.

¹⁰ C_{deg} : Grau (*Degree-deg*) de Centralidade.

4.2.2 Centralidade de Intermediação (c_{bet}^{11})

A Centralidade de Intermediação se relaciona à frequência com a qual um *nó* atua como intermediário.

É uma métrica que avalia a habilidade de um *nó* (indivíduo) de se conectar aos círculos importantes da rede. Essa métrica mede o Grau de Centralidade de um vértice em relação às principais rotas pelas quais os fluxos da rede são estabelecidos.

A função desta métrica é quantificar o quanto um indivíduo tem a capacidade de ser um intermediário entre as partes de maior prestígio dentro da rede. No caso das eleições universitárias seria uma medida do quanto um indivíduo poderia atuar como conexão (ponte) entre os círculos sociais de maior prestígio.

Para determinar a Centralidade de Intermediação (*Betweenness*, em inglês, a letra *B* na fórmula), utilizamos a relação:

$$C_B(v) = \sum_{s \neq v \neq t} \frac{\sigma_{st}(v)}{\sigma_{st}}$$

Na qual:

s, v e t são vértices distintos e v atua como intermediário entre s e t .

$C_B(v)$ é a Centralidade de Intermediação do vértice v ;

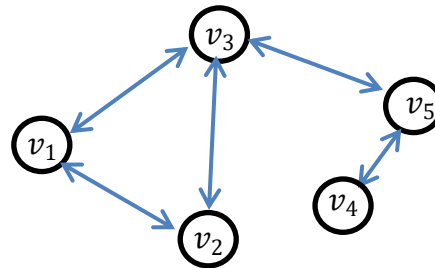
$\sigma_{st}(v)$ é o número de caminhos entre os vértices s e t e que passam pelo vértice v ;

σ_{st} é o número total de caminhos mais curtos entre os vértices s e t .

Para determinar a Centralidade de Intermediação, bem como para quantificar outras métricas, teríamos de o fazer para todos os vértices; no entanto, para o trabalho não ficar muito extenso, para nossos exemplos utilizaremos apenas um dos vértices, e o escolhido foi o vértice 3 (V3) de uma rede social hipotética composta por 5 indivíduos, como mostra a Figura 2.

¹¹ C_{bet} : Grau de Centralidade de Intermediação (*Betweenness-bet*).

Figura 2 - Rede social hipotética constituída por 5 indivíduos em grafo não direcionado



Fonte: do autor, 2025.

Neste caso, temos um grafo não-direcionado, na qual o indivíduo para ser seguindo tem que seguir um outro de volta (no mundo *on-line*, seria como o *Facebook*). Iremos observar a relação entre a quantidade de menores caminhos que há nesta rede, divididos pela quantidade de menores caminhos que passam pelo vértice (pessoa) que foi escolhido para ser investigado (V3). Quanto maior for a Centralidade de Intermediação, maior é a presença do vértice nos fluxos de informação da rede.

Quantos caminhos passam por V3? Quantos caminhos não passam por V3? Qual é o total de caminhos da nossa rede social?

Do vértice 1 ao vértice 4, passamos por V3 – Contamos 1 caminho.

Do vértice 1 ao vértice 5, passamos por V3 – Contamos 1 caminho.

Do vértice 2 ao vértice 4, passamos por V3 – Contamos 1 caminho.

Do vértice 2 ao vértice 5, passamos por V3 – Contamos 1 caminho.

Temos um total de 4 caminhos que passam pelo vértice V3.

Do vértice 1 ao vértice 2, não passamos por V3 – Contamos 1 caminho.

Do vértice 4 ao vértice 5, não passamos por V3 – Contamos 1 caminho.

Temos o total de 2 caminhos que não passam por V3.

Temos um total de 6 caminhos nesta nossa rede social.

Aplicando a fórmula com o foco em V3, temos o seguinte:

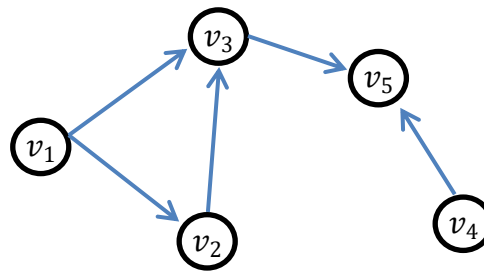
$$C_B(v3) = \sum_{s \neq v3 \neq t} \frac{\sigma_{st}(v3)}{\sigma_{st}}$$

$$C_B(v3) = \frac{4(\text{Quantidade de caminhos que passam por } V3)}{6(\text{Total de caminhos da rede social})} = 0,667$$

Um total de dois terços de todos os menores caminhos passam por V3, o que aponta para um Coeficiente de Intermediação de aproximadamente 0,667, coeficiente esse considerado moderado para alto¹².

O coeficiente de Intermediação também pode ser determinado para grafos direcionados, como o mostrado na Figura 3. Para a mesma rede social de 5 indivíduos, sob o formato de grafo direcionado, seguir uma pessoa não significa que haja reciprocidade e ela siga de volta (no mundo *on-line* seria como o *Instagram*).

Figura 3 - Rede social hipotética constituída por 5 indivíduos em grafo direcionado.



Fonte: do autor, 2025.

Semelhante ao exemplo anterior, iremos observar a relação entre a quantidade de menores caminhos desta rede, divididos pela quantidade de menores caminhos que passam pelo vértice (pessoa) que foi escolhido para ser investigado (V3), com a regra de que serão consideradas apenas os caminhos que possuem direcionamento

¹² Em estatística, coeficientes entre 0 e 0,3 são classificados como fracos, em 0,5 é classificado como moderado e um coeficiente acima de 0,7 é considerado forte. Para maiores informações, consulte Lima (2021).

(*aresta*) para V3. Quanto maior for a Centralidade de Intermediação, maior é a presença do vértice nos fluxos de informação da rede.

As mesmas perguntas devem ser respondidas: Quantos caminhos passam por V3? Quantos caminhos não passam por V3? Qual é o total de caminhos da nossa rede social?

Do vértice 1 ao vértice 2, não passamos por V3 – Contamos 1 caminho.

Do vértice 1 ao vértice 4, não passamos por V3 – Contamos 1 caminho.

Do vértice 1 ao vértice 5, passamos por V3 – Contamos 1 caminho.

Do vértice 2 ao vértice 1, não passamos por V3- Contamos 1 caminho.

Do vértice 2 ao vértice 4, não passamos por V3 – Contamos 1 caminho.

Do vértice 2 ao vértice 5, passamos por V3 – Contamos 1 caminho.

Do vértice 4 ao vértice 1, não passamos por V3 – Contamos 1 caminho.

Do vértice 4 ao vértice 2, não passamos por V3 – Contamos 1 caminho.

Do vértice 4 ao vértice 5, não passamos por V3 – Contamos 1 caminho.

Do vértice 5 ao vértice 1, não passamos por V3 – Contamos 1 caminho.

Do vértice 5 ao vértice 2, não passamos por V3 – Contamos 1 caminho.

Do vértice 5 ao vértice 4, não passamos por V3 – Contamos 1 caminho.

Numa contagem de *arestas* (caminhos) para grafos direcionados, são contabilizados os caminhos que passam pelo vértice que escolhemos investigar e que estejam direcionados para ele. Os caminhos que poderíamos ter, caso o gráfico fosse não-direcionado, também entram no cálculo, como por exemplo, de V1 para V4, já que a fórmula trata sobre a relação entre os caminhos potenciais e os caminhos que de fato foram trilhados ao passar pelo indivíduo sob análise.

Temos um total de 12 caminhos nesta rede de grafo direcionado. Dentro desses 12, temos 2 caminhos que passam por V3.

Aplicando a relação, temos:

$$C_B(v3) = \sum_{s \neq v3 \neq t} \frac{\sigma_{st}(v3)}{\sigma_{st}}$$

$$C_B(v3) = \frac{2(QuantidadedecaminhosdirecionadosquepassamporV3)}{12(Totaldecaminhosdaredesocial)} = 0,167$$

Um total de um sexto $\left(\frac{2}{12} = \frac{1}{6}\right)$ de todos os menores caminhos passam por V3, e temos com isso um Coeficiente de Intermediação de aproximadamente 0,167; o que é considerado como fraco. Isso significa um menor poder de intermediar os principais fluxos de informação dentro da rede.

4.2.3 Centralidade de Proximidade (C_{clo})¹³

Essa métrica mede a distância média entre um *nó* e todos os outros.

O Grau de Centralidade de Proximidade (*closeness* em inglês) representa a habilidade de um indivíduo monitorar o fluxo de informação e enxergar o que está acontecendo na rede, como relata Martins (2016)¹⁴.

A Centralidade de Proximidade em análise de redes sociais descreve os *nós* que estão conectados de tal forma que possam acessar outros *nós* na rede com mais facilidade. Isso é indicado pelo padrão de seus laços indiretos (*arestas* indiretas).

Para determinar a Centralidade de Proximidade somamos os caminhos mais curtos entre determinado *nó* e todos os outros *nós* da rede.

Na prática, significa o grau de mobilidade de cada indivíduo dentro de uma rede, o quanto ele é capaz de acessar desde a pessoa mais central (aquela que é mais citada) até aquela que é mais periférica (aquelas menos citadas) desta rede.

Em termos matemáticos, a Centralidade de Proximidade de um *nó* (v) é dada pela relação:

$$C(v) = \frac{1}{\sum_{u \neq v} d(u, v)}$$

u e v são vértices distintos;

$C_{(v)}$ é a Centralidade de Proximidade do *nó* v ;

$d(u, v)$ é a distância (número de *arestas* entre os *nós* u e v).

¹³ C_{clo} : Grau de Centralidade de Proximidade (*Closeness-clo*).

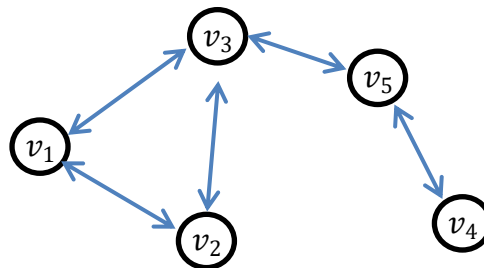
¹⁴ Para uma informação mais precisa, ver nas referências deste trabalho: “Mídias Sociais – Análise de Centralidade e Componentes”, Martins, 2016.

Para exemplificar essa métrica utilizaremos um ditado utilizado no Rio de Janeiro: “pessoa capaz de falar com o morro e com o asfalto”, ou seja, um indivíduo capaz de obter informações e/ou ser influenciado por variados círculos sociais, por estar numa posição relacional que o permite acessar tanto os *nós* mais centrais, quanto os *nós* mais à margem, dentro de determinada rede social.

Como fora feito com as métricas descritas anteriormente, será apresentada uma quantificação da Centralidade de Proximidade, elaborada a partir do vértice (v_3), numa hipotética rede social de 5 indivíduos. Nessa rede, será medido o quão próximo o indivíduo v_3 está de todos os demais indivíduos da rede. Quantos caminhos(*arestas*) mais curtos existem entre determinado indivíduo (no caso, o *nó* de número 3) e todos os outros; quantas *arestas* são necessárias serem percorridas para que cada indivíduo possa ser alcançado.

Assim, essa medida identifica os *nós* que estão mais próximos dos demais, possuindo maior capacidade de espalhar a informação.

Figura 4 - Rede social hipotética constituída por 5 indivíduos em grafo não direcionado



Fonte: do autor, 2025.

A seguir determinamos a Centralidade de Proximidade do vértice 3 (V_3) em relação a todos os indivíduos desta rede.

Do vértice 3 para o vértice 1 – Contamos 1 caminho.

Do vértice 3 para o vértice 2 – Contamos 1 caminho.

Do vértice 3 para o vértice 5 – Contamos 1 caminho.

Do vértice 3 para o vértice 4 – Contamos 2 caminhos.

Temos um total de 5 caminhos partindo do vértice 3 para todos os outros vértices desta rede social.

Com a aplicação da fórmula:

$$C(v3) = \frac{1}{\sum_{u \neq v} d(u, v3)}$$

u e $v3$ são vértices distintos;

$C_{(v3)}$ é a Centralidade de Proximidade do *nó* $v3$;

$d(u, v3)$ é a distância (número de *arestas* entre os *nós* u e $v3$).

$$C(v3) = \frac{1}{1+1+0+2+1} = 0,2$$

Este valor (0,2) é a Centralidade de Proximidade do vértice 3 em relação a todos os vértices da rede.

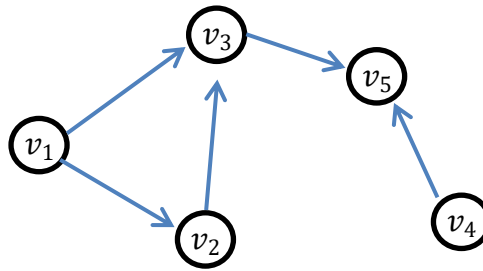
Quando a distância do vértice 3 para qualquer outro foi de uma *aresta*, contabilizamos 1, se foi de duas *arestas*, contabilizamos 2; colocamos 0 para representar a distância dele para ele mesmo. Efetuando a divisão de 1 pelo somatório dos números do denominador, temos a nossa Centralidade de Proximidade (0,2).

Quando temos uma situação em que o grafo é desconexo, apresentando regiões onde não há qualquer caminho entre duas *arestas*, introduzimos a letra n (ficando $n-1$ no numerador), para representar o total de todos os vértices do grafo subtraído de 1.

$$C(v) = \frac{N - 1}{\sum_{u \neq v} d(u, v)}$$

A Centralidade de Proximidade também pode ser determinada para um grafo não direcionado.

Figura 5 - Rede social hipotética constituída por 5 indivíduos em grafo direcionado



Fonte: do autor, 2025.

Considerando que o nosso foco é o vértice 3(v3), temos as seguintes relações nesta rede de 5 pessoas, dentro de um grafo direcionado.

Não há caminho do vértice 3 para o vértice 2.

Não há caminho do vértice 3 para o vértice 1.

Não há caminho do vértice 3 para o vértice 4.

Há um caminho do vértice 2 para o vértice 5. Contamos 1 caminho (1 *aresta*).

Como em relação a todos os outros vértices não há *arestas*, pois trata-se de um grafo direcionado, coloca-se para cada vértice o valor de 5, que é o número do total de vértices deste grafo; 0 para representar o vértice 3 e o valor de 1 que representa a ligação entre o vértice 3 e o vértice 5.

Substituindo os valores destacados acima na fórmula, obtemos:

$$C(v3) = \frac{1}{5+5+0+1+5} = 0,0625$$

O resultado encontrado é o valor da Centralidade de Proximidade para um grafo direcionado, de uma rede social composta por 5 indivíduos. Isso significa que em comparação à rede não-direcionada, composta igualmente por 5 pessoas, temos uma menor possibilidade de acessar e espalhar a informação ($0,2 > 0,0625$), já que as rotas têm um direcionamento definido.

4.2.4 Centralidade de Autovetor (C_{eig} ¹⁵)

A Centralidade de Autovetor indica o quanto um *nó* está ligado aos *nós* mais importantes da rede.

A Centralidade de Autovetor é uma medida utilizada na análise de redes sociais para avaliar a importância ou influência de um *nó* (ou ator) em uma rede. Ela considera tanto as conexões diretas como as indiretas de um *nó*.

Assim, a Centralidade de Autovetor é baseada na ideia de que um *nó* é importante se estiver conectado a outros *nós* que também são importantes. Em outras palavras, a relevância de um *nó* é determinada pela relevância dos *nós* aos quais ele está ligado.

A Centralidade de Autovetor é determinada por meio do autovetor correspondente ao maior autovalor da matriz de adjacência da rede. Matematicamente, podemos representá-la como:

$$C_v = \frac{1}{\lambda} \sum_j A_{ij} C_j$$

na qual:

(C_v) É a Centralidade de Autovetor do *nó*(v).

(λ) É o maior autovetor da Matriz de Adjacência.

(A_{ij}) É o elemento da Matriz de Adjacência que indica se os *nós*(i) e (j) estão conectados (1 se sim, 0 se não).

(C_j) É a centralidade de autovetor do *nó*(j).

Observamos que nesta métrica quanto maior o valor da Centralidade de Autovetor de um *nó*, mais importante ele é na rede. Essa medida leva em consideração a posição estratégica do *nó* na rede, considerando não apenas suas conexões diretas, mas também as conexões dos *nós* aos quais está ligado. No Apêndice A (pg. 65) discorreremos com mais detalhes sobre a Centralidade de Autovetor, a sua importância para compreender os sistemas de interação humana onde há a presença de hierarquias e estratificação social.

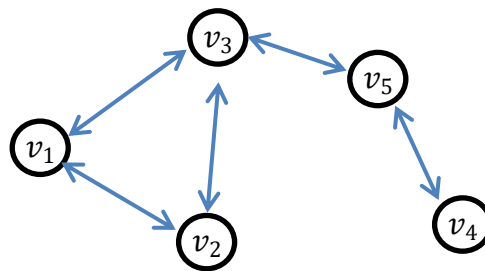
¹⁵ C_{eig} : Grau de Centralidade de Autovetor (*Eigenvector - eig*).

Nesta parte do texto não será executado o cálculo de Centralidade de Autovetor tendo em vista a extensão da matriz que é de ordem 5. No entanto, representamos a matriz de adjacência referente ao exemplo que exploramos durante este texto representada no grafo explicitado logo após a matriz¹⁶.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

A matriz adjacência acima se refere ao grafo:

Figura 6 - Rede social hipotética constituída por 5 indivíduos em grafo não direcionado



Fonte: do autor, 2025.

¹⁶ Caso o leitor queira determinar os autovalores e os autovetores consulte a referência [Eigenvalues and Eigenvectors Calculator - eMathHelp](#) (2025) e coloque como entrada a matriz de adjacência referente ao exemplo que exploramos.

4.3 MÉTRICA GLOBAL (COEFICIENTE DE AGRUPAMENTO)

Uma métrica global é aquela que é utilizada para analisar uma rede social como um todo, diferente das métricas locais que são mais direcionadas aos indivíduos.

A métrica global abordada neste trabalho será o Coeficiente de Agrupamento (*Cluster Coefficient*, em inglês), que é uma medida indireta do quão próximos estão os indivíduos, o quanto as pessoas são “próximas” ou “desunidas” dentro de um grupo. Inspirados em Durkheim (2019)¹⁷, a ideia em utilizar o Coeficiente de Agrupamento bem como as métricas relacionadas às centralidades, decorre do “paradigma da integração social”.

O sociólogo Émile Durkheim, buscou explicar o funcionamento da sociedade utilizando de analogia com os organismos vivos: a integração das partes (pessoas), tal como nos organismos biológicos, torna o ser (a sociedade, que emerge dessas interações) mais funcional e saudável.

4.3.1 Coeficiente de Agrupamento (C_{clu} ¹⁸)

O Coeficiente de Agrupamento em análise de redes sociais mede o grau com que os *nós* de um grafo tendem a se agrupar.

Segundo Martins e Ferreira (2016), evidências sugerem que os *nós* da maioria das redes do mundo real, especialmente das redes sociais, tendem a criar grupos coesos caracterizados por uma alta densidade de laços. Isso significa que quanto maior a densidade de laços maior o Coeficiente de Agrupamento que pode ser determinado matematicamente pela relação:

$$C_i = \frac{2 * T_i}{k_i * (k_i - 1)}$$

Na qual:

(C_i) É o Coeficiente de Agrupamento do Nó (i).

(T_i) É o número de triângulos fechados(tríades) que incluem o nó(i).

(k_i) É o grau do nó(i), ou seja, o número de vizinhos diretos do nó(i).

¹⁷ Durkheim foi trabalhado no texto de DIAS (2019), citado nas referências.

¹⁸ C_{clu} : Coeficiente de Agrupamento (Cluster Coefficient – clu).

Esse coeficiente varia de 0 e 1, sendo que 0 indica que o *nó* não está conectado a nenhum outro *nó* vizinho, e 1 indica que todos os vizinhos do *nó* estão conectados entre si. Em redes sociais, um alto Coeficiente de Agrupamento indica que os amigos de um indivíduo também são amigos entre si, formando grupos coesos na rede.

O Coeficiente de Agrupamento tem como objetivo quantificar o “poder” de determinado indivíduo ou de um grupo de indivíduos dentro de uma rede social. Esse “poder” pode ser verificado pela quantidade de citações que esse indivíduo possui dentro do conjunto dessa rede. As diferenças nas quantidades de citações podem representar as diferenças dos recursos que são postos a circular na rede, recursos que podem ser informações, indicações de emprego, recursos financeiros, conhecimentos científicos, dentre outros.

Os influenciadores digitais são exemplos de “poder” dentro de uma rede social, eles possuem mais poder dentro desta rede por serem os mais citados. Uma medida do “poder” é dada pelo número de citações.

Nesse sentido, no âmbito escolar, um alto Coeficiente de Agrupamento significa que a rede é mais coesa, pois se duas pessoas têm laços de amizade com uma terceira pessoa é alta a probabilidade de elas terem amizade entre si.

O Coeficiente de Agrupamento também pode indicar o quão coeso ou estável é um grupo ao longo do tempo, ou seja, quanto maior o valor dessa métrica mais coeso é o grupo.

Com essa métrica encerramos nossa abordagem sobre os fundamentos para nosso exemplo hipotético.

Assim, no que segue, apresentamos os procedimentos metodológicos que adotamos para a realização deste estudo, as técnicas de pesquisa empregadas, que permitiram uma visualização do *mundo das matrizes* mais próxima do *mundo das relações humanas*.

5 METODOLOGIA – O PERCURSO DO TRABALHO

Antes de empreendermos na temática matrizes e suas aplicações no estudo das relações humanas, bem como abordarmos algumas métricas utilizadas no estudo de rede sociais e um exemplo hipotético dessas interações sociais obtido por meio de modelagem computacional, apresentamos os passos que empregamos para desenvolver este trabalho.

Como relatado na introdução deste trabalho, tínhamos interesse em pesquisar como a matemática poderia ser utilizada nas ciências humanas visto que, em geral, o campo das ciências humanas e das ciências exatas são considerados como universos distintos. Neste sentido, iniciamos nossa pesquisa buscando autores que referenciassem a junção desses dois campos do conhecimento, o que descrevemos na Seção 2, p.18.

Pelo fato de explorarmos as conexões entre a Matemática e o estudo do comportamento social humano, consideramos nosso trabalho como uma pesquisa exploratória que, de acordo com Cervo, Bervian e Silva (2007, p. 61):

[...] a pesquisa exploratória é um tipo de pesquisa que busca familiarizar-se com um fenômeno ou problema pouco estudado. Ela é útil para definir objetivos, formular hipóteses e selecionar técnicas apropriadas para pesquisas futuras. Este tipo de pesquisa é flexível e pode envolver levantamentos bibliográficos, entrevistas e estudos de caso [...].

ou seja, buscamos investigar conexões entre a Matemática e as Ciências Sociais, explorando e descrevendo ao longo do texto como a compreensão do comportamento social pode ser beneficiada pelo ponto de vista matemático.

Após termos realizado uma revisão de literatura em sites (Google Scholar, Science Direct, dentre outros) e em autores relacionados ao ponto de vista quantitativo nas Ciências Sociais, construímos o arcabouço que permitiu construirmos a nossa pesquisa.

Devido à complexidade de realização de uma pesquisa empírica, de campo, com sujeitos reais, seguindo protocolos metodológicos que garantissem a sua validação científica, optamos por criar uma rede social artificial, em que foram utilizadas de matrizes quadradas binárias, como descrevem Hanneman e Riddle (2005). Segundo esses autores, em uma matriz utilizada para estudo de interações entre indivíduos em uma rede social, o valor 0 (zero) representa a ausência de relação

entre duas pessoas e o valor 1 (um) significa a presença de afinidade e interação entre dois indivíduos. A utilização desse formato de matriz, representadas por 0 e 1, e as métricas relacionadas à análise de redes sociais, que foram explorados na seção 3 p. 21, permitiu que pudéssemos ter uma visão mais compreensível do tipo de rede social ora analisada bem como o comportamento que emerge de um conjunto de pessoas ou mesmo de uma comunidade.

Nossa intenção era a de que a quantidade de indivíduos na rede social artificial que exploramos obedecesse ao Número de Dunbar (conceito que foi discutido na seção 4, p. 32), de 150 indivíduos, mas reduzimos para 50 indivíduos, para que os atores pudessem ser visualizados individualmente. Essa redução, feita a partir da subtração de valores inteiros, de 10 em 10 (de 150 para 140, de 140 para 130...), teve a intenção de transformar um gráfico de nuvem de pontos em um gráfico de pontos, na qual fosse possível observar os atores e as suas interações com mais clareza.

Assim, a rede social analisada e discutida neste trabalho, foi criada a partir de linhas de código denominadas *scripts* no *software* de análise estatística *RStudio*, dentro da biblioteca *igraph*. O desenho da rede social artificial e as quantidades de vínculos entre os indivíduos e as probabilidades desses vínculos ocorrerem teve por base uma rede do tipo *Erdős-Rényi* (no Apêndice B, p. 67 detalhamos esse tipo de rede). No espaço do *RStudio*, foram obtidas as estatísticas descritivas dos nossos dados e os gráficos que ilustram o formato da nossa rede artificial; dessa maneira, é mostrada e discutida a aplicação das matrizes para uma descrição mais precisa das interações entre os indivíduos nesta rede.

Por meio deste *software* obtivemos métricas e gráficos de formatos variados e que puderam trazer à luz diferentes formatos de interação entre indivíduos, grupos sociais diferentes e fenômenos comportamentais agregados também diferentes, o que será discutido posteriormente.

As métricas discutidas neste trabalho (Centralidade, Intermediação, Proximidade, dentre outras), apresentadas na Seção 4 e calculadas na Seção 6, contaram com o uso de ferramentas computacionais.

Por meio desses procedimentos adotados descritos, delineamos nosso trabalho. Seguindo o raciocínio delineado nas seções anteriores (autores, fundamentos matemáticos e métricas de análise de redes sociais), faremos na próxima seção uma análise de redes sociais a partir de uma rede social artificial, criada no *software RStudio*.

6 EXEMPLIFICANDO UMA ANÁLISE DE REDES SOCIAIS

Nesta seção, apresentamos a análise de uma rede social artificial constituída de 50 pessoas e mostramos e analisamos os gráficos das métricas discutidas na seção anterior. No Apêndice C (p. 69) disponibilizamos as linhas de código, formuladas no software de análise estatística *RStudio*, para que os leitores possam ter uma noção sobre como os gráficos que ilustram as nossas métricas foram produzidos.

Todos os gráficos empregaram o pacote *igraph* do *RStudio* e foram criadas com base nesta rede artificial de 50 pessoas a partir de uma simulação baseada em "redes do tipo *Erdős-Rényi*"¹⁹ no qual os indivíduos (vértices, *nós*) têm a mesma probabilidade de formar uma aresta (ligação). O algoritmo de simulação tem por parâmetros iniciais uma probabilidade de formação de arestas (ligações) entre os vértices (*nós*, indivíduos) de 0,1 (10%) sendo os grafos do tipo *não-direcionado* (só existe aresta entre *A* e *B* se *A* seguir *B* e *B* seguir *A*).

Cada um dos 50 pontos²⁰ destes gráficos têm os seus valores particulares em cada uma das métricas. É apresentado um gráfico para cada uma das 5 das métricas e cada gráfico relaciona 50 indivíduos entre si, o que nos daria um total de 250 indicadores numéricos e, devido à extensão de dados, optamos pelo formato gráfico ao invés de apresentarmos tabelas para cada um desses conceitos.

Para cada métrica representada graficamente, apontamos um indicador médio que corresponde a um número que representa o valor global daquela métrica. Com exceção do Grau de Centralidade²¹, todas as métricas estão escalonadas entre 0 e 1 e este intervalo foi dividido em 5 partes, tal como nos *quintis* de uma análise estatística. Para cada *quintil* indicamos na legenda a quantidade de pessoas que se encontram dentro de cada faixa.

Cada um desses *quintis* no gráfico está associado a uma cor. As pessoas do primeiro *quintil*, de 0,00 a 0,20, aparecem como pontos azuis; as pessoas do quinto *quintil*, de 0,80 a 1,00, aparecem como pontos vermelhos. O restante das pessoas

¹⁹ Para mais informações consulte o que é descrito no Apêndice C.

²⁰ A Matriz de Adjacência e os valores das métricas produzidas para criar os gráficos estão nos Apêndices D e E, p. 79.

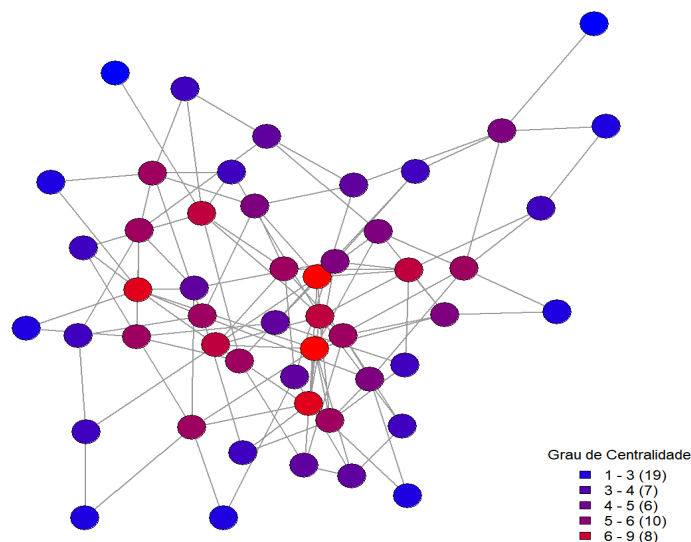
²¹ Isso se deve ao fato dela não ser produzida por meio de uma fórmula e sim da contagem simples do número de indivíduos que têm ligações com outros indivíduos.

está alocado em *quintis* e cores intermediárias. Quanto maior é a relação de um indivíduo dentro da rede, mais elevado é o *quintil* em que ele se encontra e, dessa maneira, temos uma representação numérica dos níveis de poder e de estratificação dentro da rede que estamos analisando.

6.1 GRAU DE CENTRALIDADE

Na Figura 7 apresentamos o gráfico que mostra o Grau de Centralidade da rede artificial. Como relatado anteriormente, é a única métrica que não foi normalizada com intervalos entre 0,00 e 1,00. Os seus valores costumam ser expressos com números inteiros por ser uma variável discreta. No entanto, neste gráfico, observa-se valores com casas decimais após a vírgula por não se tratar de indivíduos e sim de quantidade de conexões que realmente aconteceram. Neste caso, as conexões entre os indivíduos estão sujeitas a valores de probabilidade que não assumem somente números inteiros para expressar resultados; dessa maneira, ao somarmos todos os *nós* para obtermos uma média das conexões, temos indicadores que apresentam casas decimais.

Figura 7 - Grau de Centralidade



Fonte: Dados simulados pelo autor, 2025.

Como pode ser observado na legenda do gráfico, não foi realizado a subdivisão do intervalo de 0,00 a 1,00; entretanto, o software *RStudio* separou a distribuição das

quantidades de conexões em 5 partes iguais (*quintis*).

De acordo com o gráfico e a legenda concluímos que:

Há 19 pessoas com 1 a 3 conexões; 7 pessoas com 3 a 4 conexões; 6 pessoas com 4 a 5 conexões; 10 pessoas com 5 a 6 conexões e 8 pessoas com 6 a 9 conexões.

A média²² (aritmética) de conexões dentro da métrica do Grau de Centralidade é de 4,52 conexões.

Assim, percebemos que em nossa rede artificial existem mais indivíduos com poucas conexões (baixo Grau de Centralidade) e uma minoria com maior número de conexões (alto Grau de Centralidade).

No link a seguir podemos observar o Grau de Centralidade de cada indivíduo da nossa rede social artificial, sob o formato de gráfico dinâmico:

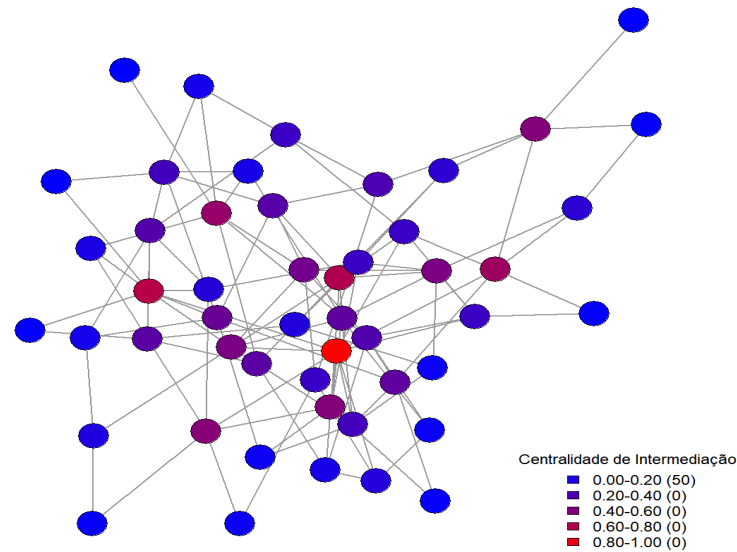
https://d.docs.live.net/b6acd41724aa5058/Documents/Matemática_Ciência_Dados_TCC/Escrita_TCC_Especialização_Matemática/Teste_Prompt.Dinâmico/Grafico_Interativo_Grau.html

6.2 GRAU DE CENTRALIDADE DE INTERMEDIÇÃO

O Grau de Centralidade de Intermediação dessa mesma rede artificial é apresentado na Figura 8.

²² Todas as médias aritméticas desta seção foram obtidas por meio da execução do comando *mean(deg)* no *RStudio*.

Figura 8 - Grau de Centralidade de Intermediação



Fonte: Dados simulados pelo autor, 2025.

O Grau de Centralidade de Intermediação é a medida do quanto um indivíduo é capaz de ser um elemento de conexão entre outros dois indivíduos de uma rede. Como esta rede é do tipo aleatório, é baixa a probabilidade de termos muitas pessoas no papel de pontes entre duas outras. O que existe aqui são muitos indivíduos em posições periféricas, gerando métricas individuais baixas, deslocando a média da rede para um valor baixo também. Para fins de padronização, aqui temos a escala de 0,00 a 1,00 dividida em 5 partes (chamadas aqui de *quintis*). Nenhum indivíduo pontuou acima de 0,20, portanto todos eles estão localizados no primeiro quintil.

A presença da cor vermelha não significa que temos alguma pessoa pontuando perto de 1,00, significa que para a pessoa de maior pontuação foi alocada vermelho (ainda que a sua pontuação estivesse abaixo de 0,20) e para a pessoa de menor pontuação, a cor azul. O restante das pessoas em cores intermediárias. A escala de cores não é absoluta (de 0,00 a 1,00), ela obedece aos valores encontrados no conjunto particular de dados.

A pontuação média²³ de um *nó* no Grau de Centralidade de Intermediação é cerca de 0,03, indicado que a maioria dos indivíduos não têm o papel de intermediários para com os outros.

No link a seguir podemos observar o Grau de Centralidade de Intermediação para cada indivíduo da nossa rede social artificial, sob o formato de gráfico dinâmico:

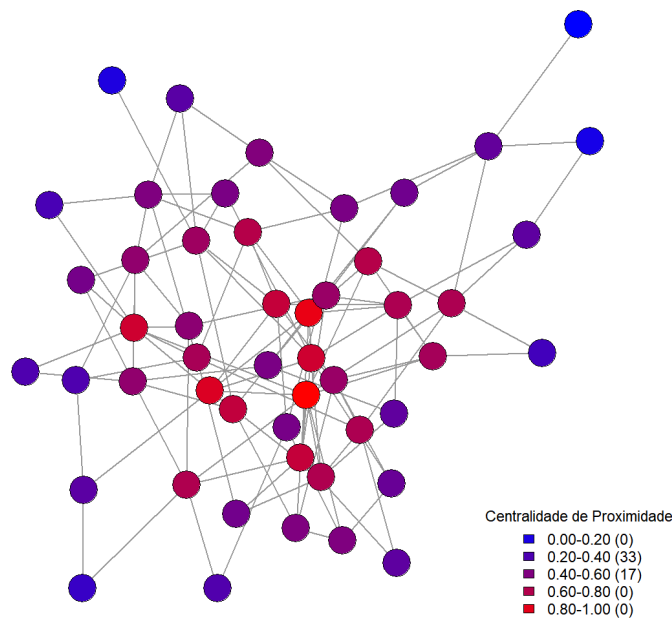
²³ Média aritmética obtida utilizando o comando *mean (bet)* no *RStudio*.

https://d.docs.live.net/b6acd41724aa5058/Documents/Matemática_Ciência_Dados_TCC/Escrita_TCC_Especialização_Matemática/Teste_Prompt.Dinâmico/Grafico_Interativo_Intermediacao.html

6.3 GRAU DE CENTRALIDADE DE PROXIMIDADE

O Grau de Centralidade de Proximidade dessa mesma rede artificial é apresentado na Figura 9.

Figura 9 - Grau de Centralidade de Proximidade



Fonte: Dados simulados pelo autor, 2025.

A Centralidade de Proximidade é uma medida do quanto um indivíduo é capaz de acessar todos os pontos de uma rede, desde os mais centrais aos mais periféricos. É uma medida de mobilidade. Quanto maior a pontuação de uma pessoa nesta métrica, maior é a sua capacidade de conhecer os principais fluxos de informação, pelo fato de poder acessar uma maior quantidade de pessoas em quaisquer pontos da rede. Abaixo, temos as quantidades de pessoas alocadas em *quintis* de acordo com as suas pontuações:

Primeiro *quintil* da distribuição dos dados (0,00 a 0,20): 0 pessoas;

Segundo *quintil* da distribuição dos dados (0,20 a 0,40): 33 pessoas;

Terceiro *quintil* da distribuição dos dados (0,40 a 0,60): 11 pessoas;

Quarto *quintil* da distribuição dos dados (0,60 a 0,80): 0 pessoas;

Quinto *quintil* da distribuição de dados: (0,80 a 1,00): 0 pessoas.

A pontuação média²⁴ no Grau de Centralidade de Proximidade é de 0,37, significando que é uma rede no qual os indivíduos têm uma capacidade de baixa a moderada de monitorar as informações.

No link a seguir podemos observar o Grau de Centralidade de Proximidade para cada indivíduo da nossa rede social artificial, sob o formato de gráfico dinâmico:

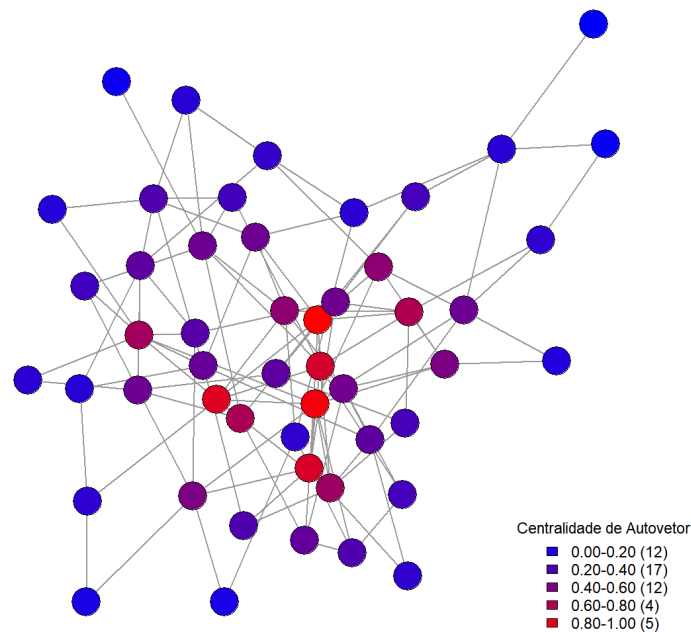
[https://d.docs.live.net/b6acd41724aa5058/Documents/Matemática_Ciência_Dados_TCC/Escrita_TCC_Especialização_Matemática/Teste_Prompt.Dinâmico/Grafico Interativo Proximidade.html](https://d.docs.live.net/b6acd41724aa5058/Documents/Matemática_Ciência_Dados_TCC/Escrita_TCC_Especialização_Matemática/Teste_Prompt.Dinâmico/Grafico_Interativo_Proximidade.html)

6.4 GRAU DE CENTRALIDADE DE AUTOVETOR

O Grau de Centralidade de Autovetor dessa mesma rede artificial é apresentado na figura 10.

²⁴ Média aritmética obtida através da execução deste comando no *RStudio*: `mean(clo)`.

Figura 10 - Grau de Centralidade de Autovetor



Fonte: Dados simulados pelo autor, 2025.

O Grau de Centralidade de Autovetor é uma avaliação do grau de importância de um *nó* mediada pela importância dos *nós* aos quais ele está vinculado. É uma medida que busca encontrar as lideranças, os principais pontos de poder dentro de uma rede; o potencial de influência de um *nó*, considerando a sua posição matemática em relação aos pontos de maior prestígio, ou seja, os pontos que têm mais arestas com outros pontos. Quanto maior o seu valor, mais influente esse indivíduo é, porque também é citado pelos outros pontos mais influentes. A seguir temos o número de pessoas alocadas em *quintis* de acordo com as suas pontuações:

Primeiro *quartil* da distribuição dos dados (0,00 a 0,20): 12 pessoas;

Segundo *quartil* da distribuição dos dados (0,20 a 0,40): 17 pessoas;

Terceiro *quartil* da distribuição dos dados (0,40 a 0,60): 12 pessoas;

Quarto *quartil* da distribuição dos dados (0,60 a 0,80): 4 pessoas;

Quinto *quartil* da distribuição de dados: (0,80 a 1,00): 5 pessoas.

A pontuação média²⁵ no Grau de Centralidade de Autovetor é de 0.39, o que é um valor moderado, a maior parte das pessoas está distribuída nos três primeiros quintis, totalizando 41 pessoas do nosso conjunto de 50 indivíduos. Apenas 5 pessoas têm uma pontuação acima de 0,80, o que é uma evidência para a ideia de que estamos lidando com uma estrutura de relações estratificada, semelhante ao formato de uma pirâmide social de base larga e topo estreito.

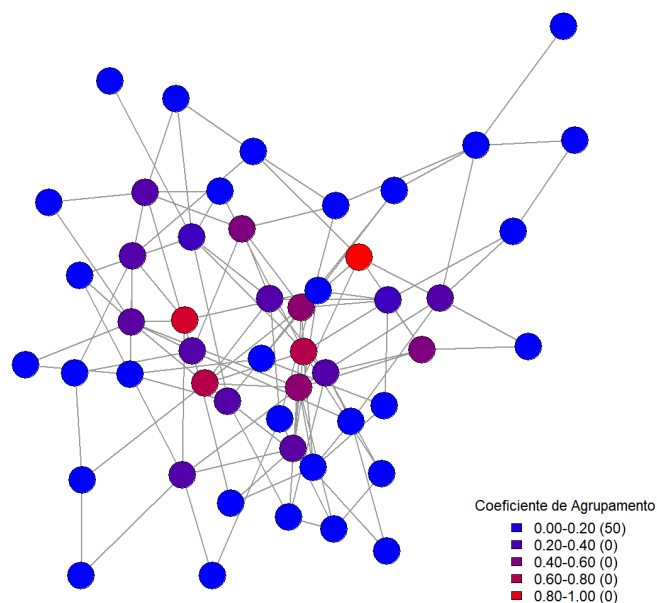
No link a seguir podemos observar o Grau de Centralidade de Autovetor para cada indivíduo da nossa rede social artificial, sob o formato de gráfico dinâmico:

https://d.docs.live.net/b6acd41724aa5058/Documents/Matemática_Ciência_Dados_TCC/Escrita_TCC_Especialização_Matemática/Teste_Prompt.Dinâmico/Gráfico_Interativo_Autovetor.html

6.5 COEFICIENTE DE AGRUPAMENTO

Por último, temos o Coeficiente de Agrupamento dessa mesma rede artificial, o que é apresentado na Figura 11.

Figura 11 - Coeficiente de Agrupamento.



Fonte: Dados simulados pelo autor, 2025.

²⁵ Média aritmética obtida através da execução deste comando no *RStudio*: `mean(eig)`.

O Coeficiente de Agrupamento é uma medida do quanto um determinado *nó* é capaz de formar um grupo com outros *nós*. Na fórmula para o seu cálculo são levadas em consideração as tríades, grupos de três indivíduos em que o *nó* está incluído, mais os vizinhos diretos daquele *nó*. Ou seja, ele mede o quão amigos são os seus amigos. Se a pessoa tem muitos amigos e nenhum deles é amigo entre si, significa que não há muitos grupos fechados nessa rede, portanto há poucos cliques (nome em análise de redes sociais para grupos fechados de três pessoas, as “panelinhas”). Quanto maior é o Coeficiente de Agrupamento, maior é a tendência de uma rede social em permanecer estável quanto às características internas de distribuição de citações, influências e recursos ofertados pelos grupos presentes.

A seguir mostramos, a quantidade de pessoas presentes nos *quintis* de acordo com as suas pontuações no Coeficiente de Agrupamento.

Primeiro *quintil* da distribuição dos dados (0,00 a 0,20): 50 pessoas;

Segundo *quintil* da distribuição dos dados (0,20 a 0,40): 0 pessoas;

Terceiro *quintil* da distribuição dos dados (0,40 a 0,60): 0 pessoas;

Quarto *quintil* da distribuição dos dados (0,60 a 0,80): 0 pessoas;

Quinto *quintil* da distribuição de dados: (0,80 a 1,00): 0 pessoas.

A pontuação média²⁶ no Coeficiente de Agrupamento é de 0,03 considerada fraca, indicando que um indivíduo pode ter vários amigos, mas poucos desses amigos têm relações de amizade entre si.

Sendo uma rede aleatória, com baixas possibilidades de duas pessoas formarem uma conexão e uma probabilidade menor ainda de que as conexões aconteçam em formato de tríade (um amigo seu ser amigo de um outro amigo seu), gerando valores de Coeficiente de Agrupamento perto de zero.

No link a seguir podemos observar o Coeficiente de Agrupamento para cada indivíduo da nossa rede social artificial, sob o formato de gráfico dinâmico:

https://d.docs.live.net/b6acd41724aa5058/Documents/Matemática_Ciência_Dados_TCC/Escrita_TCC_Especialização_Matemática/Teste_Prompt.Dinâmico/Grafico_Interativo_Agrupamento.html

Assim, concluímos que essa rede artificial de 50 indivíduos guarda semelhanças com as sociedades reais que observamos e experienciamos no dia a dia: possui estratificação, uma distribuição desigual de recursos; Tal estratificação,

²⁶ Média aritmética obtida através da execução deste comando no *RStudio*: `mean(clu)`.

com faixas diferenciadas de citações, tem o formato de uma pirâmide (como uma “pirâmide social”, no gráfico de Centralidade de Autovetor); Como na vida cotidiana, essa rede tem os pontos(pessoas) que fazem o papel de intermediários entre os diferentes grupos e “classes sociais” e tem os indivíduos que por estarem próximos daqueles com mais recursos, têm mais recursos.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como delineado no texto, a análise de redes sociais alicerçada na Matemática permite termos uma noção sobre a natureza das interações entre os indivíduos e de que modo os grupos estão conectados e, como, apesar de imersos dentro do mundo social, percebermos como a matemática pode ser utilizada para tentarmos compreender as relações humanas.

Com este trabalho, pudemos compreender e apontar a potencialidade de instrumentos matemáticos para o estudo de relações sociais residindo na capacidade de proporcionar o encontro de diferentes pontos de vista às vezes tomados até como antagônicos: a Matemática e as Ciências Sociais. Assim, concluímos que problemas do cotidiano social podem ser abarcados e estudados, pelo menos em parte, por ferramentas matemáticas.

Ao término deste trabalho, concluímos que:

- a ampliação das fronteiras da Matemática para possibilitar a investigação de relações entre elementos (pessoas) cujo comportamento reside na característica de possuir uma elevada variabilidade. Nesse sentido, a Matemática pode ser uma ferramenta importante ao ser aplicada nas Ciências Sociais como, por exemplo, para aumentarmos a nossa percepção sobre a realidade que nos cerca e que comumente nos parece aleatória. Assim, ao analisarmos uma rede social observando simplesmente as relações individuais e globais, isso não nos traz elementos suficientes para concluirmos algo sobre essas interações; no entanto, por meio das métricas, podemos, por exemplo, verificar indivíduos centrais ou periféricos, formação de grupos de poder, grupos de elite, a forma como as informações circulam, dentre outros;
- outro elemento a destacar é a junção da Matemática com os conhecimentos da Ciência da Computação, permitindo que sejam realizados experimentos nas Ciências Sociais, neste caso, experimentos *in silico* (em silício, elemento químico presente nos chips de computadores), orientados pela teoria sociológica, criando sociedades artificiais para testar hipóteses sobre o comportamento humano; nesse sentido, a confluência da Matemática com a Ciência da Computação. Isso permitiu que utilizássemos dessas ferramentas para explicar fenômenos que talvez fossem impossíveis de serem estudados,

dadas as questões éticas das pesquisas com seres humanos e a logística necessária para operar e validar uma pesquisa em larga escala - com grandes amostras (para permitir inferências estatísticas confiáveis). A rede social artificial que construímos e analisamos neste trabalho (Seção 6) contribuiu para fazermos inferências sobre relações humanas que seriam dispendiosas de serem obtidas em relações reais como, por exemplo, envolvimento com questões éticas e de infraestrutura que em geral fazem parte de todas as pesquisas que lidam com seres humanos;

- por fim, podemos ter uma perspectiva de inovação didática, visto que a Matemática empregada na análise de redes sociais poderá ser utilizada como fio condutor no ensino de matrizes ao apontar exemplos sobre as relações estabelecidas entre as pessoas, sejam relações presenciais (*off-line*) ou de mídias sociais (*on-line*). Entendemos que isso possa ter potencial em despertar interesse do aluno para a aprendizagem de conceitos concernentes a matrizes, uma vez que, em tese, utiliza elementos de sua vivência cotidiana (utilização de mídias sociais); apontamos isso porque imaginamos que muitos estudantes estejam rotineiramente em relações sociais mediadas pelo uso das mídias sociais.

O próximo passo, visando ampliar este trabalho, seria a execução de uma pesquisa de campo, empírica, para termos os valores dessas métricas em grupos de pessoas reais e comparar esses dados com aqueles das nossas sociedades artificiais.

Sob nosso olhar vemos a importância deste trabalho como uma forma de relacionar a matemática com a vivência cotidiana, pois as pessoas, repetidamente, utilizam das mídias sociais para fins de comunicação, comércio e entretenimento; pensam, talvez imaginem, que a teia das relações humanas é permeada pela aleatoriedade, mas, na realidade, existem tendências e padrões que podem ser apreendidos por ferramentas fornecidas pela Matemática.

Sob nossa percepção, inferimos que a temática deste trabalho também poderá ser utilizada em outros domínios como, por exemplo, para conduzir execuções mais eficientes de políticas públicas em setores como o de Saúde, Educação, Segurança Pública e Justiça, ou no Setor Privado, na área de Marketing, lançamento de campanhas, vendas etc. Entendemos que estudos nessas áreas poderiam ser beneficiados por *insights* como os neste trabalho fornecidos ao fazermos análise de uma rede social artificial, no qual é tomada como unidade de análise não apenas os

atributos dos indivíduos, mas a relação que estes estabelecem na sua comunidade, o que deixamos como sugestões de pesquisa.

REFERÊNCIAS

- ARIF, T. The Mathematics of Social Network Analysis: Metrics for Academic Social Networks. *International Journal of Computer Applications Technology and Research*, v. 4, n. 12, p. 889–893, 2015. Disponível em: <https://scholar.archive.org/work/it5juyf3k5cxrnwqor2sq2rm2u>. Acesso em: 3 set. 2023.
- ARROW, K. *Social Choice and Individual Values*. New York: Wiley, 1951.
- BARABÁSI, A.-L. *Linked: a nova ciência das networks*. 1. ed. São Paulo: Hemus Editora, 2009. 250 p. ISBN 978-8528906127.
- BARROS, G.; HERBERT, A. Simon e o conceito de racionalidade: limites e procedimentos. *Revista de Economia Política*, v. 30, n. 3, p. 455–472, 2010.
- BONACICH, P. Power and centrality: a family of measures. *American Journal of Sociology*, v. 92, n. 5, p. 1170–1182, 1987. [Versão preliminar de 1972.] Disponível em: <https://www.cse.cuhk.edu.hk>. Acesso em: 13 out. 2025.
- BOUDON, R. *Education, Opportunity, and Social Inequality: Changing Prospects in Western Society*. New York: Wiley, 1974.
- BOUDON, R. *Tratado de Sociologia*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1995.
- CERVO, A. L.; BERVIAN, P. A.; SILVA, R. *Metodologia científica*. 6. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.
- CHRISTAKIS, N. *Como as redes sociais predizem epidemias*. [S. l.]: TED Conferences, LLC, 2010. Disponível em: https://www.ted.com/talks/nicholas_christakis_how_social_networks_predict_epidemics. Acesso em: 11 fev. 2025.
- DIGIAMPIETRI, L. A. *Análise de Redes Sociais: análise estrutural*. 2024. Disponível em: https://www.each.usp.br/digiampietri/SIN5028/03_AnaliseEstrutural.pdf. Acesso em: 28 out. 2024.
- DIGIAMPIETRI, L. A. *Análise de Redes Sociais*. [Playlist]. YouTube, 2023. Disponível em: https://www.youtube.com/playlist?list=PL_JAaU8k6DQUPT8LhFAGI8YLJYRXOlud0. Acesso em: 28 out. 2024.
- DUNBAR, R. I. M. Neocortex size as a constraint on group size in primates. *Journal of Human Evolution*, v. 22, n. 6, p. 469–493, 1992.
- DURKHEIM, É.; DIAS, N. Indivíduo e integração social. In: GARCIA, J. L.; MARTINS, H. (eds.). *Lições de Sociologia Clássica*. Lisboa: Edições 70, 2019. p. 347–372.
- DURKHEIM, É. *As regras do método sociológico*. São Paulo: Martin Claret, 2001.

EASY SOCIOLOGY. Understanding social networks in sociology. *Easy Sociology*, 24 fev. 2024. Disponível em: <https://easysociology.com/general-sociology/understanding-social-networks-in-sociology/>. Acesso em: 13 out. 2025.

EMATHHELP. *Eigenvalues and Eigenvectors Calculator*. [Recurso eletrônico]. 2025. Disponível em: <https://www.emathhelp.net/calculators/linear-algebra/eigenvalue-and-eigenvector-calculator/>. Acesso em: 7 ago. 2025.

FREEMAN, L. C. Centrality in social networks: conceptual clarification. *Social Networks*, v. 1, n. 3, p. 215–239, 1978. ISSN 0378-8733. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0378873378900217>. Acesso em: 13 out. 2025.

GOMES, P. F. Uma introdução à Ciência de Redes e Teoria de Grafos. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 46, e20240190, 2024. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2024-0190>. Acesso em: 13 out. 2025.

HANNEMAN, R. A.; RIDDLE, M. *Introduction to social network methods*. Riverside, CA: University of California, Riverside, 2005.

HIGGINS, S. S.; RIBEIRO, A. C. A. *Análise de redes em Ciências Sociais*. Brasília: Enap, 2018. Disponível em: <https://repositorio.enap.gov.br/handle/1/3337>. Acesso em: 28 out. 2024.

HOLME, P.; SARAMÄKI, J. Temporal networks. *Physics Reports*, v. 519, n. 3, p. 97–125, 2012. ISSN 0370-1573. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157312000841>. Acesso em: 13 out. 2025.

IEZZI, G.; HASSAN, C. M. *Fundamentos de Matemática Elementar: sequências, matrizes, determinantes, sistemas*. 3. ed. São Paulo: Atual, 1977.

KEMPE, D.; KLEINBERG, J.; TARDOS, É. Maximizing the spread of influence through a social network. In: *PROCEEDINGS OF THE NINTH ACM SIGKDD INTERNATIONAL CONFERENCE ON KNOWLEDGE DISCOVERY AND DATA MINING*, 2003, Washington, DC. Anais [...]. [S. l.]: KDD, 2003. p. 137–146. Disponível em: <https://www.cs.cornell.edu/home/kleinber/kdd03-inf.pdf>. Acesso em: 13 out. 2025.

KIVELÄ, M. et al. Multilayer networks. *Journal of Complex Networks*, v. 2, n. 3, p. 203–271, set. 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.1093/comnet/cnu016>. Acesso em: 13 out. 2025.

KUHN, T. S. *A Estrutura das Revoluções Científicas*. 5. ed. São Paulo: Editora Perspectiva S.A, 1998.

LIMA, M. O que é correlação de Pearson? *Blog Psicometria Online*, 11 fev. 2021. Disponível em: <https://www.blog.psicometriaonline.com.br/o-que-e-correlacao-de-pearson/>. Acesso em: 7 ago. 2025.

MARTINS, D. *Mídias Sociais: aula 7 – análise de centralidade e componentes*. [Apresentação em slides]. 2016. Disponível em: [https://files.cercomp.ufg.br/weby/up/771/o/Aula_07 - Centralidade.pdf?1493561136](https://files.cercomp.ufg.br/weby/up/771/o/Aula_07_-_Centralidade.pdf?1493561136). Acesso em: 19 set. 2024.

MARTINS, D.; FERREIRA, S. M. S. P. *Introdução à análise de redes sociais de informação: aula 3 – homofilia e densidade em redes*. [Apresentação em slides]. 2016. Disponível em: [https://files.cercomp.ufg.br/weby/up/771/o/Aula_03 - Ana%CC%81lise de Redes Sociais de Informac%CC%A7a%CC%83o - PPGCI.pdf?1461544390](https://files.cercomp.ufg.br/weby/up/771/o/Aula_03_-_Ana%CC%81lise de Redes Sociais de Informac%CC%A7a%CC%83o - PPGCI.pdf?1461544390). Acesso em: 28 out. 2024.

NASH, J. Equilibrium Points in N-Person Games. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, v. 36, p. 48–49, 1950.

OGNYANOVA, K. Social Network Analysis. In: CERON, A. (Ed.). *Encyclopedia of Technology and Politics*. Cheltenham, Reino Unido: Edward Elgar Publishing, 2022.

PASTOR-SATORRAS, R.; VESPIGNANI, A. Epidemic spreading in scale-free networks. *Physical Review Letters*, v. 86, n. 14, p. 3200–3203, abr. 2001. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.86.3200>. Acesso em: 13 out. 2025.

R CORE TEAM. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. Vienna, Austria: R Foundation for Statistical Computing, 2025. Disponível em: <https://www.R-project.org/>. Acesso em: 22 dez. 2025.

SANTOS, F. Reavaliando a contribuição do "paradoxo" de Condorcet para a moderna análise da política. *Revista de Sociologia e Política*, v. 31, e012, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1678-98732331e012>. Acesso em: 5 mai. 2025.

SANTOS, M. D. S. Ciclo de políticas públicas: entenda cada uma das fases! *Blog 1Doc*, 12 abr. 2024. Disponível em: <https://blog.1doc.com.br/ciclo-de-politicas-publicas/>. Acesso em: 7 ago. 2025.

SIMON, H. A. *Models of Man: Social and Rational*. New York: Wiley, 1957.

STEWART, I. *Em busca do infinito: uma história da matemática dos primeiros números à teoria do caos*. 1. ed. São Paulo: Zahar, 2014.

TAVISTOCK INSTITUTE OF HUMAN RELATIONS. *Tavistock Institute of Human Relations*. [s.d.]. Disponível em: <https://www.tavistock.org/>. Acesso em: 7 ago. 2025.

TURNER, J. H. *Sociologia: conceitos e aplicações*. São Paulo: Makron Books, 1999.

WASSERMANN, S.; FAUST, K. *Social network analysis: methods and applications*. Cambridge: Cambridge University Press, 1994.

WATTS, D. J. *Six Degrees: The Science of a Connected Age*. New York: W.W. Norton & Company, 2003.

APÊNDICE A - CENTRALIDADE DE AUTOVETOR

Para reforçar as ideias expostas na seção 4 sobre a métrica Centralidade de Autovetor, buscamos nos apoiar na Inteligência Artificial da Microsoft embutida no buscador *Bing*²⁷, com o objetivo de buscar mais referências relacionadas às definições sobre os autovalores e autovetores. Este buscador faz uma ampla busca ao se pesquisar sobre determinado tema. Assim, para nossa busca fizemos a seguinte pergunta: Qual é a Importância do cálculo de Autovalores e Autovetores na Análise de Redes Sociais? Os resultados obtidos estão seguem adiante, bem como é fornecido o link para que o leitor possa verificar os resultados de autovetor e autovalor para uma rede social de 5 indivíduos. Em geral a principal resposta destaca que os autovalores e autovetores são fundamentais na análise de redes sociais, especialmente para calcular a Centralidade de autovetor, necessária para a detecção de lideranças, locais geradores de influência dentro da rede.

A Centralidade de Autovetor é uma medida que indica a influência de um nó na rede, considerando não apenas o número de conexões diretas (grau), mas também a importância dos nós aos quais está conectado¹.

Significado e Importância:

1. Identificação de Nós Influentes: A Centralidade de Autovetor ajuda a identificar nós que são influentes não apenas por suas conexões diretas, mas também por estarem conectados a outros nós influentes¹. (VALANGO, B et al, 2017)
2. Análise de Estruturas Complexas: Em redes sociais complexas, onde a simples contagem de conexões não é suficiente, os autovalores e Autovetores fornecem uma visão mais profunda da estrutura da rede².
3. Aplicações em Ciências Sociais: Em ciências sociais, essa análise pode ser usada para entender a dinâmica de grupos, identificar líderes de opinião, e estudar a disseminação de informações e comportamentos³.

²⁷ Pergunta utilizada: Calcule o autovetor e autovalor da seguinte matriz: $\{\{0,1,1,0,0\},\{1,0,1,0,0\},\{1,1,0,0,1\},\{0,0,0,0,1\},\{0,0,1,1,0\}\}$ E depois me fale sobre o significado e a importância de se calcular o autovetor e autovalor para a análise de redes sociais em ciências sociais, principalmente para o cálculo da Centralidade de autovetor. A partir da matriz fornecida, faça o cálculo da Centralidade de autovetor para a linha (vértice) 3. Disponível em: [Microsoft Copilot no Bing](#) Acesso em: 20 de setembro de 2024.

4. Estabilidade e Dinâmica de Redes: Em sistemas dinâmicos, os autovalores podem indicar a estabilidade da rede e prever como ela pode evoluir ao longo do tempo⁴.

Referências fornecidas pela Inteligência Artificial sobre a Centralidade de Autovetor:

1. Valongo, B., Serra, F., Laporta, L., Afonso, J., & Mesquita, I. (2017). Análise de Redes Sociais no alto nível desportivo: Centralidade de Grau versus Autovetor. Revista Portuguesa de Ciências do Desporto, 17(S1A), 156-157¹
2. Tese de Doutorado: “SentiElection: análise de sentimento no Twitter baseada em centralidade de autovetor, Katz e PageRank.” ²
3. Aula sobre análise de centralidade e componentes em redes sociais³

APÊNDICE B - SOBRE REDES DE ERDŐS-RÉNYI

O modelo Erdős-Rényi é frequentemente utilizado como padrão em simulações de redes sociais aleatórias no *RStudio* devido a várias propriedades que o tornam adequado para esse tipo de análise:

1. Simplicidade e Facilidade de Implementação: O modelo Erdős-Rényi é relativamente simples de implementar. Ele cria redes onde cada par de *nós* tem uma probabilidade fixa de estarem conectados, o que facilita a geração de redes aleatórias.
2. Propriedades Estatísticas Bem-Definidas: As redes Erdős-Rényi possuem propriedades estatísticas bem-definidas, como a distribuição de grau que segue uma distribuição de Poisson. Isso permite que os pesquisadores façam previsões e análises estatísticas com base em propriedades conhecidas.
3. Modelo de Referência: O modelo Erdős-Rényi serve como um modelo de referência ou ponto de partida para a análise de redes. Ele é frequentemente usado para comparar com outros modelos mais complexos, como redes de mundo pequeno (small-world) ou redes livres de escala (scale-free), para entender melhor as características específicas de diferentes tipos de redes.
4. Flexibilidade: O modelo pode ser ajustado facilmente alterando a probabilidade de conexão entre os nós, permitindo a criação de redes com diferentes densidades e características.

Essas propriedades tornam o modelo Erdős-Rényi uma escolha popular e eficaz para simulações iniciais e análises comparativas em estudos de redes sociais.

O que é uma rede Erdős-Rényi?

Uma rede de Erdős-Rényi é um tipo de rede aleatória onde cada par de *nós* (ou vértices) tem uma probabilidade fixa de estarem conectados por uma aresta (ou ligação). Esse modelo foi introduzido pelos matemáticos Paul Erdős e Alfréd Rényi na década de 1950 e é um dos modelos mais simples e fundamentais para a geração de redes aleatórias.

Características Principais:

1. Probabilidade de Conexão: Cada par de *nós* é conectado com uma probabilidade pp independente das outras conexões.
2. Distribuição de Grau: A distribuição de grau dos *nós* segue uma distribuição de Poisson, o que significa que a maioria dos *nós* terá um grau próximo ao valor médio, com poucos *nós* tendo graus muito altos ou muito baixos.
3. Simetria: A rede é simétrica, ou seja, não há distinção entre os *nós*; todos têm a mesma probabilidade de se conectar a qualquer outro *nó*.
4. Conectividade: Dependendo do valor de pp , a rede pode ser desconectada (com muitos componentes isolados) ou conectada (com um grande componente conectado).

Aplicações:

- Modelagem de Redes Sociais: Serve como um modelo de referência para comparar com redes sociais reais e entender suas propriedades.
- Estudos de Robustez e Vulnerabilidade: Utilizado para estudar como a rede se comporta sob falhas aleatórias ou ataques direcionados.
- Teoria dos Grafos: Fundamental para o desenvolvimento de teorias e algoritmos em grafos.

Fonte consultada: BARABÁSI, Albert-László. *Linked: a nova ciência das networks*. 1. ed. São Paulo: Hemus Editora, 2009. 250 p. ISBN 978-8528906127.

Também trabalhado pela Inteligência Artificial Generativa (Copilot-Microsoft).

Pergunta geradora: O que é uma rede Erdős-Rényi?

Acesso em 6 de janeiro de 2025.

APÊNDICE C - COMO FORAM GERADAS AS LINHAS DE CÓDIGO DESTE TRABALHO

PROMPTS (PERGUNTAS DIRECIONADORAS) criados gerar os gráficos das métricas de centralidade e as linhas de código dos gráficos (Gemini).

1-Pergunta para gerar (e corrigir) os gráficos das métricas de centralidade.

Prompt consolidado, somando as sugestões do autor e da inteligência artificial generativa (Gemini).

"Construa um script de *RStudio* a partir do pacote *igraph*, para criar um gráfico de rede (50 indivíduos, garantindo a reprodutibilidade com `set.seed(42)`, e uma probabilidade de 0,10) mostrando as métricas de grau de centralidade, centralidade de intermediação, centralidade de proximidade, centralidade de autovetor e coeficiente de agrupamento.

Com exceção do grau de centralidade, que deve ter seus valores brutos expostos, normalize todas as outras métricas para uma escala de 0 a 1.

Faça cinco gráficos separados, um para cada métrica, e salve-os como arquivos PNG de alta definição para que não percam a nitidez ao serem ampliados. Não coloque um título principal nos gráficos. A gradação de cores dos nós em todos os gráficos deve ser do menor valor (azul) para o maior (vermelho).

A legenda de cada gráfico deve ser customizada da seguinte forma:

Coloque o nome da métrica como título da legenda.

Para as métricas normalizadas, a legenda deve mostrar as faixas de valores fixas (0-0.20, 0.20-0.40, 0.40-0.60, 0.60-0.80, 0.80-1.00).

Para a métrica de Grau de Centralidade, crie 5 faixas de valores baseadas na distribuição dos próprios dados.

Ao lado de cada faixa na legenda, indique entre parênteses a quantidade exata de indivíduos que pertencem àquela faixa.

Ajuste a posição da legenda para que não sobreponha os elementos do gráfico.

Adicione o texto "Fonte: Dados simulados pelo autor, 2025." na parte inferior e centralizada de cada gráfico.

Exporte também os dados gerados para arquivos Excel:

Uma matriz de adjacência quadrada e binária (0s e 1s), com os indivíduos identificados tanto nas linhas quanto nas colunas.

Cinco arquivos separados, um para cada métrica, contendo os IDs dos indivíduos e seus respectivos scores. Faça também um único arquivo em Excel, contendo os 50 indivíduos nas linhas e as 5 métricas nas colunas.

Por fim, o script deve ser robusto, incluindo correções para evitar erros com valores ausentes (NA) que possam surgir nos cálculos. Comente o código extensivamente, explicando o propósito de cada função e de cada comando para garantir a clareza.”.

2- Pergunta para gerar (e corrigir) os gráficos das métricas de centralidade, formato de gráfico dinâmico.

Tornando possível a visualização das pontuações de cada indivíduo da nossa rede artificial. Prompt consolidado, somando as sugestões do autor e da inteligência artificial generativa (Gemini).

“Construa um script de *RStudio* que utilize os pacotes *igraph* e *visNetwork* para criar um gráfico de rede (50 indivíduos, garantindo a reprodutibilidade com `set.seed(42)` e uma probabilidade de conexão de 0.10) mostrando as métricas de grau de centralidade, centralidade de intermediação, centralidade de proximidade, centralidade de autovetor e coeficiente de agrupamento.

Com exceção do grau de centralidade, que deve ter seus valores brutos expostos, normalize todas as outras métricas para uma escala de 0 a 1.

Faça cinco gráficos interativos separados, um para cada métrica, e salve-os como arquivos HTML autônomos. A principal funcionalidade interativa deve ser: ao passar o mouse sobre um nó (indivíduo), uma caixa de informações (tooltip) deve aparecer instantaneamente, mostrando de forma clara o nome do indivíduo e sua pontuação naquela métrica específica.

Defina a estética dos gráficos da seguinte forma:

A gradação de cores dos nós em todos os gráficos deve ser do menor valor (azul) para o maior (vermelho).

Os links (arestas) entre os nós devem ter uma cor cinza escura para garantir bom destaque visual.

A legenda de cada gráfico deve ser clara e bem espaçada, mostrando o nome da métrica como título e uma escala de valores de amostra com suas cores correspondentes.

Adicione o texto "Fonte: Dados simulados pelo autor, 2025." como um rodapé fixo em cada gráfico interativo.

Exporte também os dados gerados para arquivos Excel:

Uma matriz de adjacência quadrada e binária (0s e 1s), com os indivíduos identificados tanto nas linhas quanto nas colunas.

Cinco arquivos separados, um para cada métrica, contendo os IDs dos indivíduos e seus respectivos scores.

Um único arquivo Excel consolidado, contendo os 50 indivíduos nas linhas e as 5 métricas nas colunas.

Por fim, o script deve ser robusto, incluindo correções para evitar erros de valores ausentes (NA) ou de indexação. Comente o código extensivamente, explicando o propósito de cada função e de cada comando para garantir a clareza.”.

LINHAS DE CÓDIGO GERADAS

Linhas de código 1:

```
#-----
# PASSO 1: CONFIGURAÇÃO DO AMBIENTE
# Garante que os pacotes necessários estão instalados e carregados.
#-----

# Verifica se o pacote 'igraph' está instalado; se não, instala.
if (!require("igraph")) {
  install.packages("igraph")
}
# Carrega o pacote 'igraph' para análise e visualização de redes.
library(igraph)

# Verifica se o pacote 'writexl' está instalado; se não, instala.
if (!require("writexl")) {
  install.packages("writexl")
}
# Carrega o pacote 'writexl' para exportar dados para o formato Excel.
library(writexl)

#-----
# PASSO 2: CRIAÇÃO DA REDE SOCIAL
# set.seed(42) garante a reprodutibilidade dos resultados.
#-----

# Define a semente de reprodutibilidade para 42.
set.seed(42)

# Cria um gráfico de rede com 50 nós (indivíduos).
# 'sample_gnp' cria um gráfico aleatório do modelo Erdos-Renyi.
# n = 50 é o número de nós.
```

```

# p = 0.10 é a probabilidade de uma conexão existir entre quaisquer dois nós (conforme
solicitado).
g <- sample_gnp(n = 50, p = 0.10)

# Define os nomes dos vértices (nós) como "Ind_1", "Ind_2", ..., "Ind_50".
V(g)$name <- paste0("Ind_", 1:vcount(g))

#-----
# PASSO 3: CÁLCULO DAS MÉTRICAS
# As métricas são calculadas e armazenadas em variáveis separadas.
#-----

# 1. Grau de Centralidade (Degree Centrality) - Valores brutos
deg <- degree(g, mode = "all")

# 2. Centralidade de Intermediação (Betweenness Centrality) - Normalizada para 0-1
bet <- betweenness(g, directed = FALSE, normalized = TRUE)

# 3. Centralidade de Proximidade (Closeness Centrality) - Normalizada para 0-1
clo <- closeness(g, mode = "all", normalized = TRUE)

# 4. Centralidade de Autovetor (Eigenvector Centrality) - Inerentemente normalizada
eig <- eigen_centrality(g, directed = FALSE)$vector

# 5. Coeficiente de Agrupamento Local (Clustering Coefficient)
clu <- transitivity(g, type = "local")
# Nós com grau < 2 resultam em NaN (Not a Number). Substituímos por 0.
clu[is.nan(clu)] <- 0

#-----
# PASSO 4: EXPORTAÇÃO DOS DADOS PARA ARQUIVOS EXCEL
# Gera 7 arquivos .xlsx no seu diretório de trabalho.
#-----

# ---- Matriz de Adjacência ----
# Obtém a matriz binária (0 e 1).
adj_matrix <- as_adjacency_matrix(g, sparse = FALSE)
adj_df <- as.data.frame(adj_matrix)
# Nomeia as linhas e colunas com os IDs dos indivíduos.
colnames(adj_df) <- V(g)$name
rownames(adj_df) <- V(g)$name

# ---- Arquivos de Métricas Individuais ----
# Cria um data.frame para cada métrica, com ID e score.
df_deg <- data.frame(Individuo = V(g)$name, Grau = deg)
df_bet <- data.frame(Individuo = V(g)$name, Intermediacao = bet)
df_clo <- data.frame(Individuo = V(g)$name, Proximidade = clo)
df_eig <- data.frame(Individuo = V(g)$name, Autovetor = eig)
df_clu <- data.frame(Individuo = V(g)$name, Agrupamento = clu)

# ---- NOVO: Arquivo Consolidado de Métricas ----
# Une todas as métricas em um único data.frame.
df_consolidado <- data.frame(
  Individuo = df_deg$Individuo,
  Grau = df_deg$Grau,
  Intermediacao = df_bet$Intermediacao,
  Proximidade = df_clo$Proximidade,

```



```

    Autovetor = df_eig$Autovetor,
    Agrupamento = df_clu$Agrupamento
)

# ---- Salvando todos os arquivos Excel ----
write_xlsx(adj_df, "Matriz_Adjacencia.xlsx")
write_xlsx(df_deg, "Metrica_Grau.xlsx")
write_xlsx(df_bet, "Metrica_Intermediacao.xlsx")
write_xlsx(df_clo, "Metrica_Proximidade.xlsx")
write_xlsx(df_eig, "Metrica_Autovetor.xlsx")
write_xlsx(df_clu, "Metrica_Agrupamento.xlsx")
write_xlsx(df_consolidado, "Metricas_Consolidadas.xlsx") # Salva o novo arquivo

# Imprime uma mensagem de confirmação no console.
print("Arquivos Excel (incluindo o consolidado) gerados com sucesso.")

#-----
# PASSO 5: FUNÇÃO AVANÇADA PARA PLOTAGEM DOS GRÁFICOS ESTÁTICOS
# Esta função centraliza a lógica de criação dos gráficos e das legendas customizadas.
#-----

# Define um layout fixo para que a posição dos nós seja a mesma em todos os gráficos.
l <- layout_with_fr(g)

# Define a paleta de cores (gradiente de azul para vermelho).
col_palette <- colorRampPalette(c("blue", "red"))

# Função principal para criar e salvar os gráficos.
plot_metric <- function(graph, layout, metric_values, metric_name, file_name,
is_normalized) {

    # Abre um dispositivo de salvamento PNG com alta resolução (150 DPI).
    png(file_name, width = 1200, height = 1200, res = 150)

    # Ajusta as margens para dar espaço ao texto da fonte.
    par(mar = c(5, 1, 2, 1))

    # --- Mapeamento de Cores para os Nós ---
    # 'na.rm = TRUE' torna o código robusto contra erros de valores ausentes (NA).
    min_val <- min(metric_values, na.rm = TRUE)
    max_val <- max(metric_values, na.rm = TRUE)
    range_val = max_val - min_val
    if (range_val == 0) range_val = 1.0
    norm_vals <- (metric_values - min_val) / range_val
    V(graph)$color <- col_palette(101)[round(norm_vals * 100) + 1]

    # --- Plotagem do Gráfico ---
    plot(graph,
        layout = layout,
        vertex.label = NA,
        vertex.size = 10,
        edge.width = 1.5,
        edge.color = "grey60",
        main = NULL
    )

    # --- Adiciona o Texto da Fonte ---

```

```

mtext("Fonte: Dados simulados pelo autor, 2025.", side = 1, line = 3, adj = 0.5, cex =
1.2)

# --- Lógica da Legenda Customizada ---
if (is_normalized) {
  breaks <- c(0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0)
  value_bins <- cut(metric_values, breaks = breaks, include.lowest = TRUE)
  counts <- table(value_bins)
  labels <- c("0.00-0.20", "0.20-0.40", "0.40-0.60", "0.60-0.80", "0.80-1.00")
  midpoints <- c(0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9)
  legend_colors <- col_palette(101)[round(midpoints * 100) + 1]
} else {
  breaks <- quantile(metric_values, probs = seq(0, 1, length.out = 6), na.rm = TRUE)
  breaks <- unique(round(breaks, 0))
  midpoints <- (head(breaks, -1) + tail(breaks, -1)) / 2
  value_bins <- cut(metric_values, breaks = breaks, include.lowest = TRUE)
  counts <- table(value_bins)
  labels <- paste(head(breaks, -1), "-", tail(breaks, -1))
  norm_midpoints <- (midpoints - min_val) / range_val
  legend_colors <- col_palette(101)[round(norm_midpoints * 100) + 1]
}

final_labels <- paste0(labels, " (", counts, ")")

# --- Desenha a Legenda no Gráfico ---
legend(
  "bottomright",
  legend = final_labels,
  fill = legend_colors,
  title = metric_name,
  bty = "n",
  cex = 0.9
)

dev.off()
}

#-----
# PASSO 6: GERAÇÃO DE TODOS OS GRÁFICOS ESTÁTICOS
# Chama a função de plotagem para cada uma das cinco métricas.
#-----

plot_metric(g, l, deg, "Grau de Centralidade", "Grafico_Estatico_Grau.png", is_normalized =
FALSE)
plot_metric(g, l, bet, "Centralidade de Intermediação",
"Grafico_Estatico_Intermediacao.png", is_normalized = TRUE)
plot_metric(g, l, clo, "Centralidade de Proximidade", "Grafico_Estatico_Proximidade.png",
is_normalized = TRUE)
plot_metric(g, l, eig, "Centralidade de Autovetor", "Grafico_Estatico_Autovetor.png",
is_normalized = TRUE)
plot_metric(g, l, clu, "Coeficiente de Agrupamento", "Grafico_Estatico_Agrupamento.png",
is_normalized = TRUE)
# Imprime uma mensagem final de confirmação.
print("Processo concluído! Os 5 gráficos PNG foram gerados com sucesso.")

```

Linhas de Código 2:

```
#-----
# PASSO 1: CONFIGURAÇÃO DO AMBIENTE
# Garante que os pacotes necessários estão instalados e carregados.
#-----

# Pacote para análise de redes
if (!require("igraph")) {
  install.packages("igraph")
}
library(igraph)

# Pacote para exportação para o formato Excel
if (!require("writexl")) {
  install.packages("writexl")
}
library(writexl)

# Pacote para visualização interativa de redes
if (!require("visNetwork")) {
  install.packages("visNetwork")
}
library(visNetwork)

#-----
# PASSO 2: CRIAÇÃO DA REDE SOCIAL
# set.seed(42) garante a reprodutibilidade dos resultados.
#-----

# Define a semente de reprodutibilidade para 42.
set.seed(42)

# Cria um gráfico de rede com 50 nós (indivíduos).
# 'sample_gnp' cria um gráfico aleatório do modelo Erdos-Renyi.
# n = 50 é o número de nós.
# p = 0.10 é a probabilidade de uma conexão existir entre quaisquer dois nós.
g <- sample_gnp(n = 50, p = 0.10)

# Define os nomes dos vértices (nós) como "Ind_1", "Ind_2", ..., "Ind_50".
V(g)$name <- paste0("Ind_", 1:vcount(g))

#-----
# PASSO 3: CÁLCULO DAS MÉTRICAS
# As métricas são calculadas e armazenadas em variáveis separadas.
#-----

# 1. Grau de Centralidade (Degree Centrality) - Valores brutos
deg <- degree(g, mode = "all")

# 2. Centralidade de Intermediação (Betweenness Centrality) - Normalizada para 0-1
bet <- betweenness(g, directed = FALSE, normalized = TRUE)

# 3. Centralidade de Proximidade (Closeness Centrality) - Normalizada para 0-1
clo <- closeness(g, mode = "all", normalized = TRUE)
```

```

# 4. Centralidade de Autovetor (Eigenvector Centrality) - Inerentemente normalizada
eig <- eigen_centrality(g, directed = FALSE)$vector

# 5. Coeficiente de Agrupamento Local (Clustering Coefficient)
clu <- transitivity(g, type = "local")
# Nós com grau < 2 resultam em NaN (Not a Number). Substituímos por 0 para consistência.
clu[is.nan(clu)] <- 0

#-----
# PASSO 4: EXPORTAÇÃO DOS DADOS PARA ARQUIVOS EXCEL
# Gera 7 arquivos .xlsx no seu diretório de trabalho.
#-----

# ---- Matriz de Adjacência ----
# Obtém a matriz binária (0 e 1).
adj_matrix <- as_adjacency_matrix(g, sparse = FALSE)
adj_df <- as.data.frame(adj_matrix)
# Nomeia as linhas e colunas com os IDs dos indivíduos.
colnames(adj_df) <- V(g)$name
rownames(adj_df) <- V(g)$name

# ---- Arquivos de Métricas Individuais ----
# Cria um data.frame para cada métrica, com ID e score.
df_deg <- data.frame(Individuo = V(g)$name, Grau = deg)
df_bet <- data.frame(Individuo = V(g)$name, Intermediacao = bet)
df_clo <- data.frame(Individuo = V(g)$name, Proximidade = clo)
df_eig <- data.frame(Individuo = V(g)$name, Autovetor = eig)
df_clu <- data.frame(Individuo = V(g)$name, Agrupamento = clu)

# ---- Arquivo Consolidado de Métricas ----
# Une todas as métricas em um único data.frame.
df_consolidado <- data.frame(
  Individuo = df_deg$Individuo,
  Grau_Centralidade = df_deg$Grau,
  Intermediacao_Centralidade = df_bet$Intermediacao,
  Proximidade_Centralidade = df_clo$Proximidade,
  Autovetor_Centralidade = df_eig$Autovetor,
  Coeficiente_Agrupamento = df_clu$Agrupamento
)

# ---- Salvando todos os arquivos Excel ----
write_xlsx(adj_df, "Matriz_Adjacencia.xlsx")
write_xlsx(df_deg, "Metrica_Grau.xlsx")
write_xlsx(df_bet, "Metrica_Intermediacao.xlsx")
write_xlsx(df_clo, "Metrica_Proximidade.xlsx")
write_xlsx(df_eig, "Metrica_Autovetor.xlsx")
write_xlsx(df_clu, "Metrica_Agrupamento.xlsx")
write_xlsx(df_consolidado, "Metricas_Consolidadas.xlsx") # Salva o novo arquivo

# Imprime uma mensagem de confirmação no console.
print("Arquivos Excel (incluindo o consolidado) gerados com sucesso.")

#-----
# PASSO 5: PREPARAÇÃO DOS DADOS PARA VISNETWORK
# visNetwork requer os dados em um formato específico: um data.frame para os nós
# e um data.frame para as arestas.
#-----

```

```

# Cria o data.frame de NÓS (nodes) com a coluna 'id' obrigatória.
nodes <- data.frame(id = V(g)$name, label = V(g)$name)
# Cria o data.frame de ARESTAS (edges) com as colunas 'from' e 'to' obrigatórias.
edges <- as_data_frame(g, what = "edges")

#-----
# PASSO 6: FUNÇÃO AVANÇADA PARA CRIAR GRÁFICOS INTERATIVOS
# Esta função centraliza toda a lógica de criação dos gráficos.
#-----

create_interactive_graph <- function(nodes_df, edges_df, metric_values, metric_name,
file_name) {

  # Adiciona os valores da métrica ao data.frame dos nós.
  nodes_df$metric <- metric_values

  # Cria o texto do tooltip (informação ao passar o mouse), formatado com HTML.
  nodes_df$title <- paste0("<p><b>", nodes_df$id, "</b><br>",
                           "Métrica (", metric_name, "): ", round(nodes_df$metric, 4),
                           "</p>")

  # Define que o tamanho do nó será proporcional ao valor da métrica.
  nodes_df$value <- nodes_df$metric

  # Define a paleta de cores (gradiente de azul para vermelho).
  col_palette <- colorRampPalette(c("#3377FF", "#FF3333"))(101)

  # Normaliza os valores da métrica para mapear na paleta de cores (de 1 a 101).
  # 'na.rm = TRUE' garante que o código não falhe se houver valores NA.
  min_val <- min(nodes_df$metric, na.rm = TRUE)
  max_val <- max(nodes_df$metric, na.rm = TRUE)
  range_val <- if (max_val - min_val == 0) 1 else max_val - min_val
  nodes_df$color <- col_palette[round(((nodes_df$metric - min_val) / range_val) * 100) + 1]

  # Prepara os dados para a legenda, garantindo que o número de itens esteja correto.
  legend_nodes <- data.frame(
    label = round(seq(from = min_val, to = max_val, length.out = 5), 2),
    shape = "dot",
    color = col_palette[round(seq(from = 0, to = 100, length.out = 5)) + 1]
  )

  # Cria o gráfico interativo.
  interactive_graph <- visNetwork(
    nodes = nodes_df,
    edges = edges_df,
    # Adiciona o rodapé com a informação da fonte.
    footer = "Fonte: Dados simulados pelo autor, 2025."
  ) %>%
  # Define o layout da rede (algoritmo Fruchterman-Reingold).
  visIgraphLayout(layout = "layout_with_fr") %>%
  # Configurações dos nós (tamanho, cor, borda, sombra).
  visNodes(
    size = "value", scaling = list(min = 10, max = 30), # Define tamanho mínimo e máximo
    color = list(background = "color", border = "#333333", highlight = "yellow"),
    shadow = list(enabled = TRUE, size = 10)
  ) %>%
  # Configurações das arestas (cor cinza escura para destaque).

```

```

visEdges(
  color = list(color = "#888888", highlight = "#555555"),
  smooth = list(enabled = TRUE, type = "cubicBezier", roundness = 0.7)
) %>%
# Configura a legenda interativa.
visLegend(
  useGroups = FALSE,
  main = list(text = paste("Legenda:", metric_name), style = "font-size:14px; font-weight:bold;"),
  position = "right",
  addNodes = legend_nodes,
  stepY = 35 # Aumenta o espaçamento vertical na legenda.
) %>%
# Adiciona opções de interação (zoom, botões de navegação).
visInteraction(
  navigationButtons = TRUE,
  tooltipDelay = 0 # Mostra o tooltip instantaneamente.
) %>%
# Adiciona um menu para exportar o gráfico como PNG.
visExport()

# Salva o gráfico como um arquivo HTML autônomo.
visSave(interactive_graph, file = file_name, selfcontained = TRUE)

# Retorna o objeto do gráfico para que ele seja exibido no Viewer do RStudio.
return(interactive_graph)
}

#-----
# PASSO 7: GERAÇÃO DE TODOS OS GRÁFICOS INTERATIVOS
# Chama a função de plotagem para cada uma das cinco métricas.
#-----

print("Gerando os 5 gráficos interativos... O último aparecerá na aba 'Viewer'.")

# 1. Gráfico de Grau
create_interactive_graph(nodes, edges, deg, "Grau de Centralidade",
"Grafico_Interativo_Grau.html")
# 2. Gráfico de Intermediação
create_interactive_graph(nodes, edges, bet, "Centralidade de Intermediação",
"Grafico_Interativo_Intermediacao.html")
# 3. Gráfico de Proximidade
create_interactive_graph(nodes, edges, clo, "Centralidade de Proximidade",
"Grafico_Interativo_Proximidade.html")
# 4. Gráfico de Autovetor
create_interactive_graph(nodes, edges, eig, "Centralidade de Autovetor",
"Grafico_Interativo_Autovetor.html")
# 5. Gráfico de Coeficiente de Agrupamento
create_interactive_graph(nodes, edges, clu, "Coeficiente de Agrupamento",
"Grafico_Interativo_Agrupamento.html")

print("-----")
print("Processo concluído!")
print("Os 5 gráficos interativos foram salvos como arquivos .html no seu diretório de trabalho.")

```

APÊNDICE D - MATRIZ DE ADJACÊNCIA

	Ind_1	Ind_2	Ind_3	Ind_4	Ind_5	Ind_6	Ind_7
Ind_1	0	0	0	1	1	0	0
Ind_2	0	0	0	0	0	0	0
Ind_3	0	0	0	0	0	0	0
Ind_4	1	0	0	0	1	0	0
Ind_5	1	0	0	1	0	1	0
Ind_6	0	0	0	0	1	0	0
Ind_7	0	0	0	0	0	0	0
Ind_8	0	0	1	0	0	1	0
Ind_9	0	0	0	0	0	0	0

Nota: “Ind_1” quer dizer “Indivíduo identificado com o número 1”; “Ind_2” quer dizer “Indivíduo identificado com o número 2”. E assim por diante.

Completa, neste link:

https://d.docs.live.net/b6acd41724aa5058/Documents/Matemática_Ciência_Dados_TCC/Escrita_TCC_Especialização_Matemática/Teste_Prompt/Matriz_Adjacência.xls
X

APÊNDICE E - MÉTRICAS EMPREGADAS

Indivíduo	Grau_Centralidade	Intermediação	Proximidade	Autovetor	Agrupamento
Ind_1	7	0,066325289	0,449541284	0,870733271	0,142857143
Ind_2	1	0	0,284883721	0,080834589	0
Ind_3	2	0,000957645	0,326666667	0,194030853	0
Ind_4	7	0,052237331	0,4375	0,822029434	0,142857143
Ind_5	9	0,095120342	0,462264151	1	0,111111111
Ind_6	4	0,017188344	0,365671642	0,393066911	0
Ind_7	2	0,002579365	0,340277778	0,219408572	0
Ind_8	6	0,047709702	0,385826772	0,436178191	0
Ind_9	2	0,00212585	0,276836158	0,071326888	0

Completa, neste link:

https://d.docs.live.net/b6acd41724aa5058/Documents/Matemática_Ciência_Dados_TCC/Escrita_TCC_Especialização_Matemática/Teste_Prompt/Métricas_Consolidadas.xlsx