

**INSTITUTO
FEDERAL**
Pernambuco

Campus
Caruaru

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

**ANÁLISE CINEMÁTICA INVERSA E FABRICAÇÃO DO ROBÔ
TRIPTERON 3D COM EIXOS PARALELOS**

VINICIUS VICTOR COSTA XAVIER

CARUARU, PERNAMBUCO
2024

VINICIUS VICTOR COSTA XAVIER

ANÁLISE CINEMÁTICA INVERSA E FABRICAÇÃO DO ROBÔ
TRIPTERON 3D COM EIXOS PARALELOS

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE
CURSO APRESENTADO AO INSTITUTO
FEDERAL DE PERNAMBUCO COMO
PARTE DAS EXIGÊNCIAS PARA A
OBTENÇÃO DO TÍTULO DE BACHA-
REL EM ENGENHARIA MECÂNICA

Orientador:
Prof. Dr. FELIPE AUGUSTO CRUZ

CARUARU, PERNAMBUCO
2024

X3a

Xavier, Vinicius Victor Costa

Análise cinemática inversa e fabricação do Robô Tripteron 3D com eixos paralelos/ Vinicius Victor Costa Xavier; orientação de Felipe Augusto Cruz . – Caruaru, 2024.
64 f.

Trabalho de Conclusão de Curso – (Graduação em Engenharia Mecânica)
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco, Departamento de Engenharia Mecânica, Curso de Engenharia Mecânica, 2024.

1. Robótica. 2. Mecanismo tripteron. 3. Mecanismo – Impressão 3D. 4. Cinemática. 5. Cinemática inversa. 6. Robótica - Braço robótico. 7. Mecanismo – Protótipo. 8. Robô paralelo. 9. Mecanismo – Geometria. 10. Engenharia Mecânica – IFPE. I. Cruz, Felipe Augusto; II. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco. III. Trabalho de Conclusão de Curso. IV. Título.

CDD: 629.892

CDU: 621.865.8

RESUMO

O mecanismo tripteron 3D com eixos paralelos é um robô paralelo que possui três graus de liberdade. Isso significa que ele é capaz de se mover em três direções diferentes sem a necessidade de movimentos adicionais. Essa característica torna o tripteron uma ferramenta útil em diversas aplicações, como na indústria, na medicina, na robótica móvel, entre outras. O objetivo deste trabalho é fabricar um protótipo e obter um modelo matemático capaz de descrever as posições do mecanismo, bem como determinar suas velocidades e acelerações. A análise cinemática inversa do mecanismo é importante para entender o movimento do robô e como ele pode ser controlado para realizar tarefas específicas. Para alcançar esse objetivo, o método adotado consiste em realizar um estudo geométrico do mecanismo a partir das leis da trigonometria para determinar os ângulos entre os braços do robô. A técnica utilizada foi a análise vetorial. Com base na análise cinemática e nos dados de entrada fornecidos pelo usuário, foi possível determinar a velocidade e a aceleração dos braços do tripteron como resposta. A posição dos braços foi determinada a partir da análise da geometria do mecanismo e da aplicação das leis da trigonometria que relacionam os ângulos e comprimentos de cada um dos braços do tripteron. Esses resultados são de fundamental importância para a compreensão do comportamento do mecanismo sob diferentes condições de operação, permitindo o projeto de sistemas de controle mais eficientes e precisos. A fabricação do protótipo foi feita utilizando-se técnicas de impressão 3D em uma máquina de impressão por deposição de material fundido. A montagem foi realizada utilizando um modelo virtual da máquina para uma melhor compreensão dos limites físicos do mecanismo, bem como de seus movimentos.

Palavras-chave: Tripteron; robô paralelo; análise cinemática inversa; impressão 3D

ABSTRACT

The 3D tripteron mechanism with parallel axes is a parallel robot that has three degrees of freedom. This means that it is capable of moving in three different directions without the need for additional movements. This characteristic makes the tripteron a useful tool in various applications, such as industry, medicine, mobile robotics, among others. The objective of this work is to manufacture a prototype and obtain a mathematical model capable of describing the positions of the mechanism, as well as determining its velocities and accelerations. The inverse kinematic analysis of the tripteron is important to understand the robot's movement and how it can be controlled to perform specific tasks. To achieve this objective, the method adopted consists of performing a geometric study of the mechanism based on the laws of trigonometry to determine the angles between the robot's arms. The technique used was vector analysis. Based on the kinematic analysis and the input data provided by the user, it was possible to determine the speed and acceleration of the tripteron arms as a response. The position of the arms was determined from the analysis of the mechanism's geometry and the application of trigonometry laws that relate the angles and lengths of each of the tripteron arms. These results are of fundamental importance for understanding the behavior of the mechanism under different operating conditions, allowing the design of more efficient and precise control systems. The prototype was manufactured using 3D printing techniques on a Fused Deposition Modeling printer. The assembly was carried out using a virtual model of the machine for a better understanding of the physical limits of the mechanism as well as its movements.

Keywords: Tripteron; parallel robot; inverse kinematic analysis; 3D printing

Lista de Figuras

1	Comparação Entre os Modelos. a) Tripteron 3D convencional. b) Tripteron 3D de eixos Paralelos	8
2	Robô Delta	11
3	Robô Tripteron 3D	12
4	Exemplo de Aplicação do método Analítico.	14
5	Exemplo de Máquina FDM	18
6	Tripteron 3D de eixos paralelos	21
7	Base dos Patins com Castanha.	22
8	Parte Superior do Patins A e B.	23
9	Patins A e B.	23
10	Patins C.	24
11	Parte Inferior do Braço Inferior em detalhes.	25
12	Longarina do Braço inferior.	25
13	Parte Superior do Braço Inferior em Detalhes.	26
14	Braço Inferior	26
15	Braço Superior em Detalhes.	27
16	Superfícies Estendidas do Efetuador.	28
17	Vista Superior Montagem.	28
18	Vistas do Efetuador Final.	29
19	Impressora 3D Pro GTMAX3D Core Alv2	31
20	Descrição das Juntas.	32
21	Sistemas de Coordenadas Fixas no Espaço.	33
22	Movimentação Lateral.	34
23	Movimento Vertical.	35
24	Movimento Longitudinal.	36
25	Diagramação vetorial para o trilho A	37
26	Trilho C.	42
27	Conexão Patins-Castanha.	44
28	Rolamento Comercial.	44
29	Parafuso.	45
30	Vista Explodida Patins-Braço.	46
31	Junta Patins-Braço Prototipo.	46
32	Vista Explodida da Junta Braço-Braço.	47
33	Junta Braço-Braço.	47
34	Vista Explodida do Efetuador	48
35	Solução Para o Defeito de Impressão.	48
36	Modelagem CAD e Prototipo Real.	49
37	Deslocamento das juntas prismáticas A e B em função do tempo.	50
38	Velocidade das juntas prismáticas A e B	51
39	Comparação entre Posição e Velocidade	52
40	Aceleração das juntas prismáticas A e B	53
41	Comparativo entre Velocidade e Aceleração	54
42	Deslocamento da junta prismática C - Verticalidade	55
43	Deslocamento das juntas prismáticas A e B - Verticalidade	56
44	Velocidade das juntas-verticalidade	57
45	Aceleração das Juntas - Verticalidade	58

46	Posição das juntas - Longitudinalidade	59
47	Velocidade das juntas prismáticas - Longitudinalidade	60
48	Aceleração das juntas prismáticas - Longitudinalidade	61

Lista de Tabelas

1	Propriedades Mecânicas PLA x ABS	20
2	Lista dos componentes do mecanismo	21
3	Prioridades de Projeto	29
4	Comparativo de Prioridade	30
5	Parâmetros de impressão	32
6	Dimensões do Rolamento 608z	44

Sumário

1	Introdução	8
1.1	Objetivo Geral	9
1.1.1	Objetivos Específicos	9
2	Referencial Bibliográfico	9
2.1	Robótica	9
2.2	Robôs Paralelos	10
2.2.1	Delta	11
2.2.2	Tripteron 3D	11
2.3	Cinemática Inversa de Robôs Paralelos	12
2.3.1	Método Analítico	13
2.3.2	Método Geométrico	14
2.4	Funções de Descontinuidade	14
2.4.1	Função Sigmoide e Suas Derivadas	15
2.5	CAD e CAM	15
2.6	Manufatura Aditiva	16
2.6.1	Processos de Fabricação por Impressão 3D	17
2.6.2	Modelagem FDM	18
2.6.3	Materiais	19
3	Desenvolvimento	20
3.1	Modelagem CAD	20
3.1.1	Patins A e B	22
3.1.2	Patins C	23
3.1.3	Braços Inferiores	24
3.1.4	Braços Superiores	27
3.1.5	Efetuator Final	27
3.2	Impressão 3D	29
3.2.1	Escolha do Filamento para a Impressão	29
3.2.2	Impressora 3D	30
3.2.3	Determinação dos Parâmetros	31
3.3	Análise cinemática	32
3.3.1	Funcionamento	32
3.3.2	Movimento Lateral ou Lateralidade	33
3.3.3	Movimento Vertical ou Verticalidade	34
3.3.4	Movimento Logitudinal ou Longitudinalidade	35
3.3.5	Análise cinemática das Cadeias A e B	36
3.3.6	Lateralidade	38
3.3.7	Verticalidade	39
3.3.8	Longitudinalidade	39
3.3.9	Equação Geral -Posição	39
3.3.10	Equação Geral -Velocidade	40
3.3.11	Equação Geral - Aceleração	41
3.3.12	Análise cinemática da Cadeia C	42

4	Resultados	43
4.1	Montagem	43
4.1.1	Juntas Prismáticas	43
4.1.2	Juntas Rotativas	44
4.1.3	Junta Patins-Braço	45
4.1.4	Junta Braço-Braço	47
4.1.5	Junta Braço-Efetuator Final	47
4.1.6	Montagem final	49
4.2	Cinemática	49
4.2.1	Lateralidade	49
4.2.2	Verticalidade	54
4.2.3	Longitudinalidade	58
5	Conclusões	61

1 Introdução

O Tripteron 3D é um manipulador paralelo (MP) de três graus de liberdade concebido originalmente pela *Université Laval* (QUENNOUELLE; GOSSELIN, 2011). Esse manipulador pertence a uma categoria chamada Multipteron (GOSSELIN et al., 2007), que foi desenvolvida a partir de uma síntese de tipos específicos de manipuladores paralelos que possuem três padrões de movimento translacional. Neste trabalho, esses padrões são denominados de lateralidade, verticalidade e longitudinalidade.

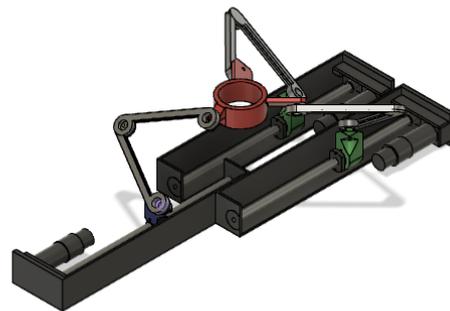
Teoricamente, os manipuladores paralelos, em geral, apresentam melhor desempenho dinâmico em comparação aos seriais (MERLET, 2006). Esse melhor desempenho dinâmico pode ser evidenciado pelo fato de que, ao possuírem mais de uma cadeia cinemática individual, esses manipuladores não acumulam um erro elevado em comparação aos robôs seriais, tornando-se mais precisos. Além disso, esses manipuladores oferecem maior velocidade, aceleração, precisão e rigidez. Tais vantagens permitem que os MPs sejam usados em diversas aplicações, como em telescópios terrestres e na indústria, onde máquinas-ferramenta baseadas em estruturas paralelas são comuns (MERLET; GOSSELIN; HUANG, 2016). Entretanto, em comparação aos respectivos manipuladores seriais, os MPs possuem a desvantagem de ter um espaço de trabalho limitado. (TSAI, 1999).

Nas últimas décadas, tem havido um grande esforço no desenvolvimento de projetos inovadores com o objetivo de superar essas limitações. Nesse contexto, o presente trabalho se concentra no estudo cinemático de uma variante do Tripteron 3D, conhecida como Tripteron 3D com eixos paralelos. Nessa versão, em vez de as juntas prismáticas estarem dispostas nos eixos cartesianos, elas estão paralelas entre si. A Figura 1 Compara o modelo tradicional com o estudado no presente trabalho.

Figura 1. Comparação Entre os Modelos. a) Tripteron 3D convencional. b) Tripteron 3D de eixos Paralelos



a) Fonte: Gosselin(2009)



b) Fonte: Autor(2024)

A importância do mecanismo tripteron 3D com os eixos paralelos reside na sua capacidade de oferecer uma ampla gama de aplicações na engenharia. Combinando os movimentos dos três eixos, é possível controlar a posição e orientação de uma carga, o que pode ser utilizado para movimentar objetos em diversas direções e ângulos, além de possibilitar o desenvolvimento de sistemas de automação e robótica avançados. Ademais,

sua configuração geométrica simples, que ocupa menos espaço e a possibilidade de utilizá-lo em uma base horizontal, faz com que o mesmo possa ser implementado para aplicações médicas, como em cirurgias, por exemplo.

Outra possibilidade é a utilização do mecanismo tripteron 3D em dispositivos de assistência à mobilidade para pessoas com deficiência, possibilitando a realização de movimentos precisos e suaves em diversos tipos de superfícies. Além disso, pode ser aplicado em equipamentos de fisioterapia, permitindo a realização de exercícios mais precisos e controlados para pacientes em recuperação.

Outro destaque de aplicação pode ser a substituição de seres humanos em processos de fabricação perigosos, como por exemplo o de soldagem, onde o operador necessita executar movimentos nos três graus de liberdade e o mesmo está envolto a um ambiente de temperatura elevada.

1.1 Objetivo Geral

O presente trabalho tem como objetivo realizar a análise cinemática inversa do mecanismo de estudo, obtendo um modelo matemático que relacione o conjunto de dados cinemáticos (posição, velocidade e aceleração) do efetuador e o movimento linear das juntas prismáticas. Além de fabricar e montar toda a máquina.

1.1.1 Objetivos Específicos

1. Realizar um estudo teórico sobre cinemática inversa em robôs paralelos e realizar a análise cinemática do mecanismo.
2. Analisar as dimensões dos equipamentos reais disponíveis para a modelagem das peças a serem impressas.
3. Modelar toda a máquina em um software *Computer Aided-Design* (CAD)
4. Utilizar uma linguagem de programação para simular os resultados e gerar os gráficos da análise cinemática
5. Selecionar os parâmetros de impressão a serem executados pela impressora 3D
6. Imprimir as peças em impressão 3D

2 Referencial Bibliográfico

2.1 Robótica

A história da robótica remonta à genialidade de Karel Capek. Em sua peça teatral na Tchecoslováquia, em 1920, Capek introduziu o termo "robot", que significava serviço compulsório ou atividade forçada, originando assim o termo "robot" em inglês e, posteriormente, traduzido para o português como "robô". A peça narra a história de um cientista chamado Rossum e seu filho que, ao criarem uma determinada substância especificada no contexto da peça, criam robôs, que atuariam como escravos, sempre servindo à humanidade como trabalhadores físicos (GROOVER, 1989)

Na história narrada por Karel, em um determinado ponto os robôs se rebelam e destroem toda a humanidade. Neste contexto de rebelião, Isaac Asimov destaca-se ao postular as três leis da robótica, criando um robô sem falhas (GROOVER, 1989). Em síntese, essas leis impossibilitam que, sob hipótese alguma, os robôs possam ferir um ser humano e que sempre sejam obedientes à raça, a menos que as ordens dadas por um ser humano exijam que o robô ferisse outro humano. Apesar da natureza óbvia das leis postuladas por Asimov, é importante ter em mente que as mesmas não possuem papel prático algum, sendo apenas frutos de obras de ficção científica que não tiveram suas origens na indústria ou na academia.

Apesar de, na ficção científica, os robôs frequentemente serem retratados com formas humanoides, na indústria, por outro lado, os primeiros protótipos não possuíam tal formato e sua capacidade de operação era bastante limitada. No entanto, com o desenvolvimento da engenharia mecânica, eletrônica, elétrica e outras áreas afins, essas máquinas passaram a se tornar cada vez mais eficazes. (GROOVER, 1989) Além do desenvolvimento dessas engenharias específicas antes citadas, também destaca-se o surgimento dos computadores na segunda metade do século XX que alimentou especulações sobre a capacidade dos robôs de pensar e agir como seres humanos. No entanto, nessa fase inicial, os robôs eram principalmente concebidos para realizar tarefas árduas, perigosas e até impossíveis para os seres humanos. Embora não possuíssem a capacidade de criatividade ou de execução de processos não programados, os avanços na robótica beneficiaram principalmente as indústrias, aumentando a produção e eliminando tarefas perigosas que antes eram realizadas por trabalhadores humanos (CARRARA, 2015).

2.2 Robôs Paralelos

Robôs paralelos são manipuladores mecânicos nos quais o efetuador final é conectado à base por meio de várias cadeias cinemáticas independentes, formando uma cadeia fechada (MERLET, 2006). Essa definição, porém, é bastante abrangente, pois não especifica o número de cadeias independentes e os tipos de conexões. Isso permite que mecanismos redundantes com mais atuadores do que graus de liberdade se enquadrem nessa categoria. Para uma compreensão mais clara dos robôs paralelos, podem ser observadas as seguintes características (MERLET, 2006):

1. O efetuador final é suportado por, no mínimo, duas cadeias cinemáticas.
2. O número de graus de liberdade é igual ao número de atuadores.
3. Quando os atuadores estão bloqueados, a mobilidade do efetuador final deve ser nula.

Essas características, além de complementarem a definição anterior, evidenciam as marcantes diferenças entre manipuladores seriais e paralelos. Se apenas uma cadeia cinemática suporta o efetuador final, teria-se apenas uma cadeia cinemática independente, não fechando o ciclo característico dos robôs paralelos.

Os mecanismos desse tipo são interessantes por várias razões. Primeiramente, a presença de pelo menos duas cadeias permite distribuir a carga entre elas, aumentando a robustez e a capacidade de suportar peso do sistema. Além disso, o número mínimo de atuadores necessários simplifica o controle e reduz os custos de implementação. (MERLET, 2006).

Destacam-se como vantagens desses mecanismos sua maior capacidade de suportar carga, uma vez que o efetador final está conectado a pelo menos duas cadeias distintas, aumentando sua robustez (MERLET, 2006). Além disso, sua ligação em paralelo permite que as unidades geradoras de potência aumentem sua produção para mitigar falhas em determinada unidade (SICILIANO; KHATIB; KRÖGER, 2008).

Alguns manipuladores paralelos famosos e de ampla utilização na engenharia podem ser observados nas subsecções seguintes:

2.2.1 Delta

Um exemplo de robô paralelo muito eficiente, geralmente encontrado nas indústrias farmacêuticas, alimentícia, de embalagens e de desenvolvimento eletrônico, é o robô tipo Delta. Os robôs Delta dispõem de três graus de liberdade, onde seus atuadores se deslocam de acordo com o movimento de translação. A multifuncionalidade dessas máquinas e a possibilidade de serem reprogramadas permitem seu uso para mover e manipular ferramentas e materiais (ALBUQUERQUE; MEGGIOLARO,)

Na Figura 2 é possível visualizar o robô em questão.

Figura 2. Robô Delta



Fonte: Merlet (2006,p32), adaptado:

A ideia central do robô delta reside no uso de três paralelogramos que faz com que as orientações da plataforma móvel se mantenha constante. A principal vantagem desse robô é que os atuadores se encontram na base fixa, e o baixo peso de seus componentes permite grandes velocidades de operação (SALABARRIA, 2007)

2.2.2 Tripteron 3D

O tripteron é um sistema paralelo composto por três pernas, cada uma formada por um mecanismo serial, no qual os elos são interligados, desde a base até a plataforma, por um atuador longitudinal fixado na base, e três juntas revolutas cujos eixos são paralelos entre si, mas não ortogonais à direção da junta prismática. As juntas revolutas terminais das três pernas estão conectadas à plataforma móvel de modo que seus eixos sejam ortogonais (GOSSELIN, 2009).

Figura 3. Robô Tripteron 3D

Fonte: Gosselin(2009)

A configuração apresentada na Figura 3 caracteriza a versão mais comum do robô Tripteron, com seus atuadores dispostos em eixos cartesianos, perpendicularmente uns aos outros. Tal configuração é vantajosa para a análise dos movimentos, pois simplifica consideravelmente o modelo matemático que o descreve. No entanto, configurar os atuadores dessa maneira resulta em uma ocupação de espaço maior pelo robô.

2.3 Cinemática Inversa de Robôs Paralelos

A análise cinemática de um mecanismo consiste no estudo do movimento sem considerar as forças externas que o causam (NORTON, 2010). Nesse contexto, a cinemática inversa estabelece as relações entre as coordenadas articulares e a configuração do efetuador final de um sistema robótico. Através da cinemática inversa, é possível determinar as trajetórias ideais para os atuadores de um robô, permitindo um controle preciso de sua posição e orientação (MERLET, 2006).

Em síntese, a cinemática inversa tem como objetivo determinar a posição dos atuadores para uma dada posição do efetuador final, contrastando com os objetivos da cinemática direta, que determina a posição do efetuador final com base no movimento imposto nos atuadores. Apesar de ser tentadora para fins de controle e precisão, a análise inversa pode envolver métodos complexos, especialmente quando lidando com sistemas não lineares, o que resulta em modelos matemáticos mais complicados (MERLET, 2006).

Do ponto de vista geral, sem a necessidade de envolver métodos mais complexos, Merlet (2006) propõe dois métodos que podem ser aplicados a uma ampla gama de robôs paralelos: o método analítico e o método geométrico.

Esses métodos, apesar de simplificados em relação a abordagens mais complexas, são extremamente poderosos e versáteis, sendo capazes de lidar com uma variedade de configurações de robôs paralelos. Eles proporcionam uma compreensão clara das relações entre as variáveis do sistema e podem ser implementados de maneira eficiente em software de simulação e controle de robôs.

No entanto, é importante ressaltar que, embora esses métodos ofereçam uma abordagem acessível e direta para resolver problemas de cinemática inversa, podem surgir desafios

em casos de sistemas altamente não lineares ou com configurações complexas. Nestes casos, abordagens mais avançadas podem ser necessárias, envolvendo técnicas numéricas e computacionais mais sofisticadas para alcançar soluções precisas e eficientes.

Nas próximas subseções, apresentam-se maiores detalhes sobre os métodos analítico e geométrico, respectivamente.

2.3.1 Método Analítico

O método analítico utiliza equações matemáticas explícitas para a obtenção direta para as coordenadas das juntas com base na posição e orientação do efetuador final. Considerando cada uma das cadeias cinemáticas ligando o efetuador final a base, usa-se a letra A representa o extremo da cadeia ligada a base e B o extremo da cadeia ligada ao efetuador final (MERLET, 2006). Logo o vetor AB pode ser dado por:

$$\vec{AB} = \vec{AO} + \vec{OB} + H_1(\vec{X}) \quad (1)$$

Sendo 'O' a junta que conecta os pontos A e B e X a representação das coordenadas do efetuador final.

Essa equação fornece a posição dos pontos extremos da cadeia cinemática, porém, como o objetivo é calcular as coordenadas das juntas, a cinemática direta das cadeias cinemáticas deve ser calculada com base nos ângulos entre os elos, sendo possível determiná-la usando as coordenadas generalizadas do efetuador final. Apesar de a análise ser realizada para cada cadeia cinemática individualmente, a solução geral pode ser determinada analisando-as em paralelo. A equação que relaciona o vetor AB com as coordenadas das juntas θ e com a posição do efetuador final é:

$$AB = H_2(X, \theta) \quad (2)$$

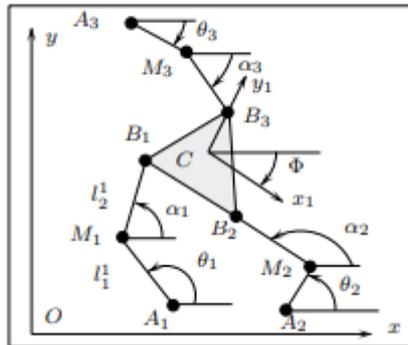
Ainda é possível escrever:

$$H_1(X) = H_2(X, \theta) \quad (3)$$

A análise analítica permite uma boa vantagem na automatização de códigos para a resolução do problema cinemático de manipuladores paralelos de maneira geral. No entanto, a mesma pode se tornar complexa dependendo do tamanho da cadeia a ser analisada isoladamente.

Como exemplo de aplicação do método e para evidenciar os vetores citados no texto, Merlet(2006) realiza uma análise em um manipulador paralelo planar, como pode ser visto na Figura 4.

Figura 4. Exemplo de Aplicação do método Analítico.



Fonte: Merlet(2006,p98)

2.3.2 Método Geométrico

No método geométrico, busca-se compreender a cinemática de um mecanismo ao capturar uma determinada configuração deste e analisar os ângulos e comprimentos de seus elos. A partir desses dados, são formadas figuras geométricas conhecidas, como triângulos e quadriláteros, que representam a geometria do sistema mecânico em questão.

Ao utilizar o método geométrico, pode-se explorar propriedades geométricas bem conhecidas, como teoremas sobre triângulos e polígonos, para derivar relações entre as variáveis do sistema mecânico. Essas relações geométricas podem então ser utilizadas para resolver problemas de cinemática inversa, determinando as configurações das juntas do mecanismo com base em uma posição desejada do efetuador final.

Segundo Merlet (2006) a liberdade na escolha do ponto de corte proporciona flexibilidade na formulação do sistema de equações, o que pode facilitar a solução do problema. Essa flexibilidade permite ajustar a abordagem de acordo com as características específicas do mecanismo, adaptando-a às necessidades do problema em questão. Caracterizando uma vantagem de se utilizar o método geométrico.

Além disso, as variedades geométricas utilizadas no método geométrico descrevem objetos familiares que já foram extensivamente estudados na geometria. Isso significa que muitas propriedades desses objetos, como suas interseções, já são bem compreendidas. Ao aproveitar esse conhecimento prévio, pode-se reduzir a complexidade da análise e encontrar soluções mais eficientes (MERLET, 2006).

2.4 Funções de Descontinuidade

Funções de singularidade são frequentemente empregadas em resistência dos materiais para o cálculo de momento fletor e esforço cortante em vigas submetidas a cargas variadas. Em uma viga, diferentes cargas atuam em diferentes pontos de aplicação, o que torna o método de integração, que envolve a definição de uma função de carga e momento para cada região de aplicação, exaustivo e impraticável (HIBBELER, 2010). Para contornar essa dificuldade e expressar todo o carregamento da viga em uma única equação, recorre-se ao uso de funções de descontinuidade.

2.4.1 Função Sigmoide e Suas Derivadas

A função sigmoide (σ), também conhecida como função de ativação, é descrita conforme equação a seguir:

$$\sigma(x) = \frac{1}{1 + e^{-nx}}; \quad n \in \mathbb{N} \quad (4)$$

Onde a medida em que n tende a infinito a função se aproxima cada vez mais de uma função degrau, sendo muito utilizada para a ativação ou não. Essa função também é conhecida como função de Heavside.

Ao calcular o limite da Equação 4 quando n tende a infinito, obtem-se:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{d\sigma(x)}{dx} = \begin{cases} \infty; & x = 0 \\ 0; & x \neq 0 \end{cases} \quad (5)$$

No caso da Equação 5, no limite em que n tende ao infinito, o valor de x tende a zero e assume o valor de zero para qualquer outro valor. Essa singularidade é conhecida como delta de Dirac. Finalmente o estudo do limite da segunda derivada da Equação 4 é evidenciado na seguinte equação:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{d^2\sigma(x)}{dx^2} = \begin{cases} \infty; & x \rightarrow 0^- \\ -\infty; & x \rightarrow 0^+ \end{cases} \quad (6)$$

A análise da Equação 6 no limite conforme n tende ao infinito positivo resulta em uma singularidade infinitamente próxima de zero pela esquerda, e quando n tende ao infinito negativo, representa uma singularidade infinitamente próxima de zero pela direita.

2.5 CAD e CAM

Desenho Assistido por Computador, popularmente conhecido por sua sigla CAD, é uma ferramenta computacional amplamente utilizada por profissionais em diversos campos, incluindo engenharia, arquitetura, design, geologia e geografia, com o propósito de facilitar o processo de projeto de produtos (NARAYAN; RAO; SARCAR, 2008). A definição de CAD pode ser compreendida como o uso de métodos computacionais para o desenvolvimento de formas geométricas em 3D e 2D, simplificando a visualização dos requisitos geométricos e de fabricação (RAO, 2004). As figuras tridimensionais sólidas são compostas por informações volumétricas e superficiais, onde essas informações descrevem o conteúdo interno da geometria, enquanto as informações superficiais delimitam seus limites, formando um conjunto de informações internas e externas (BERTOLINE et al., 2002).

Em essência, muitas figuras geométricas complexas são criadas a partir de formas básicas, chamadas de primitivas. Os modeladores são projetados para suportar esse conjunto de primitivas, que incluem cubos, prismas retangulares e triangulares, cones, esferas, entre outros. O usuário examina mentalmente o objeto, dividindo-o em diferentes primitivas geométricas, e em seguida constrói o modelo utilizando esses elementos como base (BERTOLINE et al., 2002).

Além das vantagens referentes a modelagem de geometrias, o uso de softwares CAD também evidenciam vantagens organizacionais em projetos de engenharia que envolvem um grande número de engenheiros no que se diz respeito a comunicação, possibilitando que o profissional documente cada etapa do processo e liste os materiais necessários para as compras e para a montagem (DEOKAR; PATHAK; WARGHANE, 2019).

A evolução contínua da tecnologia CAD tem levado ao desenvolvimento de sistemas cada vez mais avançados e intuitivos, possibilitando aos designers e engenheiros explorar novas possibilidades de design e colaboração. No entanto, a facilidade de virtualizar geometrias pode ter consequências negativas no desenvolvimento de produtos ou projetos de engenharia. Com a especialização dos processos de engenharia, muitos profissionais peritos em CAD podem negligenciar boas práticas de fabricação em seus desenhos, resultando em necessidades de reprojeto e refabricação (DEOKAR; PATHAK; WARGHANE, 2019).

Assim, ao longo dos anos, cada vez mais empresas que fornecem softwares CAD têm integrado funcionalidades CAM (Computer Aided Manufacturing) em seus produtos. CAM refere-se a softwares usados para desenvolver códigos numéricos interpretáveis por máquinas de usinagem (P.N. Rao, 2010). Esse código, conhecido como código G, consiste em arquivos de texto que são interpretados em ordem pela máquina de Controle Numérico Computadorizado (CNC) (Champlain, 2015). Os softwares que integram CAD e CAM possibilitam a modelagem geométrica da peça e a geração do código a ser lido pela máquina de fabricação.

Para desenvolver um produto, primeiramente é necessário projetá-lo considerando suas aplicações e realizar análises de tensão e deformação, tudo feito por meio de computadores utilizando software CAD. Ao final deste processo, o produto é projetado com o formato e tamanho desejados. Em seguida, elaboram-se os desenhos de montagem e peças do produto, essenciais como referência e para a fabricação no chão de fábrica, utilizando também o software CAM. O planejamento e a programação da produção do produto projetado são realizados em computadores, utilizando softwares específicos que ajudam a gerenciar os recursos de fabricação, representando a parte CAM do ciclo de produção. Por fim, a fabricação do produto acontece com o uso de computadores, utilizando as chamadas Máquinas CNC. Nestas máquinas, as instruções de programação para fabricar o produto projetado no software CAD são inseridas, permitindo que o computador da máquina CNC realize a fabricação conforme as dimensões requeridas (DEOKAR; PATHAK; WARGHANE, 2019).

2.6 Manufatura Aditiva

No final dos anos 1980, surgiu no mundo da tecnologia um novo princípio de fabricação denominado Manufatura Aditiva (VOLPATO; SILVA, 2017). Esse novo tipo de fabricação contrastava com os meios convencionais da época, os quais consistiam principalmente na moldagem de materiais, seja por meio da fusão dos materiais (fundição de metais em moldes, injeção, metalurgia do pó, etc.) ou por meio de um processo subtrativo (torneamento, fresamento, etc.) (VOLPATO; SILVA, 2017). A manufatura aditiva (MA) pode ser definida como um processo de fabricação que insere material em camadas, utilizando informações obtidas de um modelo 3D originado de algum software CAD (VOLPATO; SILVA, 2017). Além dessa terminologia, para facilitar o aceitação dessa nova tecnologia por parte dos engenheiros e da comunidade em geral, foi introduzida também a terminologia Fabrico Aditivo (FA). No entanto, deve-se inferir que o termo impressão 3D tem sido frequentemente usado em substituição aos outros dois antes citados (WOHLERS; CAFFREY, 2015).

Em seu início, a tecnologia de fabricação por meio de impressão 3D enfrentou vários desafios. Nos anos de 1987 e 1993, apesar de se destacar por seu potencial, também tinha limitações em relação à sua aceitação, tais como o alto custo, baixa precisão, tempo

elevado de fabricação e baixa disponibilidade dos materiais de impressão (LIRA, 2021). No entanto, com a alta competitividade do mercado atual e com a maior disponibilidade de impressoras no mercado, várias empresas têm recorrido à fabricação aditiva para diminuir os prazos de entrega dos produtos, destacando-se também por ser uma tecnologia suportada por computador, se destacando dentre as outras (GIBSON et al., 2021).

As peças fabricadas por meio de impressão 3D podem ter diversas aplicações:

1. **Visualização:** Compreender um modelo tridimensional real é sempre mais fácil do que analisar uma representação gráfica, como um desenho 2D ou modelo digital. Em casos de formas mais complexas, pode ser necessário fabricar o modelo para compreender completamente seus contornos e dimensões (JACOBS, 1992)
2. **Verificação do produto:** Depois que o produto é definido, é importante examinar suas características geométricas para garantir que ele se materialize corretamente e desempenhe adequadamente a função para a qual foi projetado, em conjunto com os outros componentes (JACOBS, 1992).
3. **Desenvolvimento interativo:** Durante o desenvolvimento de um produto, é incomum que ele fique completamente pronto após a primeira iteração ou tentativa. Através do uso de sistemas de Fabricação Aditiva (FA), é viável corrigir erros durante as fases iniciais do processo e a um custo menor (JACOBS, 1992).
4. **Otimização:** Esses sistemas não apenas possibilitam a correção de falhas no projeto, mas também permitem a execução e análise de várias soluções, o que facilita a seleção do design e a otimização do desempenho funcional do componente (JACOBS, 1992).
5. **Fabricação:** Após ser desenvolvido e refinado, o protótipo pode ser requerido para produzir uma pré-série, com o intuito de realizar testes de funcionalidade antes de avançar para a fabricação dos moldes e ferramentas finais necessários para sua produção (JACOBS, 1992).

Por outro lado, o uso de impressão 3D também possui suas desvantagens, são elas: Baixa gama de materias, resistência mecânica inferior e volumes baixos de produção (CHUA; LEONG, 2014).

2.6.1 Processos de Fabricação por Impressão 3D

A fabricação de um protótipo por meio de impressão 3D envolve uma série de etapas que vão desde a modelagem da peça em um software CAD até a fabricação da mesma em uma impressora (CHUA; LEONG, 2014). Este processo pode ser dividido em seis etapas distintas:

1. **Modelagem em software CAD:** Nesta etapa, o modelo geométrico da peça é criado utilizando um software CAD. Este software permite criar representações digitais precisas da peça, definindo suas dimensões, formas e características específicas.
2. **Conversão para Formato STL:** O modelo tridimensional é transformado em um formato padrão por meio de um processo conhecido como STL (Standard Tessellation Language), que utiliza uma técnica de aproximação por faces planas. Neste processo, a superfície do modelo sólido é aproximada por pequenos triângulos, formando uma

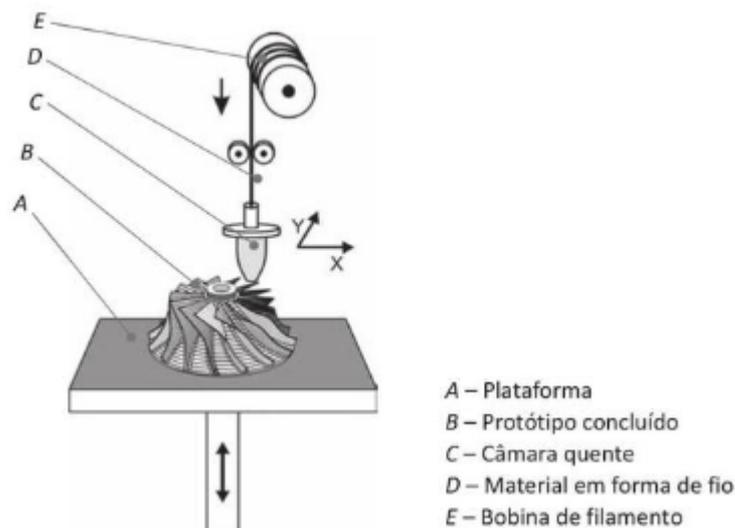
malha em toda a sua extensão. Neste processo a precisão é inversamente proporcional ao tamanho dos triângulos, ou seja, quanto menores mais precisos. Porém, ao diminuir muito esse tamanho aumenta-se consideravelmente o tamanho do arquivo

3. Transferência para um fatiador: Nessa etapa, um programa de pré-processamento prepara as configurações de impressão da impressora. Neste programa é possível estabelecer a posição da peça na impressão assim como parâmetros como velocidade e temperatura.
4. Configuração da Máquina: Nesta etapa, deve-se ajustar certos aspectos da impressora, como a temperatura da mesa, e realizar a etapa denominada de purga, que consiste na limpeza do bico da impressora.
5. Construção física do protótipo: Durante esta fase, a primeira camada do modelo físico é produzida, e o modelo é gradualmente construído a partir da base, adicionando camadas subsequentes de acordo com sua espessura. Este processo é repetido até que o modelo esteja completamente formado.
6. Pós-processamento: Esta fase envolve atividades como a cura, que é necessária em certos materiais sensíveis à luz, remoção do protótipo da máquina e, se necessário, de qualquer estrutura de suporte. Algumas peças também podem requerer limpeza e tratamento da superfície para obter o acabamento desejado.

2.6.2 Modelagem FDM

Nessa tecnologia um material termoplástico fluidificado por aquecimento é depositado em camadas, por meio do processo de extrusão (LIRA, 2021). A Figura 5 apresenta um mecanismo típico usado na tecnologia FDM.

Figura 5. Exemplo de Máquina FDM



Lira (2021,p72)

Na Figura 5 a plataforma *A* se desloca verticalmente no eixo *Z*. A letra *B* aponta para o protótipo que foi impresso. *C* é a câmara quente que funde o material em forma de fio(*D*). Por fim, *E* é a bobina de filamento (LIRA, 2021).

O termo FDM (Fused Deposition Modeling), ou impressão 3D, muitas vezes é erroneamente atribuído a uma tecnologia criada na última década, devido às novas técnicas introduzidas durante a terceira revolução industrial. No entanto, o conceito de impressão 3D surgiu em 1984, com o engenheiro norte-americano Chuck Hull, que desenvolveu a estereolitografia na época (GUIMARÃES, 2021).

Ao longo dos anos, a demanda por fabricação personalizada e rápida aumentou consideravelmente. Para atender às necessidades da indústria, a impressão 3D passou por aprimoramentos graduais, com o desenvolvimento de novos processos e técnicas que impulsionaram essa tecnologia (GUIMARÃES, 2021).

Com suas vantagens em relação à prototipagem, estima-se que a redução no custo e no tempo desse tipo de fabricação varie entre 70% e 90%, números altamente significativos quando comparados aos custos da usinagem de materiais, mesmo com os métodos de remoção de material sendo bastante eficazes e difundidos. Hoje, a impressão 3D se destaca pela facilidade de aquisição, mas nem sempre foi assim. Inicialmente, o custo dessa tecnologia era muito elevado, restringindo-se apenas a grandes empresas. No entanto, um projeto desenvolvido pela Universidade de Bath, na Inglaterra, chamado RepRap, com o objetivo de criar uma impressora 3D de baixo custo, impulsionou a popularização dessa tecnologia globalmente (GUIMARÃES, 2021).

O FDM possui, entre outras vantagens, a capacidade de fabricar componentes funcionais de dois materiais diferentes, desde que sejam compatíveis entre si. No entanto, caracteriza-se por ser um processo mais lento, onde a resolução da peça é determinada pelo diâmetro do filamento (UPCRAFT; FLETCHER, 2003).

2.6.3 Materiais

Um dos materiais mais versáteis e com melhores propriedades mecânicas no contexto da impressão 3D é o ABS. Assim como o PLA, o ABS possui um baixo ponto de fusão (68°C a 270°C) e uma baixa condutividade térmica (Chua, 2014). Sua forma química é $(C_8H_8C_4H_6C_3H_3N)_n$. O produto físico deste copolímero é um material termoplástico que é rígido e leve, oferecendo certa flexibilidade e resistência à absorção de impactos. Este termoplástico amorfo tem uma baixa temperatura de transição vítrea, aproximadamente 105 °C, o que torna sua manipulação mais fácil (ABREU, 2015).

O PLA, outro material comum em impressão por FDM, é muito indicado para impressoras de baixo custo, onde a temperatura da mesa não precisa atingir valores elevados. Em contraste com o ABS, o PLA possibilita uma impressão mais rápida com um melhor acabamento superficial, mas possui a desvantagem de distorcer sua superfície em contato com temperaturas mais elevadas devido a uma baixa resistência térmica (ABREU, 2015).

Embora a impressão 3D de baixo custo tenha se difundido ao longo dos anos, esse campo ainda carece de informações técnicas confiáveis, e estudos comparando as propriedades mecânicas entre PLA e ABS continuam surgindo constantemente (GUIMARÃES, 2021). Com o objetivo de estabelecer uma base sólida para projetistas preocupados com os requisitos mecânicos de suas peças, Guimarães (2021) realizou um estudo comparativo entre esses dois materiais, seguindo normas internacionais como a ASTM (American Society for Testing and Materials).

Os resultados para o PLA mostraram uma resistência máxima média de 1,77 kgf/mm², enquanto para o ABS esse valor foi de 2,28 kgf/mm². Em unidades do Sistema Internacional, esses valores correspondem a $(1,74 \times 10^7)$ e $(2,27 \times 10^7)$ Pascals, respectivamente. Os experimentos foram conduzidos com um preenchimento de 40%, e o autor alerta para

a influência de fatores externos, enfatizando que os testes devem ser seguidos rigidamente para garantir a validação dos resultados.

Algumas fichas técnicas são disponibilizadas por empresas e universidades. Abreu(2015) em seu apanhado bibliográfico expõe alguns valores referentes a propriedades mecânicas para o ABS e o PLA. A Tabela 1 apresenta um comparativo entre esses dois materiais e suas propriedades mecânicas.

Tabela 1: Propriedades Mecânicas PLA x ABS

Propriedade	PLA	ABS	Unidade
Tensão Máxima à Tração	16 - 72	42,5 - 44,8	MPa
Tensão de Ruptura à Tração	14 - 70	33 - 41	MPa
Módulo de Young	310 - 5620	1100 - 2900	MPa
Temperatura de Extrusão	195 - 220	215 - 250	°C
Dureza	82 - 88	103 - 112	Rockwell R

Fonte: Autor(2024)

3 Desenvolvimento

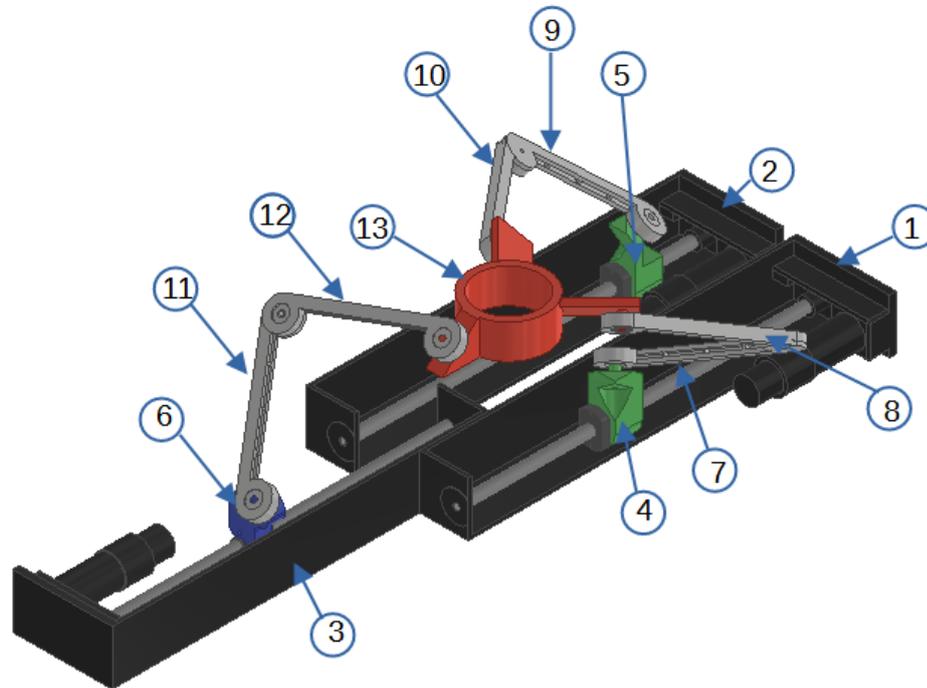
3.1 Modelagem CAD

Como destacado na introdução do presente trabalho, o mecanismo em estudo possui uma particularidade que o diferencia dos demais tripterons convencionais: seus eixos estão dispostos paralelamente, ao invés de perpendicularmente uns em relação aos outros, caracterizando os eixos do espaço cartesiano. Tal conceito permite uma máquina que não necessita de uma base que se alongue verticalmente para suportar esforços referentes ao peso da estrutura, ao contrário dos tripterons convencionais. Essa característica não apenas simplifica o design, mas também tem implicações significativas na eficiência e na funcionalidade do robô, especialmente em termos de distribuição de carga e estabilidade. A ausência da necessidade de uma base vertical oferece vantagens em termos de espaço ocupado, permitindo a integração mais eficiente do robô em ambientes de trabalho compactos. Além disso, essa configuração pode simplificar o projeto mecânico e reduzir custos de produção, tornando o robô Tripteron 3D uma solução atraente para uma variedade de aplicações.

Com o objetivo de representar com precisão e obter mais dados de posição do robô real, um modelo CAD da montagem foi desenvolvido utilizando o software Autodesk Fusion 360®. Com a utilização desse software, é possível desenvolver toda a montagem da máquina, estudando seus limites e suas características geométricas de forma detalhada e precisa. A escolha do Autodesk Fusion 360® foi baseada em sua ampla gama de recursos e sua capacidade de lidar com montagens complexas, o que era essencial para representar adequadamente o robô Tripteron 3D e seus componentes. O processo de desenvolvimento da montagem no Autodesk Fusion 360® consiste na importação de modelos dos componentes individuais do robô Tripteron 3D. Ao contrário de outros softwares CAD, esse procedimento pode ser realizado no mesmo ambiente que a modelagem das peças individuais, permitindo ao projetista maior liberdade na modificação das peças para uma melhor adaptação à montagem final.

A Figura 6 apresenta o mecanismo e sua montagem

Figura 6. Tripteron 3D de eixos paralelos



Fonte: Autor(2024)

Com a finalidade de apresentar suas partes a Tabela 2 visa associar o número apresentado na Figura 6 com o nome da peça.

Tabela 2: Lista dos componentes do mecanismo

Nome	Item
Trilho A	1
Trilho B	2
Trilho C	3
Patins A	4
Patins B	5
Patins C	6
Braço Inferior A	7
Braço Superior A	8
Braço Inferior B	9
Braço Superior B	10
Braço Inferior C	11
Braço Superior C	12
Efetuator Final	13

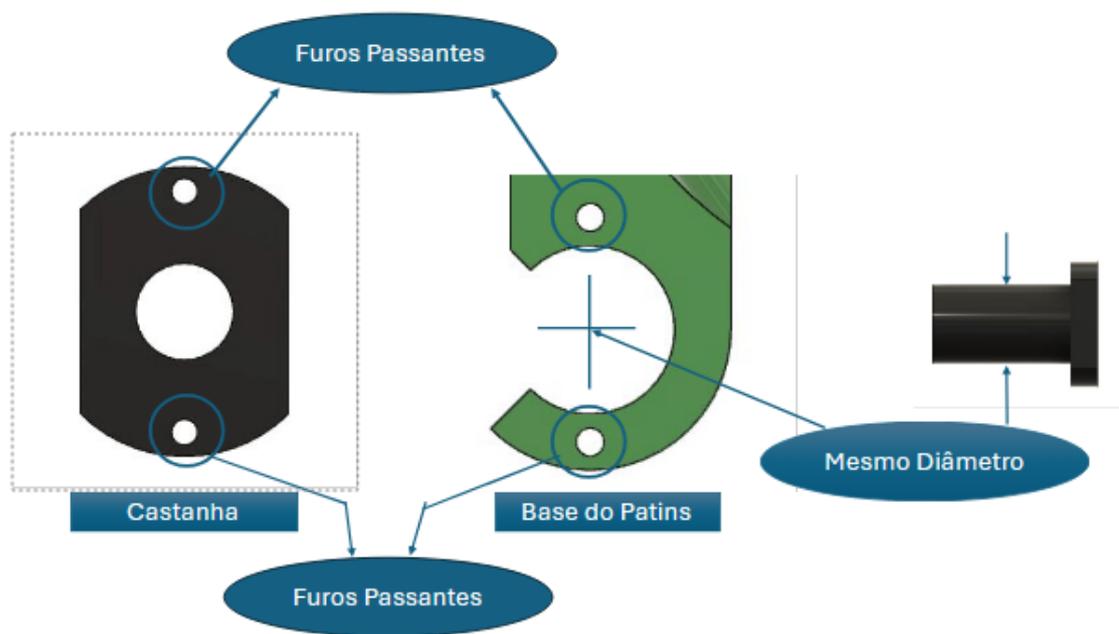
Fonte: Autor(2024)

As próximas subsecções serão destinadas a abordagem dos componentes separadamente.

3.1.1 Patins A e B

Todos os patins foram modelados em duas partes: a base, que seria acoplada nas castanhas dos trilhos, e a parte superior, que foi modelada com o propósito de acoplar o braço inferior. Os patins A e B possuem a mesma geometria e foram modelados com base nas castanhas dos trilhos A e B, respectivamente. Sua geometria da base conta com um furo de 30mm, que é igual ao diâmetro externo da castanha, e com furos menores de 8mm acima e abaixo do furo passante central. Tais furos são passantes e têm a intenção de serem concêntricos aos furos das castanhas, fazendo com que um parafuso una as diferentes peças, castanha e patins. A Figura 7 apresenta a base mencionada.

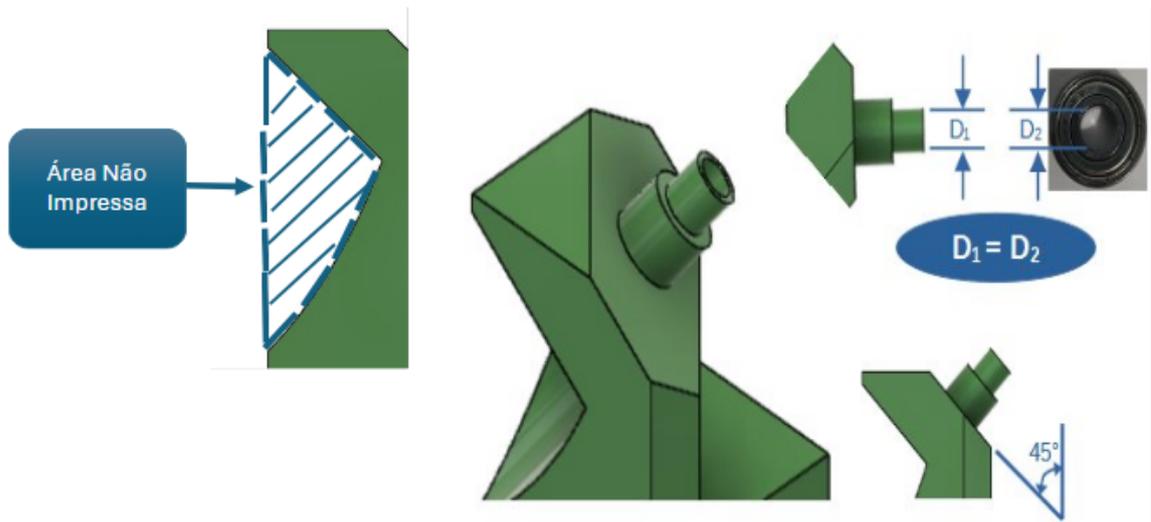
Figura 7. Base dos Patins com Castanha.



Fonte: Autor(2024)

A modelagem da parte superior foi pensada para acoplar o braço inferior por meio de parafusos de cabeça sextavada e porcas. A mesma consta com uma superfície inclinada com um ângulo de 45°. Essa angulação advém da concepção cinemática do robô, que permite que o deslocamento vertical do efetuator final promova o mesmo deslocamento horizontal das juntas prismáticas. Além disso, ao optar por imprimir uma peça que possua uma angulação, escolher um ângulo de 45° exige menos da capacidade da impressora e reduz a quantidade de material a ser gasto com suporte. Ao modelar a superfície em questão, um ressalto com o mesmo diâmetro que a pista interna do rolamento foi projetado. Esse ressalto trava a pista interna do rolamento, permitindo apenas que sua pista externa rotacione, pista essa que será acoplada com o rolamento. Após a criação da superfície, uma parte de material da peça foi retirada de sua parte posterior, permitindo que a porca pudesse ser rosqueada no parafuso. A Figura 8 apresenta a parte superior dos patins.

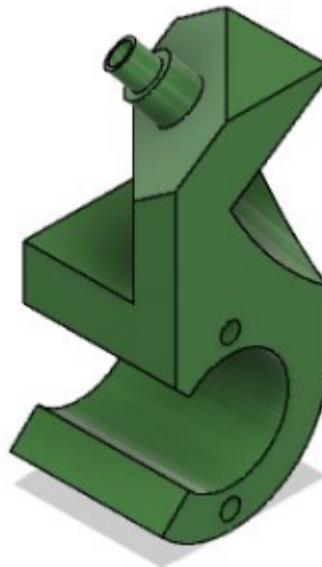
Figura 8. Parte Superior do Patins A e B.



Fonte: Autor(2024)

Após modelar ambas as partes, base e superior. O patins final pode ser visualizado na Figura 9.

Figura 9. Patins A e B.



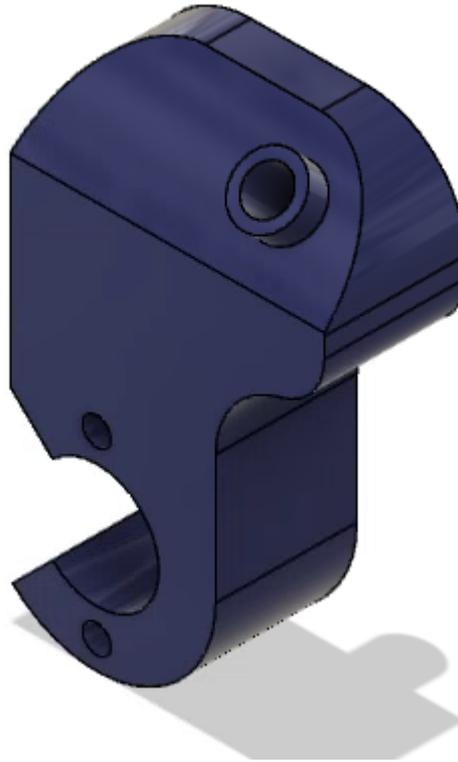
Fonte: Autor(2024)

3.1.2 Patins C

O patins C, referente ao trilho C, foi modelado com a mesma concepção que os patins A e B. Com a diferença do diâmetro do furo central que foi menor, mediante ao fato de que a

castanha desse trilho ter um diâmetro menor que as demais. Algumas alterações na parte superior também foram feitas para promover uma melhor adaptação as características do trilho em questão. A Figura 10 apresenta o patins C

Figura 10. Patins C.

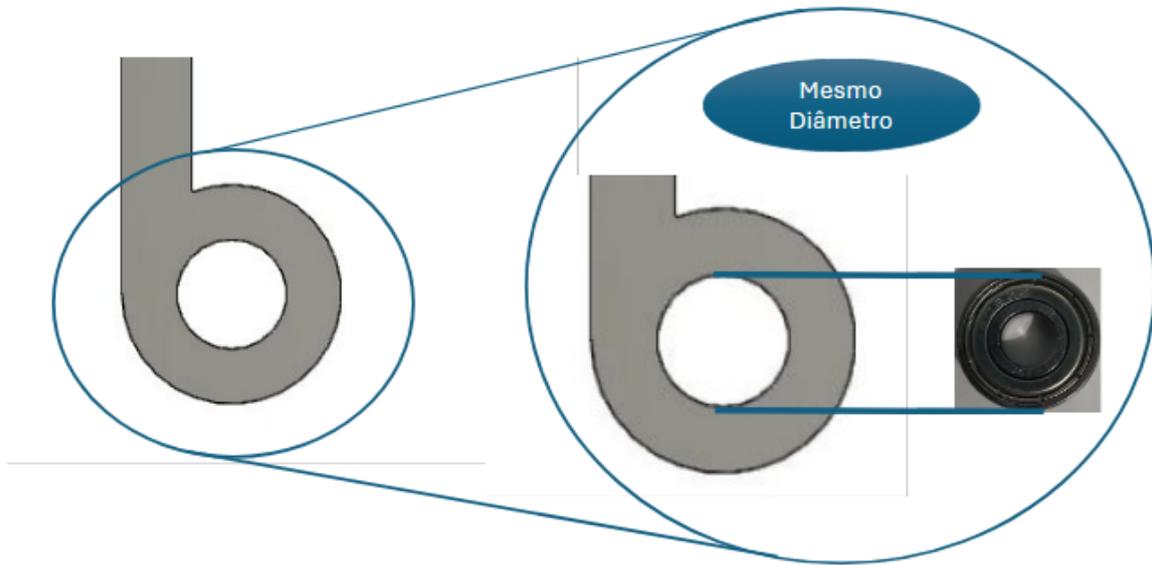


Fonte:Autor(2024)

3.1.3 Braços Inferiores

Os braços inferiores foram modelados com o propósito de se acoplarem à parte superior dos patins e à parte inferior do braço superior. Para o acoplamento com os patins, um furo com o diâmetro igual ao diâmetro externo de um rolamento comercial foi projetado. A concepção foi que o braço rotacionasse em torno do eixo do ressalto da parte superior dos patins, mas que se mantivesse fixo ao mesmo. Logo, a cabeça sextavada do parafuso trava a pista interna do rolamento na face externa do braço, e o ressalto projetado no patins trava a pista interna do outro lado, fazendo com que a pista externa do rolamento fosse a única livre para rotacionar e, uma vez acoplada ao braço inferior por interferência. A espessura da parte inferior foi determinada com base na espessura de dois rolamentos. A Figura 11 mostra em detalhes a parte inferior do braço.

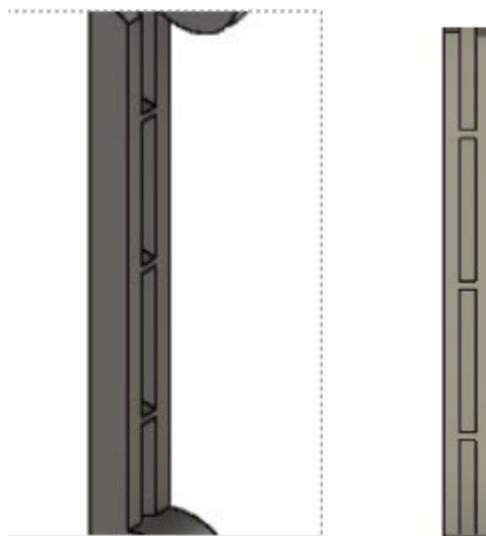
Figura 11. Parte Inferior do Braço Inferior em detalhes.



Fonte:Autor(2024)

A longarina que liga as partes inferior e superior possui a mesma espessura que a parte inferior. Ela foi projetada com sua face externa tangente à circunferência externa de ambas as partes do braço. Isso permite uma melhor resposta rotacional aos movimentos lineares da mesa e dos patins. A longarina também possui alguns espaços vazios ao longo de seu comprimento, permitindo um alívio de massa. A Figura 12 mostra a mesma.

Figura 12. Longarina do Braço inferior.

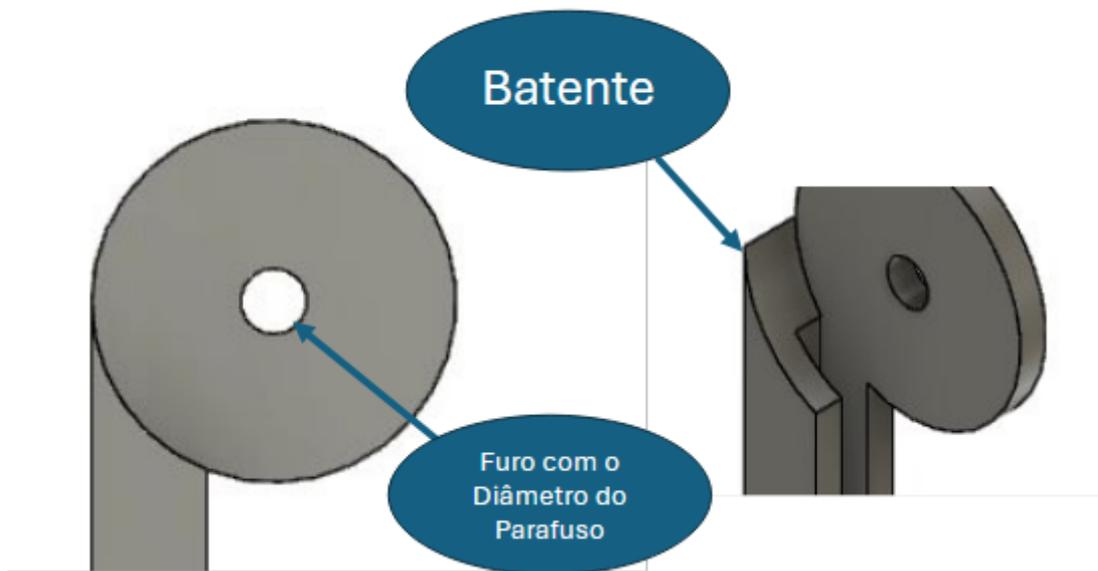


Fonte: Autor(2024)

A parte superior possui a mesma circunferência que a parte inferior, com as diferenças de possuir uma espessura menor e um furo interno passante de mesmo diâmetro que o

parafuso. O objetivo é permitir que a parte inferior do braço superior fique paralela e que a soma de suas espessuras seja igual à espessura da longarina, garantindo assim que o conjunto formado pelos braços possua a mesma espessura. Além desses detalhes, a parte superior conta com uma pequena extensão que se projeta para fora da longarina e funciona como um batente, impedindo que o braço superior, que também possui uma geometria parecida, rotacione mais do que a rotação desejada. A Figura 13 mostra a parte superior do braço inferior em detalhes.

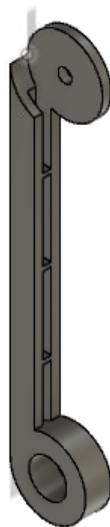
Figura 13. Parte Superior do Braço Inferior em Detalhes.



Fonte:Autor(2024)

Por fim, o braço inferior é mostrado na Figura 14

Figura 14. Braço Inferior



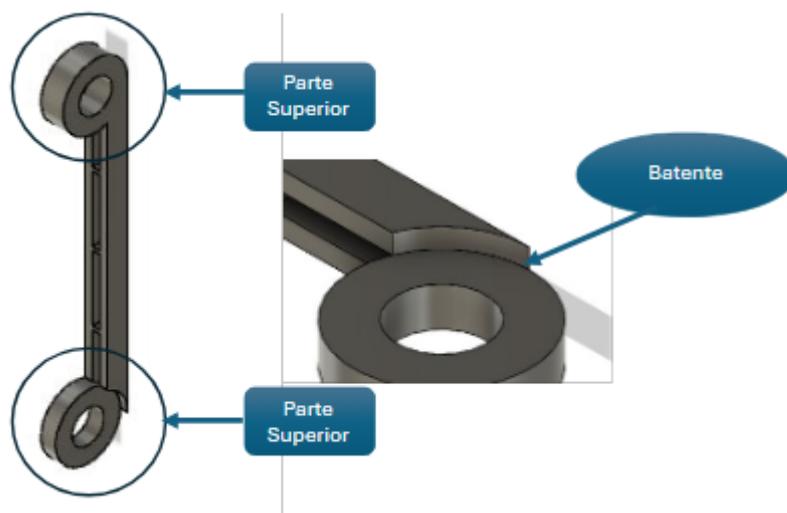
Fonte:Autor(2024)

3.1.4 Braços Superiores

A parte inferior dos braços superiores possui uma circunferência de mesmo diâmetro que a circunferência dos braços inferiores. Seu furo interno passante possui o mesmo diâmetro externo do rolamento, e assim como na parte inferior dos braços inferiores, o rolamento será acoplado por interferência. O mesmo também possui um batente que irá se chocar com o batente do braço inferior.

A longarina do braço superior é a mesma do braço inferior e sua parte superior é idêntica à parte inferior do braço inferior, porém se acopla com o efetuator final ao invés de outro braço. A Figura 15 mostra o braço superior completo.

Figura 15. Braço Superior em Detalhes.

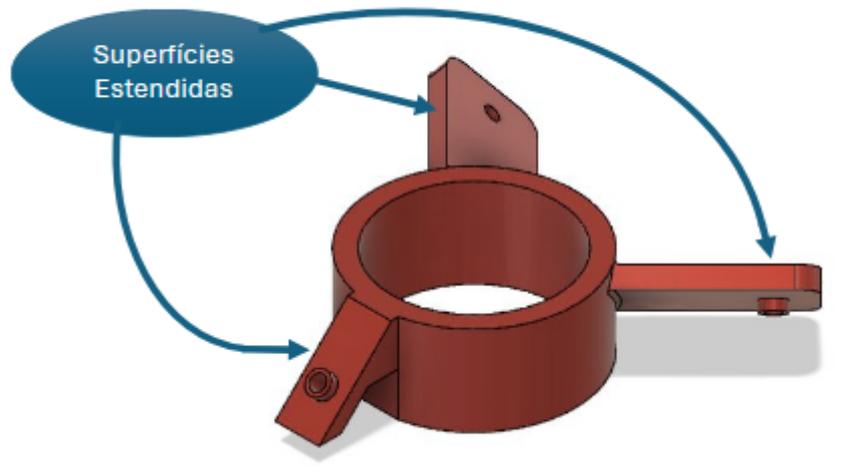


Fonte:Autor(2024)

3.1.5 Efetuator Final

O efetuator final é a última peça da montagem e deve ser acoplado aos três braços superiores por meio de parafusos. Uma vez que o requisito de projeto determina que os braços devem formar um ângulo de 45° com a horizontal, o efetuator final possui algumas superfícies estendidas que se assemelham a aletas, mas que possuem a função de servir como base para o acoplamento dos braços. A Figura 16 ilustra essas superfícies.

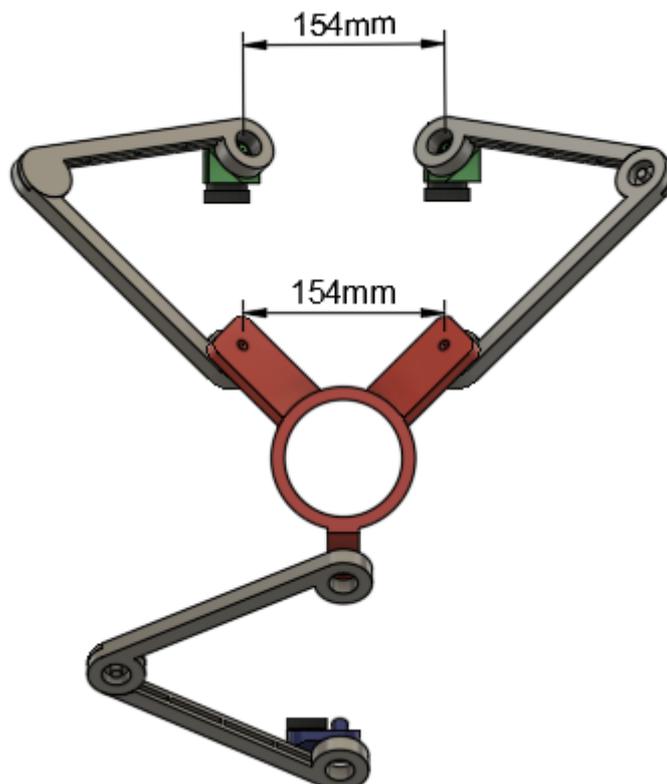
Figura 16. Superfícies Estendidas do Efetuador.



Fonte:Autor(2024)

As juntas rotativas Braço superior-Efetuator final estão alinhadas com a junta rotativa dos patins na situação em que os patins A e B se encontram alinhados. Esses detalhes podem ser vistos na Figura 17.

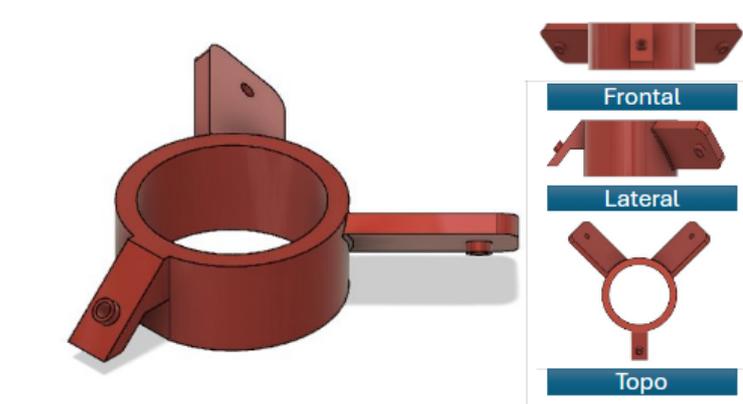
Figura 17. Vista Superior Montagem.



Fonte:Autor(2024)

Um painel mostrando as vistas do efetuador final pode ser visto na Figura 18

Figura 18. Vistas do Efetuador Final.



Fonte:Autor(2024)

3.2 Impressão 3D

3.2.1 Escolha do Filamento para a Impressão

Como discutido no referencial teórico, a popularização da impressão 3D pela técnica FDM trouxe como principais materiais de uso o ABS e o PLA. A escolha do material mais adequado ao projeto deve ser baseada nos requisitos mecânicos e na finalidade de aplicação.

O potencial do Tripteron 3D de eixos paralelos evidencia sua versatilidade em uma ampla gama de aplicações industriais e tecnológicas. Seu formato compacto, proporcionado pela disposição de seus eixos, possibilita seu uso em diferentes contextos, desde linhas de produção, executando a função de *Pick and Place*, até operações médicas, permitindo intervenções com o paciente deitado. Além disso, destaca-se seu potencial uso na fabricação, tanto na manufatura aditiva, como uma impressora 3D, quanto em processos convencionais, como a solda de topo, substituindo um operador humano e mitigando o risco de lesões associadas à operação.

Portanto, é crucial garantir que o material escolhido para a impressão do Tripteron seja compatível com sua ampla gama de aplicações. Para entender e explorar suas possibilidades, enquanto se mantém o compromisso com os requisitos mecânicos, a Tabela 3 apresenta a prioridade entre essas propriedades.

Tabela 3: Prioridades de Projeto

Propriedade	Prioridade
Baixo Peso	Alta
Temperatura de Trabalho	Alta
Facilidade de Impressão	Média
Resistência à tração	Baixa

Fonte: Autor(2024)

Suportar uma alta temperatura de trabalho pode ser útil ao utilizar o robô em aplicações

de fabricação, como, por exemplo, no processo de soldagem. Nesse caso, o ABS apresenta uma resistência térmica maior e pode ser utilizado em aplicações onde a temperatura de trabalho seja de até 80°C, enquanto o PLA suporta uma temperatura de, no máximo, 50°C.

Outra prioridade é em relação ao peso da máquina como um todo, onde o peso das peças impressas será acrescido ao peso dos trilhos e das peças não fabricadas. Garantir uma máquina mais leve exigirá menos dos motores acionadores, garantindo uma maior vida útil e evitando maiores picos de corrente em casos de travamento mecânico.

Em relação a facilidade de impressão destaca-se que o ABS possui uma maior facilidade de impressão em relação ao PLA, uma vez que o mesmo pode ser usado em impressoras abertas e fechadas sem grandes riscos de danificar a peça final.

Mediante a configuração geométrica da máquina e do acionamento necessário para a movimentação de suas partes, não se espera esforços trativos consideráveis, mas sim esforços compressivos, principalmente nos braços. As juntas serão fixadas com parafusos e rolamentos que possuem resistências elevadas em relação ao ABS.

Sintetizando as informações antes descritas e estabelecendo uma comparação mais visual a cerca do uso de um material em comparação com o outro a seguinte Tabela 4 foi realizada.

Tabela 4: Comparativo de Prioridade

Propriedade	ABS	PLA
Baixo Peso	X	
Temperatura de Trabalho	X	
Facilidade de Impressão	X	
Resistência à tração		X

Fonte: Autor(2024)

Logo, pela a análise das prioridades entre esses dois materiais foi escolhido o ABS.

3.2.2 Impressora 3D

Para a impressão das peças do presente trabalho foi utilizada as impressoras 3D do laboratório IF Maker do Instituto Federal de Pernambuco- Campus Caruaru. A impressora disponível no referido campus é a impressora 3D-Pro GTMAX3D Core Alv2. A Figura 19 ilustra a impressora usada.

Figura 19. Impressora 3D Pro GTMAX3D Core Alv2



Fonte: <https://www.gtmax3d.com.br/impressora-3d-pro/gtmax3d-core-a1v2> . Acessado em: 17/02/2024

A presente impressora possui tecnologia FDM e é compatível com ambos os materiais discutidos na subsecção de materiais. A mesma também é uma impressora fechada, o que possibilita a impressão do PLA.

3.2.3 Determinação dos Parâmetros

Os parâmetros de impressão foram definidos com base nas recomendações do fatiador Ultimaker Cura para todas as peças. Esse software é amplamente utilizado na fabricação aditiva devido à sua precisão e capacidade de otimizar configurações específicas para diferentes materiais e geometrias. A escolha de seguir as indicações do Ultimaker Cura visa garantir a qualidade e a consistência das peças impressas, aproveitando-se das configurações otimizadas pré-definidas pelo software para uma variedade de materiais, incluindo o ABS.

Uma modificação significativa realizada neste trabalho diz respeito ao preenchimento das peças. Enquanto as configurações padrão do fatiador sugerem níveis de preenchimento variados dependendo da aplicação e das propriedades desejadas, optou-se por utilizar um preenchimento de 90% para todas as peças. Essa decisão foi tomada com o intuito de maximizar as propriedades mecânicas das peças impressas. Um preenchimento mais denso aumenta a resistência estrutural e a durabilidade das peças, tornando-as mais adequadas para aplicações que exigem maior robustez e resistência a esforços mecânicos.

A escolha de um alto percentual de preenchimento, como 90%, reflete a necessidade de garantir que as peças possam suportar cargas e tensões significativas durante a operação. Embora isso resulte em um aumento do tempo de impressão e do consumo de material, os benefícios em termos de desempenho mecânico superam esses custos adicionais. A Tabela 5 apresenta os parâmetros de impressão.

Tabela 5: Parâmetros de impressão

Parâmetro	Valor e Unidade
Velocidade de Impressão	50 mm/s
Temperatura de Extrusão	230°C
Temperatura da Mesa	110°C
Preenchimento	90%

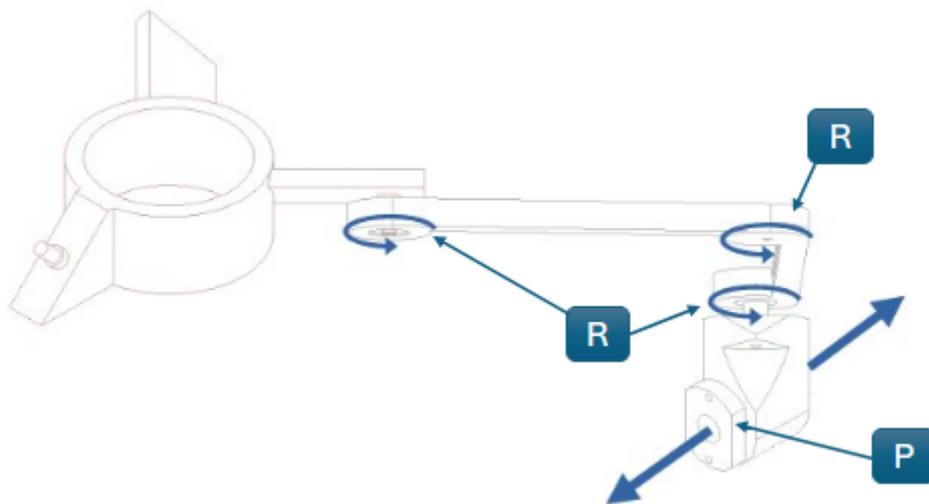
Fonte: Autor(2024)

3.3 Análise cinemática

3.3.1 Funcionamento

O Tripteron 3D de eixos paralelos é um mecanismo de três graus de liberdade, PRRR, onde a letra P indica uma junta prismática e a letra R uma junta rotativa. A Figura 20 apresenta as juntas para uma cadeia cinemática individual.

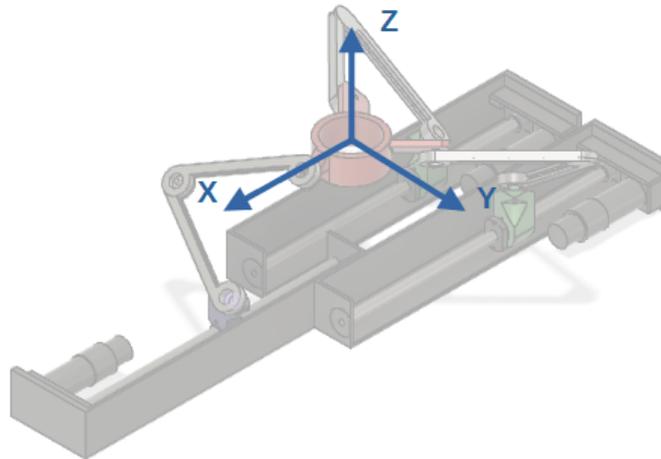
Figura 20. Descrição das Juntas.



Fonte: Autor(2024)

Na Figura 20, a junta prismática corresponde ao patins acoplado na castanha do mecanismo e as rotativas às juntas entre o patins-Braços, Braço-Braço e Braço-Efetuador final. Seu princípio de funcionamento baseia-se no movimento angular das juntas rotativas provocados pelo movimento longitudinal das juntas prismáticas, fazendo com que, ao final das cadeias individuais, o efetuador final se movimente. Esse movimento pode ser lateral, movendo-se ao longo do eixo Y apenas; longitudinal, com movimentação restrita ao longo do eixo X; e vertical, deslocando-se apenas ao longo do eixo Z. A Figura 21 ilustra a determinação de um sistema de coordenadas fixas no espaço.

Figura 21. Sistemas de Coordenadas Fixas no Espaço.



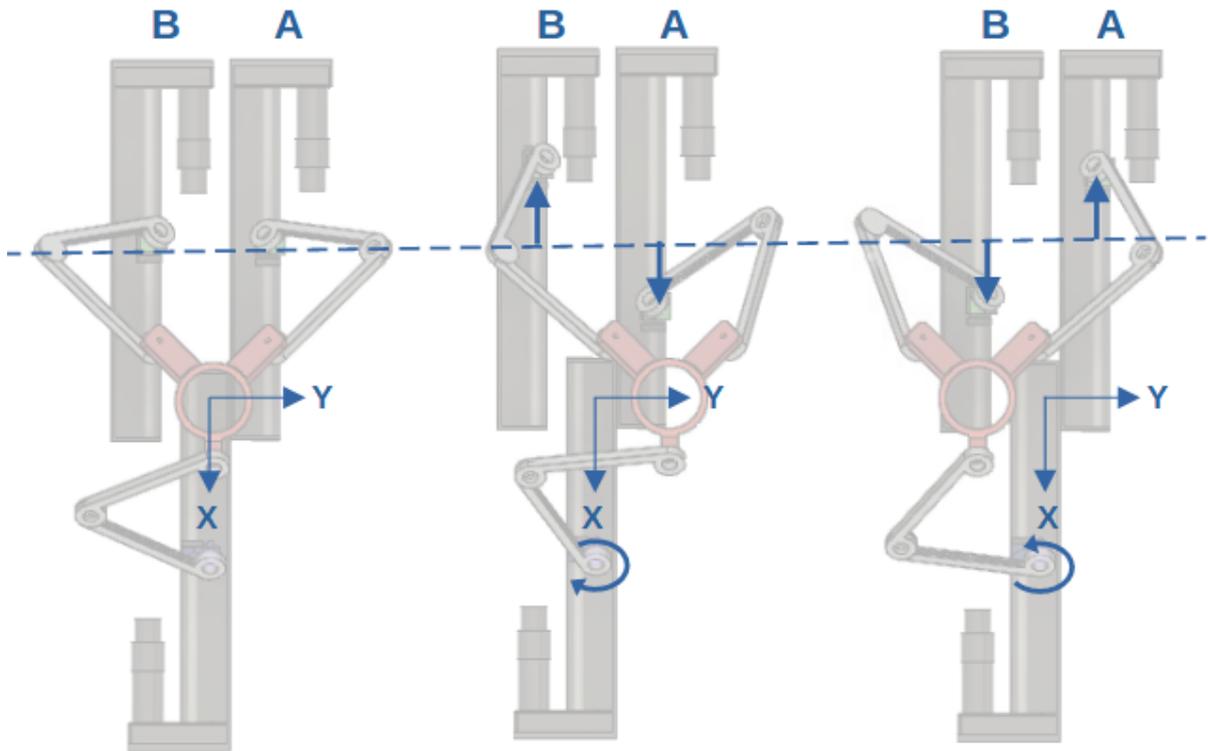
Fonte: Autor(2024)

Com o propósito de estudar cada um dos graus de liberdade que o mecanismo possuir, as próximas seções se destinam a apresentar os movimentos associados a cada um desses graus de liberdade.

3.3.2 Movimento Lateral ou Lateralidade

O movimento puramente lateral é alcançado quando o efetuador final se movimenta apenas no eixo Y, sem movimentar-se nos demais eixos. Para alcançar esse movimento, os trilhos A e B se movimentam em sentidos opostos. Uma movimentação no sentido positivo do eixo X do trilho A e um recuo do trilho B farão com que o efetuador final se desloque no sentido positivo de Y. Já o inverso, ou seja, uma aproximação de B e um recuo de A provocarão um movimento para a esquerda do efetuador final. A Figura 22 apresenta o mencionado.

Figura 22. Movimentação Lateral.



Fonte: Autor(2024)

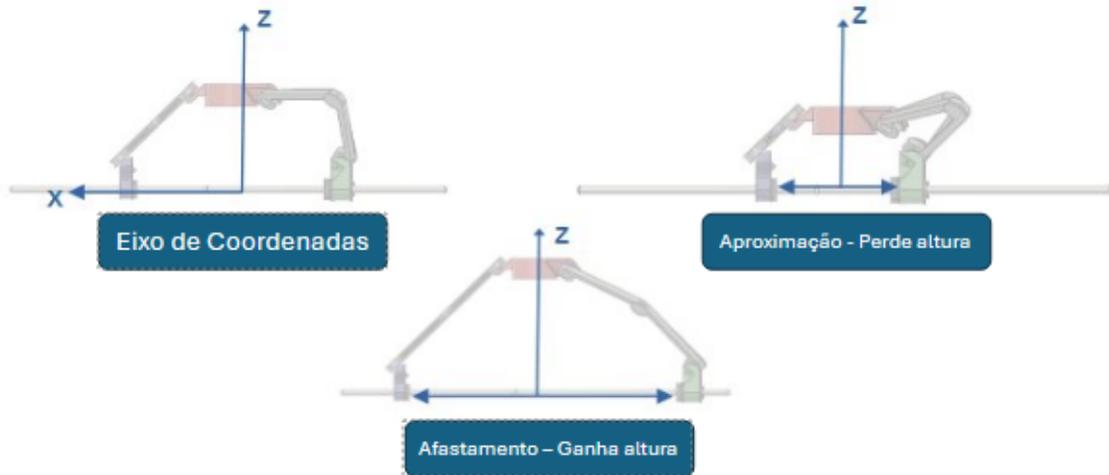
Quando o movimento lateral é alcançado, o trilho C fica em repouso. A única movimentação dessa cadeia se dá na rotação de suas juntas rotativas que acompanham o movimento do efetuador, ou seja, quando o mesmo se movimenta no sentido positivo de Y, a junta rotativa Braço-Braço da cadeia cinemática C rotaciona no sentido horário, enquanto no movimento inverso do efetuador final, a mesma rotaciona no sentido anti-horário em relação ao eixo normal na junta Patins-Braço.

Destaca-se que o movimento lateral também é alcançado ao movimentar os trilhos A ou B, sem a necessidade do movimento de ambos. No entanto, ao deslocar apenas um dos dois, a amplitude do movimento se torna menor em comparação à movimentação de ambos. Além disso, movimentar mais de uma cadeia cinemática individual para alcançar um movimento, por menor que seja, resulta em melhores condições de operação, uma vez que o mecanismo se comporta como um mecanismo paralelo.

3.3.3 Movimento Vertical ou Verticalidade

No movimento vertical, as juntas prismáticas A, B e C se movimentam para criar o movimento vertical de amplitude máxima. Para ganhar altura, todas as juntas se afastam da origem do sistema de coordenadas, enquanto para perder altura as juntas se aproximam. Nesse movimento o efetuador final se desloca apenas ao longo do eixo Z. A Figura 23 apresenta um painel contendo os movimentos verticais.

Figura 23. Movimento Vertical.



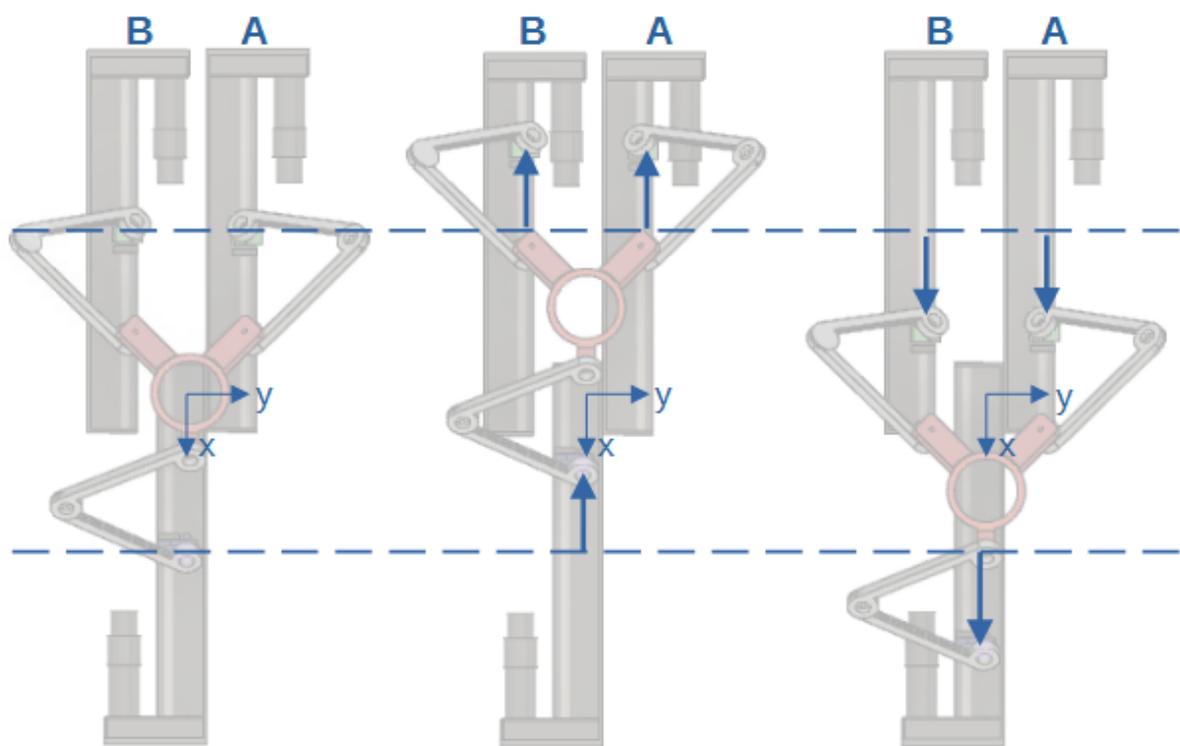
Fonte:Autor(2024)

Assim como no movimento lateral, a verticalidade pode ser alcançada apenas com o deslocamento do trilho C, porém também resultará em um movimento de menor amplitude.

3.3.4 Movimento Logitudinal ou Longitudinalidade

O movimento longitudinal é, tão somente, o movimento que o efetuator final executa exclusivamente ao longo do eixo X. Para executar esse movimento todos os trilhos devem possuir a mesma movimentação, ou seja, um não pode ter movimento relativo em relação ao outro. Tal movimentação é a mais simples de ser descrita, pois o mesmo movimento desejado do efetuator final será o mesmo dos patins. A Figura 24 ilustra os dois movimentos longitudinais possíveis.

Figura 24. Movimento Longitudinal.



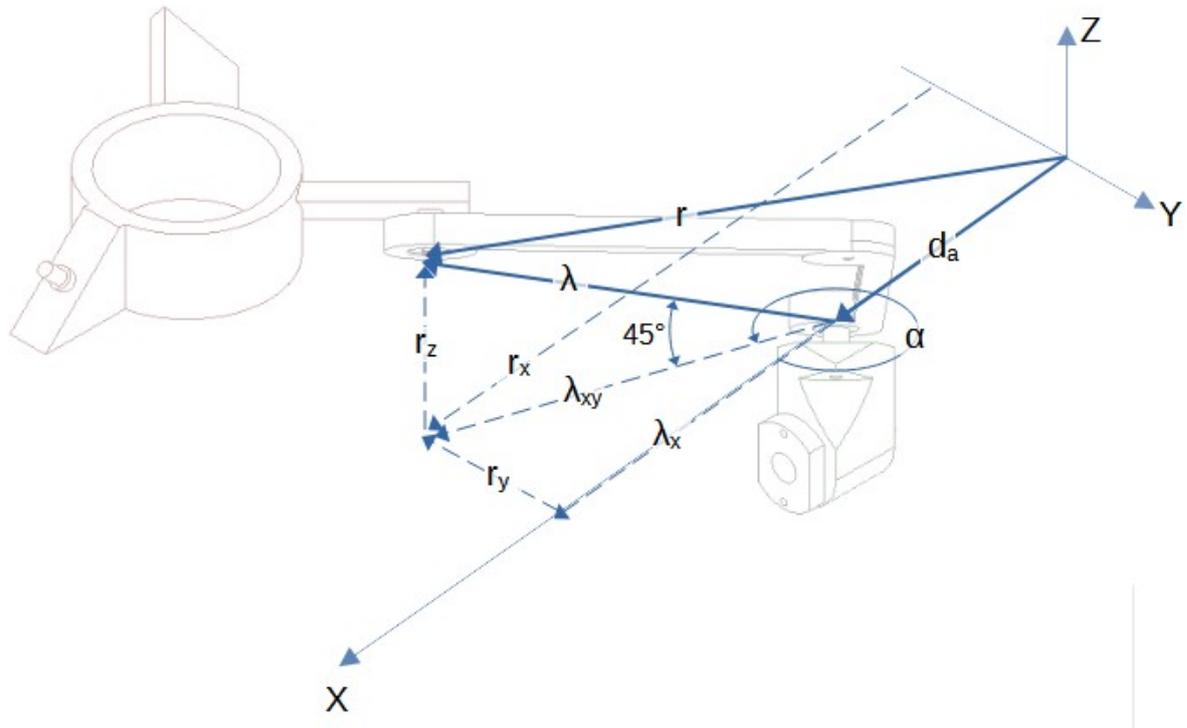
Fonte:Autor(2024)

Para alcançar um movimento no sentido do eixo X positivo, o patins do trilho C deve se afastar da origem do sistema de coordenadas desenhado, enquanto os patins dos trilhos A e B se aproximam. Já para ter movimentação no sentido negativo do eixo X, o patins C deve se aproximar da origem enquanto os demais devem se afastar na mesma quantidade.

3.3.5 Análise cinemática das Cadeias A e B

As posições do mecanismo foram determinadas utilizando um método analítico, estabelecendo um sistema de coordenadas local como referência fixa, o que permite uma descrição precisa dos pontos no espaço. Após a determinação dos vetores que representam a posição dos componentes do mecanismo, emprega-se o método geométrico. Este método utiliza relações trigonométricas para obter expressões matemáticas que descrevem a posição dos componentes de forma detalhada e precisa. A Figura 25 ilustra o esquema vetorial utilizado para a análise do mecanismo no trilho A, assim como as angulações entre as juntas e os elementos do mecanismo. É importante ressaltar que para o trilho B é idêntica.

Figura 25. Diagramação vetorial para o trilho A



Fonte: Autor(2024)

Como mostrado na Figura 25, as juntas prismáticas se movem apenas ao longo do eixo X , e o sistema de coordenadas está localizado na base dos trilhos. A partir da origem do sistema de coordenadas até a junta prismática, tem-se o vetor \hat{d}_a . O vetor \hat{r} assume as coordenadas finais determinadas pelo usuário, e sua origem coincide com a origem do sistema de coordenadas do trilho A . Os vetores \hat{r}_x , \hat{r}_y e \hat{r}_z são seus componentes nos eixos x , y e z , respectivamente. O vetor $\hat{\lambda}$ tem sua origem na junta prismática e sua extremidade na junta rotativa presente na base do efetuador final. O vetor $\hat{\lambda}_{xy}$ é sua projeção no plano XY , e $\hat{\lambda}_x$ é a projeção no eixo X . Como o ângulo formado entre $\hat{\lambda}$ e $\hat{\lambda}_{xy}$ é de 45° , com base nos parâmetros construtivos da junta prismática, tem-se que as magnitudes de \hat{r}_z e $\hat{\lambda}_{xy}$ são iguais. O ângulo α é determinado no plano Z e é orientado do semieixo X positivo para $\hat{\lambda}_{xy}$ no sentido anti-horário e é dado por:

$$\alpha = 2\pi - \text{sen}^{-1}\left(\frac{r_y}{r_z}\right) \quad (7)$$

De posse do valor de α , determina-se o módulo do vetor $\hat{\lambda}_x$ por meio das seguintes equações:

$$\lambda_x = \frac{|r_y|}{\text{tg}(\alpha)} \quad (8)$$

$$\lambda_x = r_z \cdot \cos(\alpha) \quad (9)$$

Percebe-se que as Equações 8 e 9 são equivalentes, diferindo apenas no uso das funções trigonométricas. Enquanto a Equação 8 utiliza a função tangente no denominador da

fração com o módulo de r_y no numerador, a Equação 9 utiliza a função cosseno multiplicando r_z .

Descrever duas equações diferentes para obter o mesmo valor terá consequências práticas que serão abordadas mais adiantes no presente trabalho.

Tendo em vista que o vetor d_a é o vetor que representa a distância da junta prismática até o ponto de origem, pode-se escrever:

$$\hat{d}_a = (r_x - \lambda_x)\hat{i} \quad (10)$$

3.3.6 Lateralidade

Neste movimento, o efetuador final se move apenas ao longo do eixo Y , com os valores de \hat{r}_x e \hat{r}_z sendo constantes. Supondo que o usuário forneça um valor negativo para \hat{r}_y , indicando um movimento do efetuador final para a esquerda ao olhar o mecanismo de frente no plano YZ . Neste caso, ao analisar a Equação (7), o ângulo α será definido entre 360° e 450° , fazendo com que a tangente desse ângulo seja positiva, resultando em um sinal positivo, levando a um movimento de aproximação da junta prismática do trilho A em direção à origem. No caso em que \hat{r}_y assume um valor positivo (movimento do efetuador final para a direita), pode-se observar que o ângulo α está entre os ângulos de 270° e 360° , onde sua tangente é negativa, movendo a junta do prisma ainda mais longe da origem.

Para ambos os casos em que os valores de \hat{r}_y são diferentes de zero, onde o ângulo α está localizado no quarto e primeiro quadrante do círculo trigonométrico, pode-se ver que a função cosseno sempre retornará valores positivos, significando que a junta prismática sempre se aproximaria da origem. Isso torna o uso da Equação (9) inconsistente com as simulações de movimento feitas no modelo CAD do protótipo, descritas na seção do movimento lateral. No entanto, é importante destacar a importância desta equação na descrição do movimento para um valor de \hat{r}_y igual a zero. Quando esse valor é zero, de acordo com a Equação (7), o valor da tangente de α é igual a zero. Como a função tangente se encontra no denominador da Equação (8), essa situação resultaria em uma impossibilidade matemática, uma vez que não é possível a divisão por zero. Neste contexto, o uso da função cosseno retornará um valor igual a um, e o valor de $\hat{\lambda}^x$ assume o valor de \hat{r}_x , o que é condizente com as simulações. Os seguintes itens abordam algumas conclusões feitas de acordo com o estudado.

1. A Equação 8 e a Equação 9 modelam o movimento lateral em diferentes valores de α onde para valores diferentes de zero a Equação 8 é usada e para o valor $\alpha=0$ faz se o uso da Equação 9 ,será necessário obter um modelo matemático que seja capaz de descrever tal singularidade em uma única equação.
2. A análise da Equação 6 no limite em que n tende a mais infinito resulta em uma singularidade infinitamente próxima de zero pela esquerda e, quando n tende menos infinito se tem um singularidade infinitamente próxima de zero pela direita.
3. Mediante a singularidade da Equação 6, percebe-se que a mesma descreve o movimento puramente lateral e vertical combinado com lateral, uma vez que a singularidade assume o valor zero para um valor nulo de Δr_y e diferentes de zero para quaisquer outro valor. Já para o caso em que a Equação 9 modela o movimento, o uso do delta de Dirac, dado pela Equação 5 se mostra condizente com a análise

antes feita, pois a assume zero para valores de Δr_y diferente de zero e valores nulos para Δr_y igual a zero.

Logo, a equação que modela o movimento puramente lateral pode ser dada por:

$$\lambda_x = \frac{|r_y|}{tg(\alpha)} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{d^2 h_n(\Delta r_y)}{d\Delta r_y^2} + r_z \cdot \cos(\alpha) \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{dh(\Delta r_y)}{d\Delta r_y} \quad (11)$$

Em síntese, quando o valor de Δr_y for diferente de zero, a função tangente descreverá o movimento, já para o caso em valor nulo, a função cosseno será igualada a $\hat{\lambda}_x$.

3.3.7 Verticalidade

Para um movimento puramente vertical com os valores de \hat{r}_x e \hat{r}_y constantes, observa-se que o uso da Equação 9 é capaz de descrever o movimento das juntas prismáticas, uma vez que o ângulo α é um atributo da função cosseno, que admite que seja nulo. Além disso, para a situação em que o mecanismo está em sua posição inicial, ou seja, \hat{r}_y assumindo um valor nulo, observa-se que o uso da Equação 9 resultará em um módulo de $\hat{\lambda}_x$ igual a \hat{r}_z . Vale ressaltar que o sinal será sempre positivo, dependendo das características de montagem do manipulador.

3.3.8 Longitudinalidade

Para um movimento puramente longitudinal com \hat{r}_y e \hat{r} constantes, pode-se observar que as Equação 8 e Equação 9 não são capazes de descrever os movimentos das juntas. É fácil ver que o deslocamento longitudinal do efetuador final resultará em um deslocamento na mesma direção e magnitude das juntas prismáticas. Portanto, para este caso específico, o vetor de deslocamento da junta em relação à origem é dado por:

$$\hat{d}_a = (d_a + \Delta r_x)\hat{i} \quad (12)$$

Onde Δr_x representa a variação do efetuador final no eixo X .

A singularidade que descreve o caso puramente longitudinal, ou seja, quando a variação de altura e lateralidade forem nulas, as seguintes singularidades descrevem o movimento.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{dh_n(\Delta r_y)}{d\Delta r_y} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{dh_n(\Delta r_z)}{d\Delta r_z} = \begin{cases} \infty; & \Delta r_y = \Delta r_z = 0 \\ 0; & \Delta r_y \neq 0 \text{ e } \Delta r_z \neq 0 \end{cases} \quad (13)$$

Destacando sua validade apenas para quando os valores de Δr_y e Δr_z forem iguais a zero. A expressão para o valor de λ_x é então dada por:

$$\lambda_x = \Delta r_x \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{dh_n(\Delta r_y)}{d\Delta r_y} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{dh_n(\Delta r_z)}{d\Delta r_z} \quad (14)$$

3.3.9 Equação Geral -Posição

Com o propósito de se obter um modelo matemático robusto representando todos os movimentos antes descritos e o movimento combinado. A equação geral iguala o valor de λ_x as equações referentes a lateralidade, verticalidade e longitudinalidade. Assim como suas respectivas singularidades a seguinte equação é determinada.

$$\begin{aligned} \Delta\lambda_x = & \frac{|r_y|}{\tan(\alpha)} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{d^2 h_n(\Delta r_y)}{d\Delta r_y^2} + r_z \cdot \cos(\alpha) \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{dh_n(\Delta r_y)}{d\Delta r_y} \\ & + \Delta\lambda_x \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{dh_n(\Delta r_y)}{d\Delta r_y} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{dh_n(\Delta r_z)}{d\Delta r_z} \end{aligned} \quad (15)$$

O uso da Equação 15 possibilita uma fácil implementação em programas de computador devido à sua natureza booleana, onde para um determinado caso uma determinada parcela é ativada em detrimento de outra. Essa equação oferece uma descrição abrangente de todos os movimentos possíveis do mecanismo.

3.3.10 Equação Geral -Velocidade

A equação geral da velocidade pode ser obtida através da primeira derivada temporal da equação da posição.

$$v = \frac{d\Delta\lambda_x}{dt} \quad (16)$$

Logo, derivando-se a Equação 15 obtém-se:

$$\begin{aligned} v = & \frac{d}{dt} \left(\frac{|r_y|}{\tan(\alpha)} \right) \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{d^2 h_n(\Delta r_y)}{d\Delta r_y^2} + \frac{d}{dt} (r_z \cdot \cos(\alpha)) \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{dh_n(\Delta r_y)}{d\Delta r_y} \\ & + \frac{d}{dt} (\Delta\lambda_x) \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{dh_n(\Delta r_y)}{d\Delta r_y} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{dh_n(\Delta r_z)}{d\Delta r_z} \end{aligned} \quad (17)$$

No primeiro termo da Equação 17 tanto o numerador e o denominador da fração entre parênteses a ser derivada, variam com o tempo, sendo então necessária a aplicação da regra do cociente para determinação da sua derivada, sendo determinada por:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{|r_y|}{\tan(\alpha)} \right) = \pm \frac{dr_y/dt}{tg(\alpha)} - |r_y| \cdot \frac{d\alpha/dt}{\sin^2(\alpha)} \quad (18)$$

Na Equação 18 o valor da primeira derivada de r_y é conhecido e deve ser determinado pelo usuário. O sinal de \pm à frente do primeiro termo à direita do sinal de igualdade é mediante a derivada de r_y que está dentro da função modulo.

Já a segunda parcela da Equação 17 pode ser derivada aplicando a regra do produto. De acordo com:

$$\frac{d}{dt} (r_z \cdot \cos(\alpha)) = \frac{dr_z}{dt} \cdot \cos(\alpha) - r_z \cdot \sin(\alpha) \cdot \frac{d\alpha}{dt} \quad (19)$$

A primeira derivada do angulo α é dada por:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{dr_y/dt \cdot r_z}{r_z \cdot \sqrt{r_z^2 - r_y^2}} - \frac{dr_z/dt \cdot r_y}{r_z \cdot \sqrt{r_z^2 - r_y^2}} \quad (20)$$

Assim como na Equação 18 os valores de dr_y/dt e dr_z/dt são valores de entrada a serem determinados pelo usuário, fazendo com que todos os termos dessa equação sejam conhecidos.

3.3.11 Equação Geral - Aceleração

De acordo com a mecânica newtoniana, a aceleração pode ser definida como a derivada temporal da velocidade ou como a segunda derivada temporal da posição.

$$a = \frac{d^2 \Delta \lambda_x}{dt^2} \quad (21)$$

Portanto, para determinar a equação de aceleração da junta prismática, diferenciou-se a Equação 17, resultando em:

$$a = \frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{|r_y|}{\tan(\alpha)} \right) \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{d^2 h_n(\Delta r_y)}{d\Delta r_y^2} + \frac{d^2}{dt^2} (r_z \cdot \cos(\alpha)) \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{dh_n(\Delta r_y)}{d\Delta r_y} + \frac{d^2}{dt^2} (\Delta \lambda_x) \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{dh_n(\Delta r_y)}{d\Delta r_y} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{dh_n(\Delta r_z)}{d\Delta r_z} \quad (22)$$

Onde a derivada segunda do primeiro termo da equação é obtida derivando-se a Equação 18 em relação ao tempo. Nesta equação, a primeira parcela pode ser derivada aplicando-se a regra do quociente e a segunda aplicando-se a mesma regra e a regra do produto. Obtendo-se:

$$\frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{|r_y|}{\tan(\alpha)} \right) = \pm \frac{d^2 r_y}{tg(\alpha)} + \frac{2 \cdot |r_y| \cdot \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2}{tg(\alpha) \cdot \text{sen}^2(\alpha)} \pm 2 \cdot \frac{\frac{dr_y}{dt} \cdot \frac{d\alpha}{dt}}{\text{sen}^2(\alpha)} - \frac{|r_y| \cdot \frac{d^2 \alpha}{dt^2}}{\text{sen}^2(\alpha)} \quad (23)$$

A segunda parcela da Equação 22 referente a função cosseno e sua singularidade pode ser encontrada derivando-se a Equação 19 utilizando-se a técnica de derivada do produto. No segundo termo essa mesma técnica é aplicada duas vezes.

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} (r_z \cdot \cos(\alpha)) &= \frac{d^2 r_z}{dt^2} \cdot \cos(\alpha) - \frac{dr_z}{dt} \cdot \sin(\alpha) \cdot \frac{d\alpha}{dt} \\ &- \left(\frac{dr_z}{dt} \cdot \sin(\alpha) \cdot \frac{d\alpha}{dt} + r_z \cdot \left(\cos(\alpha) \cdot \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 + \sin(\alpha) \cdot \frac{d^2 \alpha}{dt^2} \right) \right) \end{aligned} \quad (24)$$

Tanto na Equação 23 tanto na Equação 24 os termos de aceleração $\frac{d^2 r_x}{dt^2}$, $\frac{d^2 r_y}{dt^2}$ e $\frac{d^2 r_z}{dt^2}$ são valores inseridos pelo o usuário.

Já a segunda derivada do angulo α é dada por:

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} = \frac{dM}{dt} + \frac{dN}{dt} \quad (25)$$

Onde M e N são o primeiro e o segundo termo da Equação 20, respectivamente. Sendo dA/dt dado por:

$$\frac{dM}{dt} = \frac{\frac{d^2 r_y}{dt^2}}{\sqrt{r_z^2 - r_y^2}} - \frac{\left((r_z \cdot \frac{dr_z}{dt} - r_y \cdot \frac{dr_y}{dt}) \cdot \frac{dr_y}{dt} \right)}{\left((r_z^2 - r_y^2)^{\frac{3}{2}} \right)} \quad (26)$$

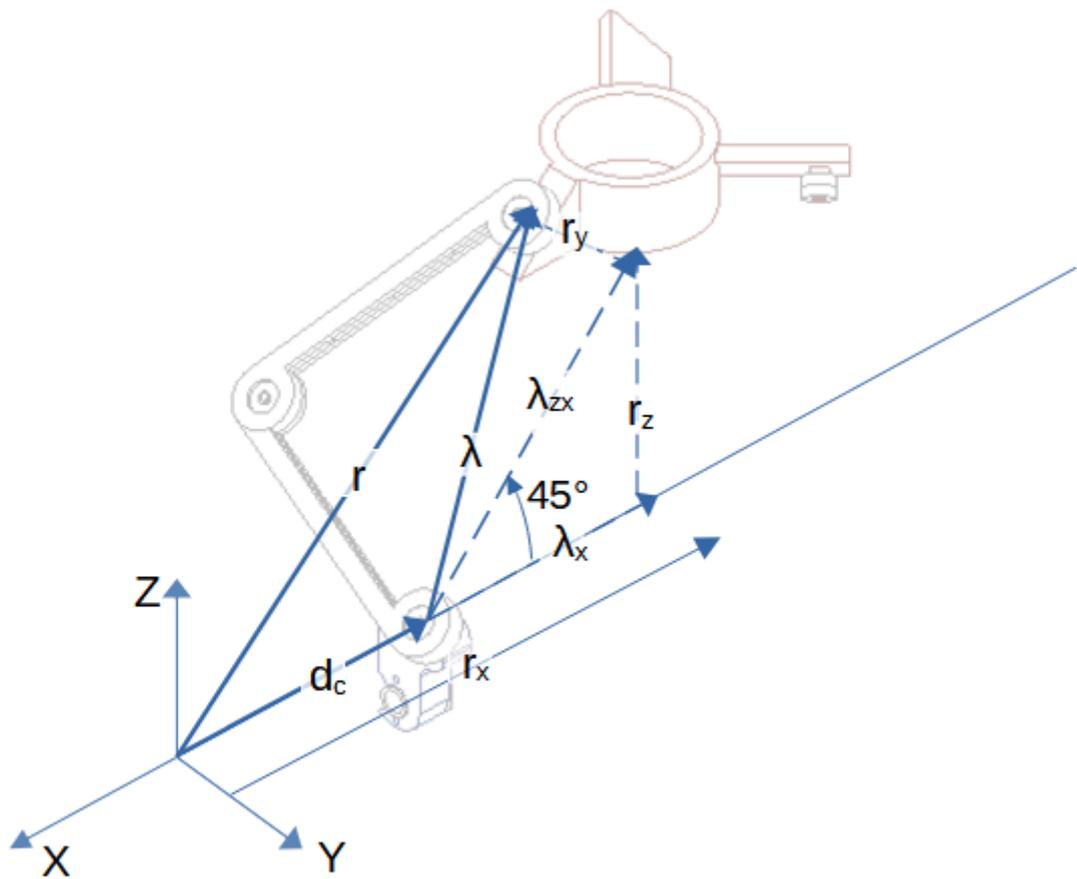
Já o termo dN/dt é dado por:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= \frac{-\left(\frac{d^2 r_z}{dt^2} \cdot r_y + \frac{dr_z}{dt} \cdot \frac{dr_y}{dt} \right)}{\left(r_z \cdot \sqrt{r_z^2 - r_y^2} \right)} \\ &+ \frac{\left(\left(\frac{dr_z}{dt} \cdot r_y \cdot (r_z \cdot (r_z^2 - r_y^2)) + r_z \cdot (r_z \cdot \frac{dr_z}{dt} - r_y \cdot \frac{dr_y}{dt}) \right) \right)}{\left(r_z^2 \cdot (r_z^2 - r_y^2)^{\frac{3}{2}} \right)} \end{aligned} \quad (27)$$

3.3.12 Análise cinemática da Cadeia C

O trilho C difere significativamente dos trilhos A e B, pois influencia apenas o movimento vertical do mecanismo. O esquema vetorial desse trilho, que servirá como base para a aplicação dos métodos analítico e geométrico, pode ser visualizado na Figura 26.

Figura 26. Trilho C.



Fonte: Autor(2024)

Com base nas características geométricas do modelo de junta prismática, a distância da junta à origem é dada por:

$$\lambda_x = r_z \quad (28)$$

A distância da junta prismática C até a origem é então determinada por:

$$\hat{d}_c = -(r_x - \lambda_x)\hat{i} \quad (29)$$

Para o trilho em questão, observa-se que a formulação mencionada é capaz de descrever os três movimentos que o mecanismo pode realizar. Para um movimento ascendente do efetuador final, haverá um aumento na magnitude do vetor \hat{r}_z , resultando em um aumento na magnitude do vetor $\hat{\lambda}_x$. Isso, por sua vez, levará a uma diminuição do vetor \hat{d}_z ,

significando que a junta prismática C se aproximará da origem do sistema de coordenadas para o trilho C. Para um movimento lateral do efetuador final, o valor de \hat{r}_z permanece constante, fazendo com que a junta prismática permaneça inerte. Para um movimento longitudinal, a magnitude de \hat{r}_x mudará para um valor constante de $\hat{\lambda}_z$, caso em que a junta prismática assume o mesmo deslocamento que o efetuador final.

Uma vez que a junta prismática C só ganha movimento quando o efetuador final se move verticalmente, a equação de velocidade é dada por:

$$\frac{d}{dt}\lambda_x = \frac{d}{dt}r_z \quad (30)$$

Ao diferenciar a Equação 30 em relação ao tempo, obteve-se a expressão para a aceleração da junta prismática C.

$$\frac{d^2}{dt^2}\lambda_x = \frac{d^2}{dt^2}r_z \quad (31)$$

Após realizar a análise cinemática inversa, o modelo matemático relacionando o movimento do efetuador final ao movimento das juntas prismáticas foi obtido. Esta análise permitiu determinar as configurações das juntas prismáticas necessárias para alcançar uma posição específica, orientação ou trajetória desejada do efetuador final.

O modelo matemático resultante descreve as relações entre as variáveis de movimento do efetuador final, como posição, velocidade e aceleração, e as variáveis correspondentes das juntas prismáticas. Este modelo é essencial para o controle e programação do movimento do manipulador, permitindo alcançar a precisão desejada no posicionamento do efetuador final.

4 Resultados

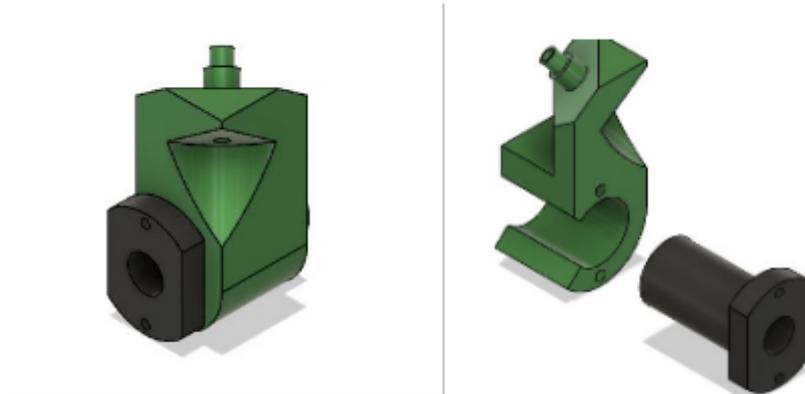
4.1 Montagem

4.1.1 Juntas Prismáticas

As juntas prismáticas, referentes ao movimento longitudinal realizado pelos patins ao longo da vara rosqueada, consistem no acoplamento dos patins nas castanhas, que por sua vez já se encontram devidamente fixadas na vara rosqueada. A fixação dos patins nas castanhas foi feita por interferência, sendo o diâmetro interno da base dos patins o mesmo que o diâmetro externo do corpo da castanha, como explicado na secção 3.1.1.

Uma vez que os patins foram impressos, uma pequena parte do material que compunha o furo interno da base foi usinada a partir de um processo de abrasão denominado lixamento. Esse procedimento facilitou a montagem, mas não interferiu nas propriedades almejadas da fixação por interferência. A fixação mencionada pode ser vista na Figura 27.

Figura 27. Conexão Patins-Castanha.



Fonte: Autor(2024)

4.1.2 Juntas Rotativas

As juntas rotativas devem permitir o movimento angular entre uma peça e outra. Para alcançar tal objetivo, a ideia foi a utilização de rolamentos, que além de cumprir com esse objetivo, proporcionam uma interface metal-ABS, bem mais resistente que a interface ABS-ABS que tenderia a desgastar as peças, inviabilizando uma solução alternativa que seria a impressão de buchas.

Destaca-se também que, a alta resistência dos rolamentos para cargas radiais, que serão previstas durante o funcionamento da máquina. Além disso, o uso de rolamentos proporcionará uma operação suave, sem ruídos e precisa.

A Figura 28 mostra o rolamento utilizado.

Figura 28. Rolamento Comercial.



Fonte: Autor(2024)

A Tabela 6 mostra as dimensões do rolamento comercial usado.

Tabela 6: Dimensões do Rolamento 608z

Dimensão	Valor
Diâmetro Externo	22 mm
Diâmetro Interno	8 mm
Largura	7 mm

Fonte: Autor(2024)

Em todas as juntas projetadas para o mecanismo, a pista externa do rolamento deve correr livremente, enquanto a pista interna deve ser travada. Para alcançar essa configuração, a fixação dos rolamentos nos furos internos dos braços foi feita por interferência, e a pista interna foi travada com o uso de porcas e da cabeça do parafuso sextavado.

A escolha dos parafusos levou em consideração dois parâmetros importantes: o comprimento total, para que os parafusos pudessem fixar as peças entre si, e o comprimento da parte lisa. A parte lisa do parafuso serve como o eixo em que os rolamentos serão acoplados, evitando que a parte rosqueada sofra esforços cisalhantes.

A Figura 29 apresenta o modelo de parafuso utilizado em partes da montagem.

Figura 29. Parafuso.

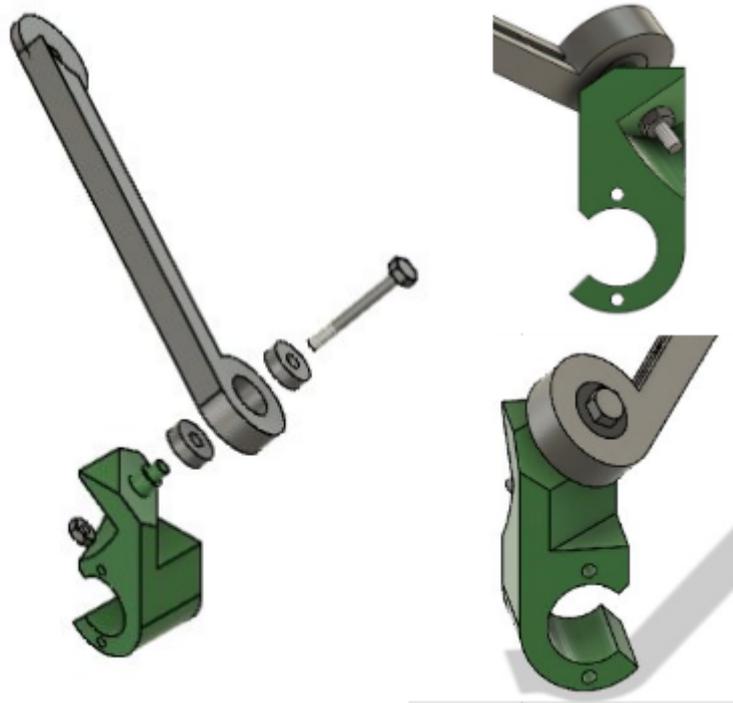


Fonte:Autor(2024)

4.1.3 Junta Patins-Braço

A vista explodida dessa junta é mostrada na Figura 30. Nela, percebe-se que dois rolamentos são encaixados por interferência, ficando rentes às faces do braço. A pista interna é travada pela cabeça do parafuso de um lado e pela geometria da parte superior do patins do outro. O parafuso é então fixado por meio de uma porca no outro lado do patins, em uma superfície projetada para formar um ângulo de 45° com a vertical.

Figura 30. Vista Explodida Patins-Braço.



Fonte: Autor(2024)

A junta montada no prototipo pode ser vista na Figura 31.

Figura 31. Junta Patins-Braço Prototipo.



Fonte: Autor(2024)

Nota-se que algumas arruelas foram adicionadas na interface parafuso-braço para proporcionar melhores condições de aperto.

4.1.4 Junta Braço-Braço

A junta Braço-Braço possui um parafuso menor que a junta Patins-Braço, e sua vista explodida pode ser visualizada na Figura 32.

Figura 32. Vista Explodida da Junta Braço-Braço.



Fonte:Autor(2024)

A montagem no protótipo dessa junta pode ser visualizada na Figura 33.

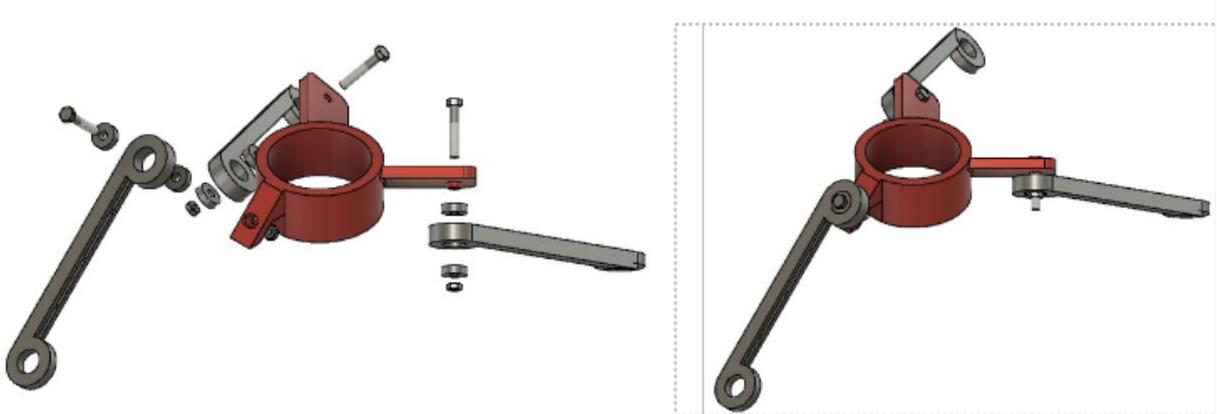
Figura 33. Junta Braço-Braço.



Fonte:Autor(2024)

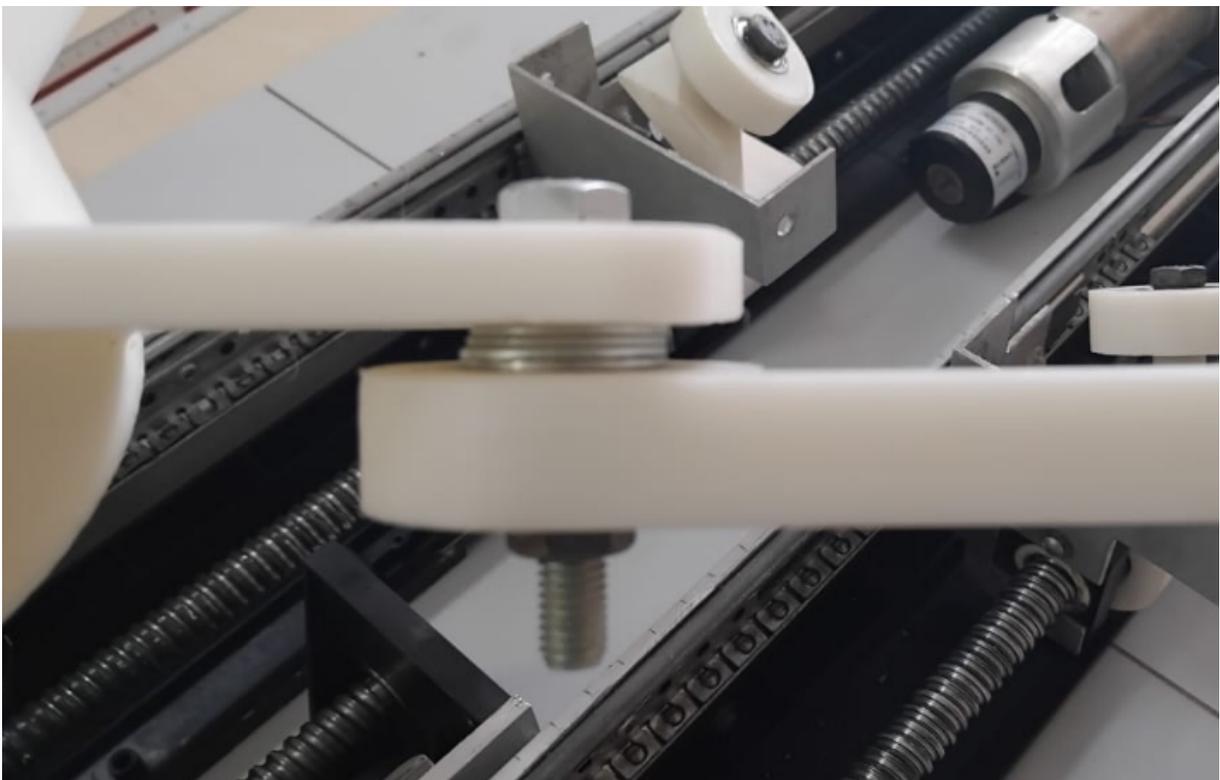
4.1.5 Junta Braço-Efetador Final

A vista explodida do Efetador Final montado com os braços superiores pode ser visualizada na Figura 34.

Figura 34. Vista Explodida do Efetuador

Fonte: Autor(2024)

A junta em questão possui a mesma configuração que as demais. No entanto, uma falha na impressão do efetuador final no ressalto para travar a pista interna do rolamento, fez com que fosse usado arruelas para promover o deslocamento suficiente e o travamento adequado. A Figura 35 apresenta a solução pensada.

Figura 35. Solução Para o Defeito de Impressão.

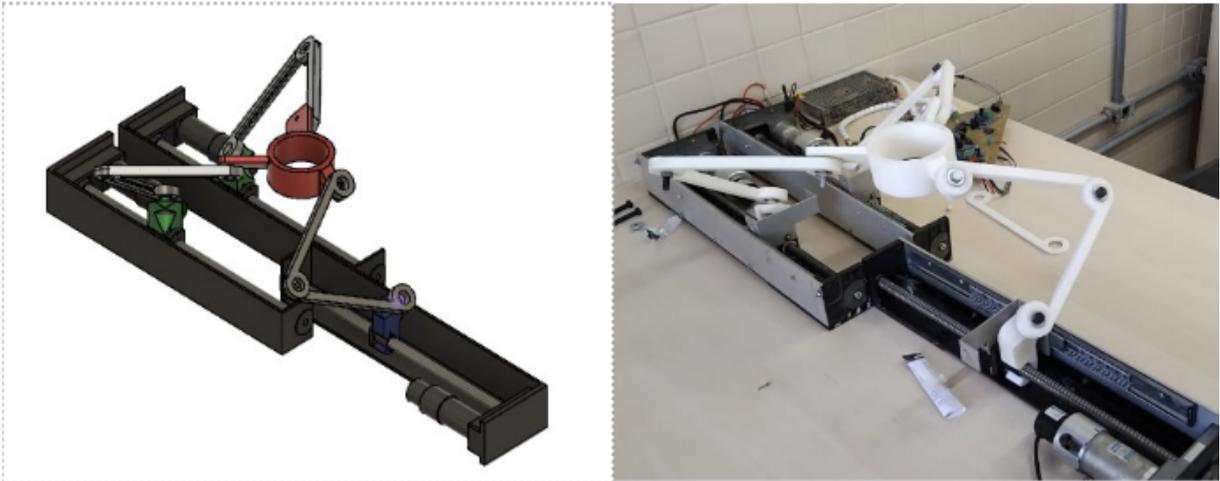
Fonte: Autor(2024)

4.1.6 Montagem final

Na montagem final, uma base feita de madeira foi usada para fixar os trilhos, impedindo que os mesmos se deslocassem devido às forças do sistema.

A Figura 36 compara a montagem real do protótipo com a modelagem CAD.

Figura 36. Modelagem CAD e Prototipo Real.



Fonte: Autor(2024)

4.2 Cinemática

No contexto deste trabalho, o foco se deu na aplicação e análise do modelo matemático do mecanismo em investigação, abordando especificamente os três principais movimentos mencionados anteriormente: movimento lateral, vertical e longitudinal. Ao resolver as equações do modelo, foram obtidos dados de posição, velocidade e aceleração, que foram analisados graficamente para cada um desses movimentos.

Nas subseções seguintes, o presente trabalho aborda cada um desses movimentos individualmente, discutindo suas características e comparando os gráficos encontrados com o que é esperado das equações do modelo matemático.

4.2.1 Lateralidade

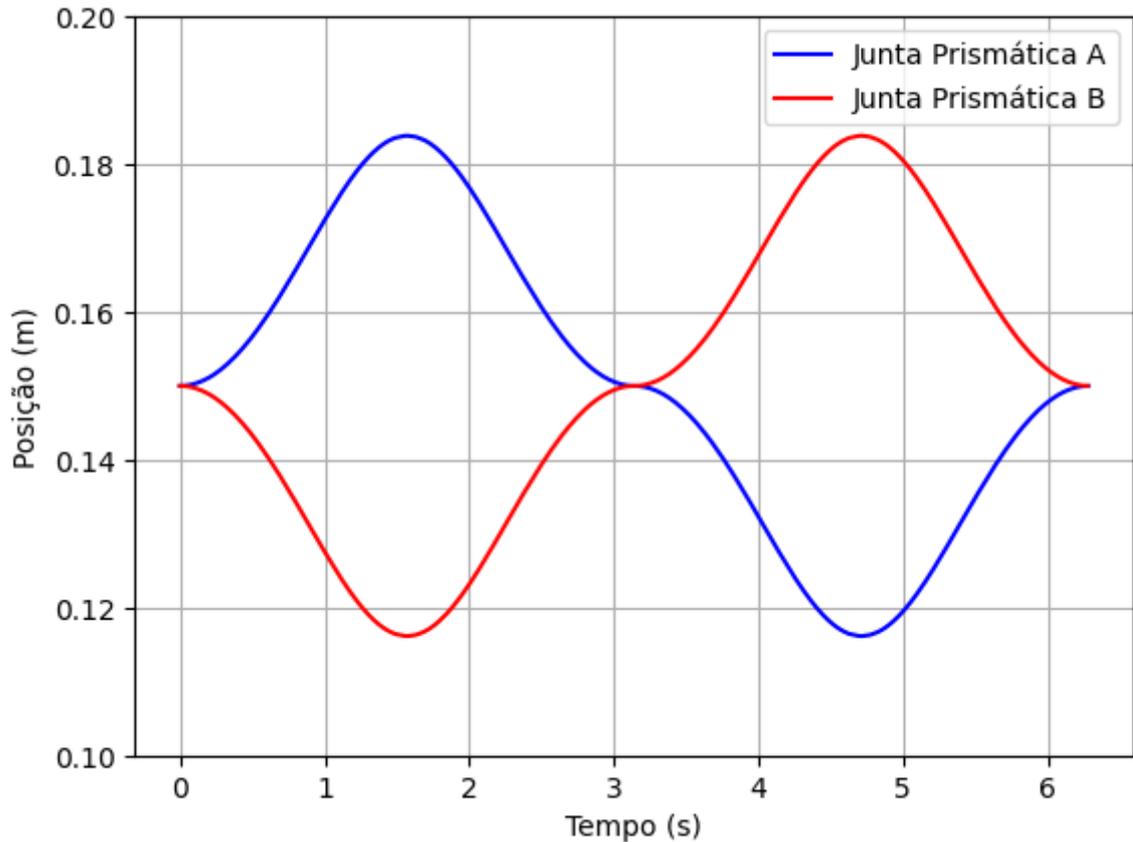
O movimento lateral envolve movimento exclusivamente ao longo do eixo Y, conforme mostrado na Figura 22. Para simular esse movimento, o vetor de posição para o efetuador final é dado por:

$$r = 0,25\hat{i} + 0,075 \sin(t)\hat{j} + 0,1\hat{k} \quad (32)$$

Onde t é o tempo em segundos. Vale notar nesta equação que o movimento lateral é restrito entre $-0,075$ e $0,075$, e esses limites são menores que a altura fixa de $0,1$ definida como uma constante. Além disso, qualquer valor menor que a altura poderia escalar a função seno; no entanto, um valor maior ou igual a ela não seria possível dentro do domínio da função que calcula o ângulo α conforme mostrado na Equação 1. Do ponto de vista físico, essa limitação revela que a junta prismática não se estende além da projeção do vetor de posição do efetuador final no eixo X.

O gráfico para o movimento das juntas prismáticas em relação ao movimento puramente lateral do efetuador final pode ser visto na Figura 37.

Figura 37. Deslocamento das juntas prismáticas A e B em função do tempo.



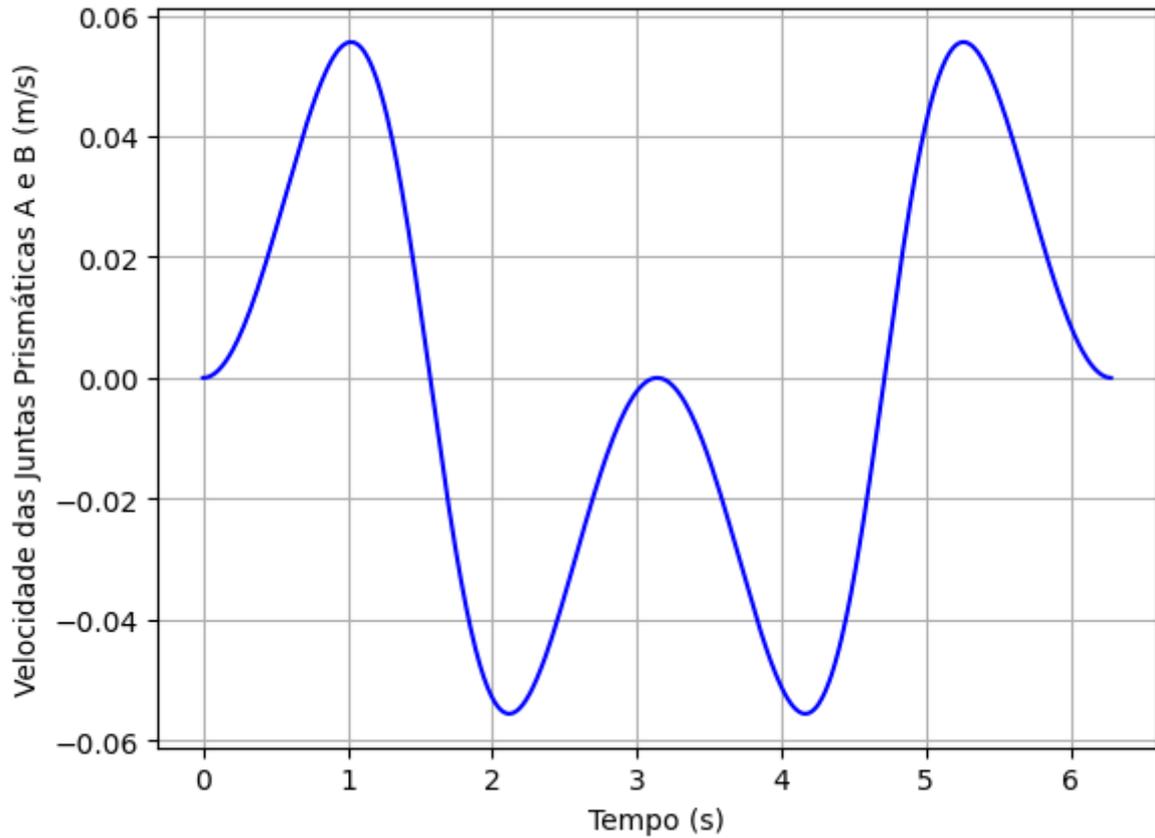
Fonte: Autor(2024)

Vale notar que o movimento das juntas prismáticas A e B é oposto, mas com as mesmas amplitudes. Isso implica que, à medida que o efetuador final se move na direção positiva do eixo Y, a junta prismática A se afasta da origem e a junta B se aproxima dela, conforme discutido na Seção 3. Além disso, deve-se enfatizar que, devido à ausência de movimento vertical, a junta prismática C mantém uma altura constante.

Para calcular as velocidades das juntas, o seguinte vetor de velocidade do efetuador final foi definido:

$$v = 0,075 \sin(2t)\hat{j} \quad (33)$$

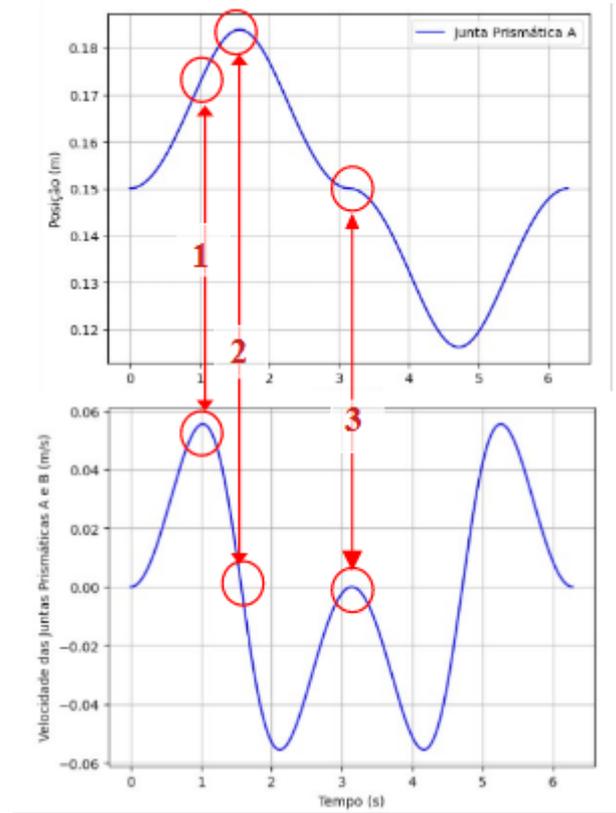
O gráfico do comportamento da velocidade pode ser observado na Figura 38.

Figura 38. Velocidade das juntas prismáticas A e B

Fonte: Autor(2024)

Como a velocidade é definida como a primeira derivada da posição, e a única diferença na expressão entre as juntas A e B é a constante adicionada à função arco cosseno, suas derivadas são as mesmas e, portanto, suas velocidades são idênticas. A Figura 39 apresenta uma comparação entre os gráficos de posição e velocidade destacando três pontos importantes para a análise.

Figura 39. Comparação entre Posição e Velocidade



Fonte: Autor(2024)

A análise da Figura 39 evidencia os seguintes pontos:

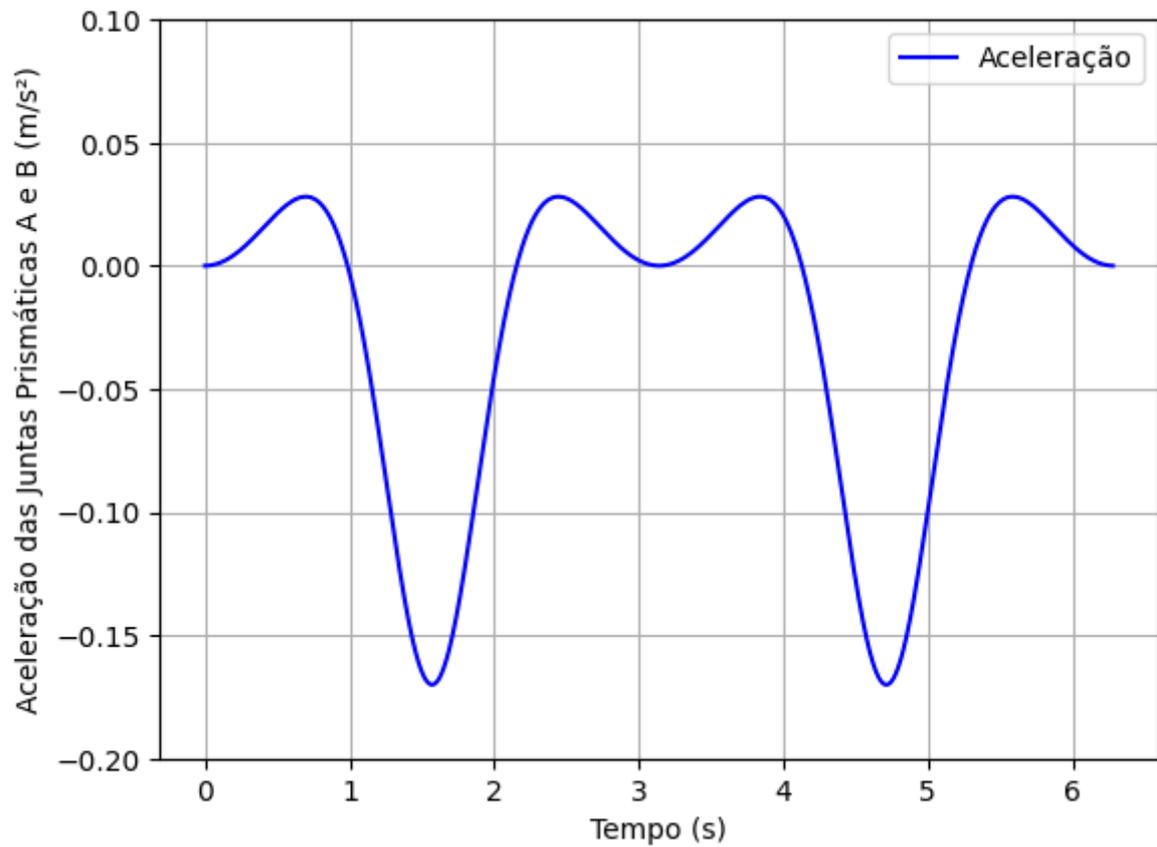
1. No segundo 1, a velocidade atinge seu máximo enquanto o gráfico da posição revela um ponto de inflexão. A partir desse ponto, há uma diminuição brusca da velocidade até o ponto 2, onde a mesma se anula.
2. No ponto indicado pela seta 2, a velocidade se torna zero, indicando que o efetuador final atinge seu deslocamento lateral máximo. A partir desse ponto, o vetor velocidade muda de sentido e se torna negativo.
3. O ponto indicado pela seta 3 indica que o efetuador final retornou ao ponto $\hat{r}_y = 0$, onde agora sua velocidade é zero, assim como seu deslocamento lateral.

Para a aceleração, o vetor foi definido como:

$$a = -0,15 \sin(t)\hat{j} \quad (34)$$

O gráfico obtido da simulação da aceleração pode ser observado na Figura 40.

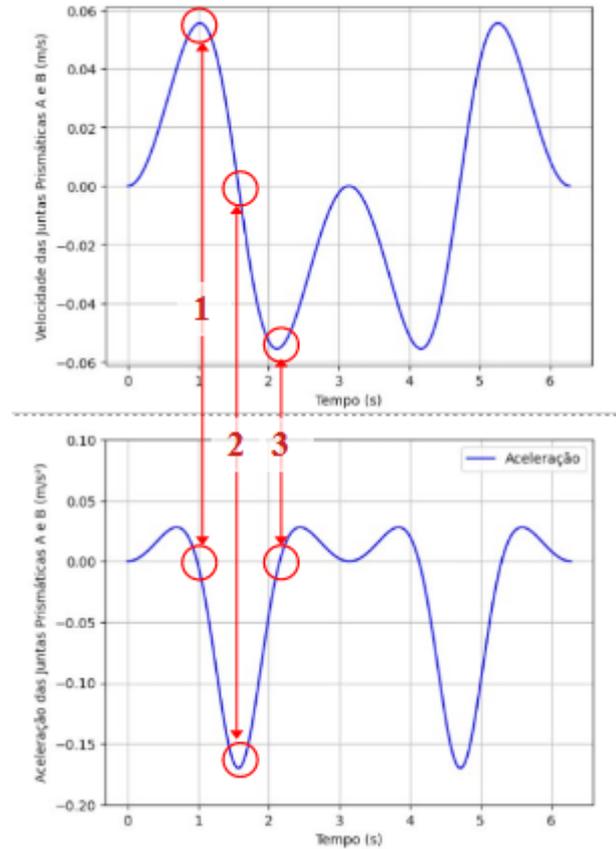
Figura 40. Aceleração das juntas prismáticas A e B



Fonte: Autor(2024)

A Figura 41 apresenta uma análise comparativa entre os gráficos de velocidade e de aceleração, revelando alguns pontos pertinentes à análise.

Figura 41. Comparativo entre Velocidade e Aceleração



Fonte: Autor(2024)

Três pontos de destaque são:

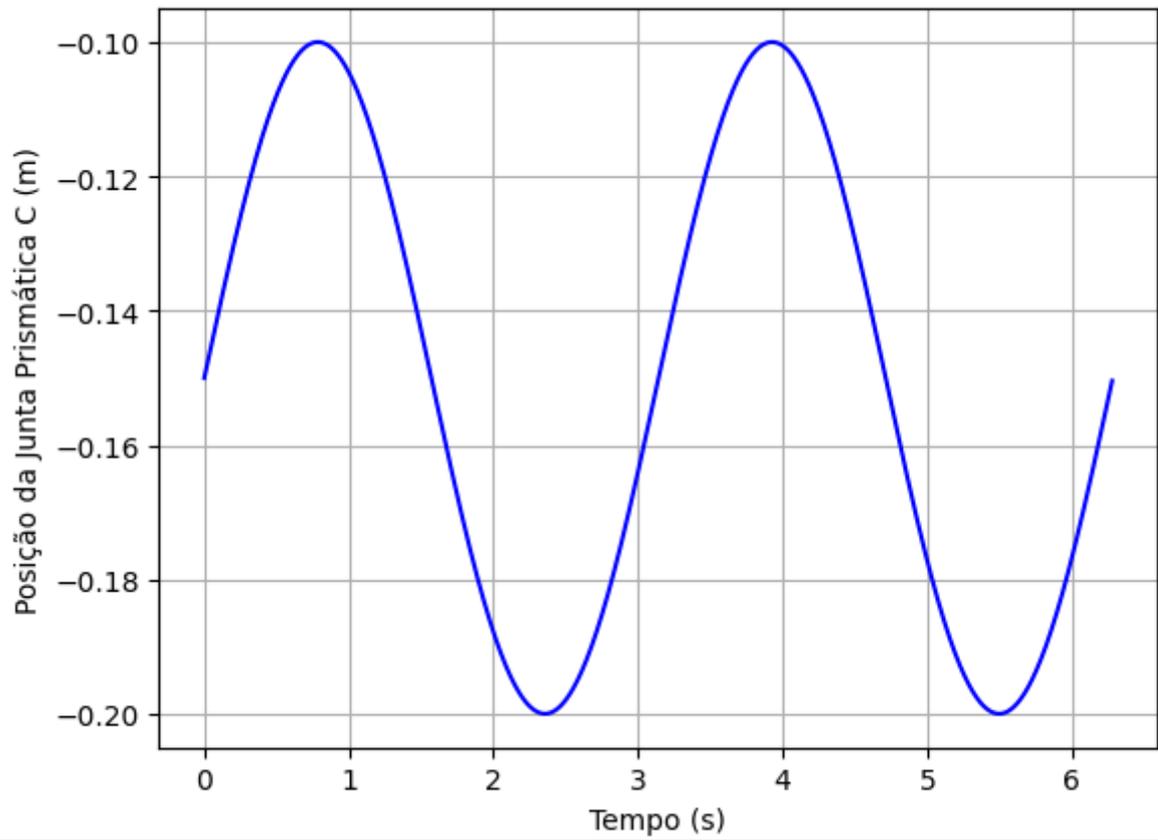
1. O ponto de velocidade máxima é o ponto de aceleração nula. Destaca-se também que, a partir desse ponto, há uma queda brusca de velocidade, indicando uma alta desaceleração.
2. O ponto indicado pela seta dois mostra um pico negativo alto para a aceleração, indicando uma redução de velocidade abrupta. Nesse ponto, a velocidade se iguala a zero.
3. No ponto três, a aceleração se anula e a velocidade atinge seu máximo negativo.

4.2.2 Verticalidade

No comportamento vertical, os gráficos de todas as juntas foram idênticos. Portanto, nesta seção, apenas um será mostrado, e o mesmo se aplica às outras juntas. O vetor de posição para tal movimento foi definido como:

$$r = 0,35\hat{i} + (0,2 + 0,05 \cdot \sin(2t))\hat{k} \quad (35)$$

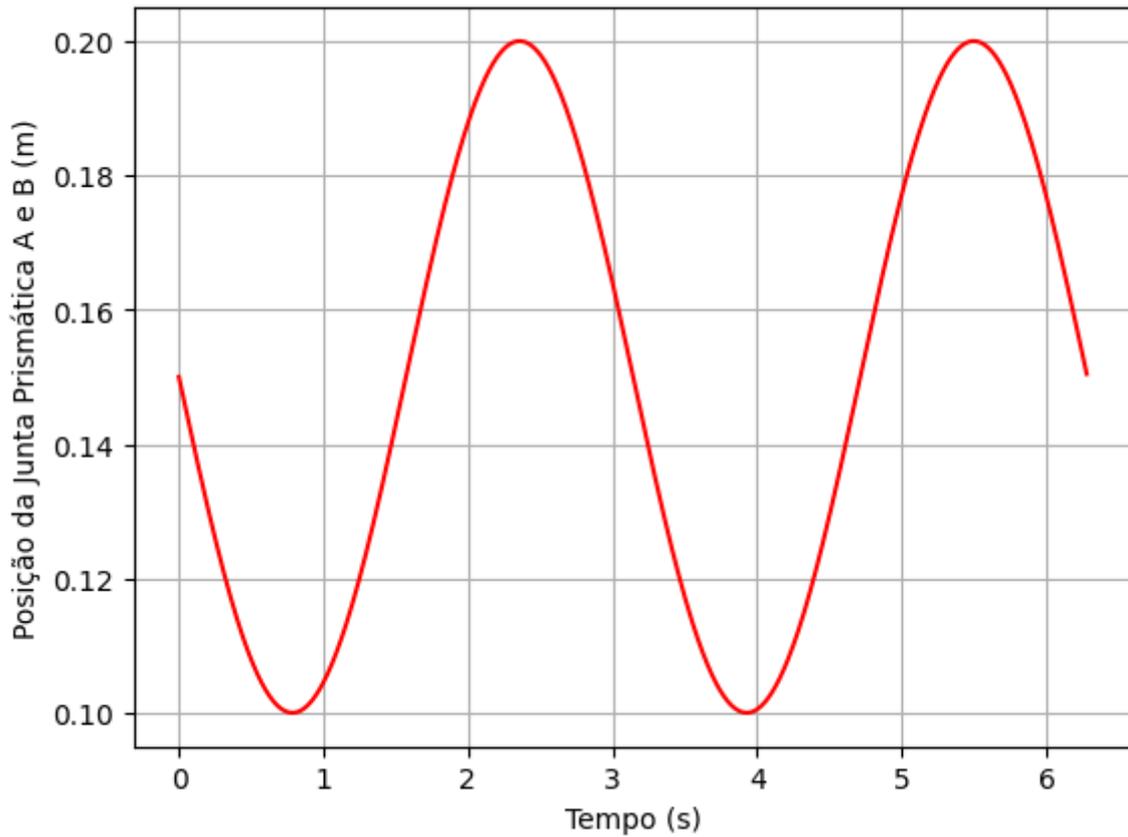
O gráfico resultante do deslocamento da junta prismática C utilizando o vetor estabelecido pode ser visto na Figura 42:

Figura 42. Deslocamento da junta prismática C - Verticalidade

Fonte: Autor(2024)

Uma vez que, pela análise da Figura 24 e Figura 25, se remetem a eixos distintos, a Figura 43 mostra o comportamento para as Juntas A e B.

Figura 43. Deslocamento das juntas prismáticas A e B - Verticalidade



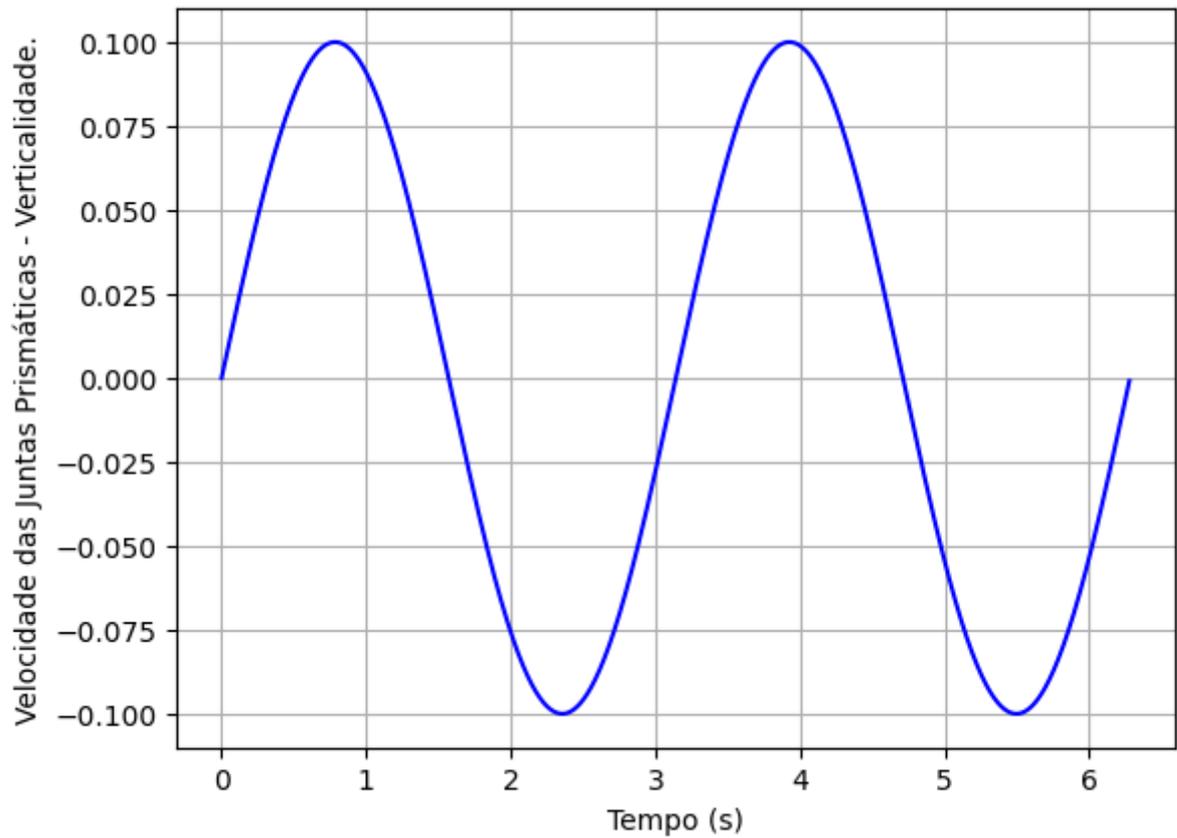
Fonte: Autor(2024)

Em relação a este tipo de movimento, vale notar que a amplitude vertical do efetuador final resulta na mesma amplitude no movimento das juntas prismáticas, o que é esperado com base nas características mecânicas do mecanismo discutidas anteriormente.

Definindo o vetor de velocidade do efetuador final, tem-se:

$$v = (0, 1 \cdot \cos(2t))\hat{k} \quad (36)$$

Simulando a Equação 36 obtém-se:

Figura 44. Velocidade das juntas-verticalidade

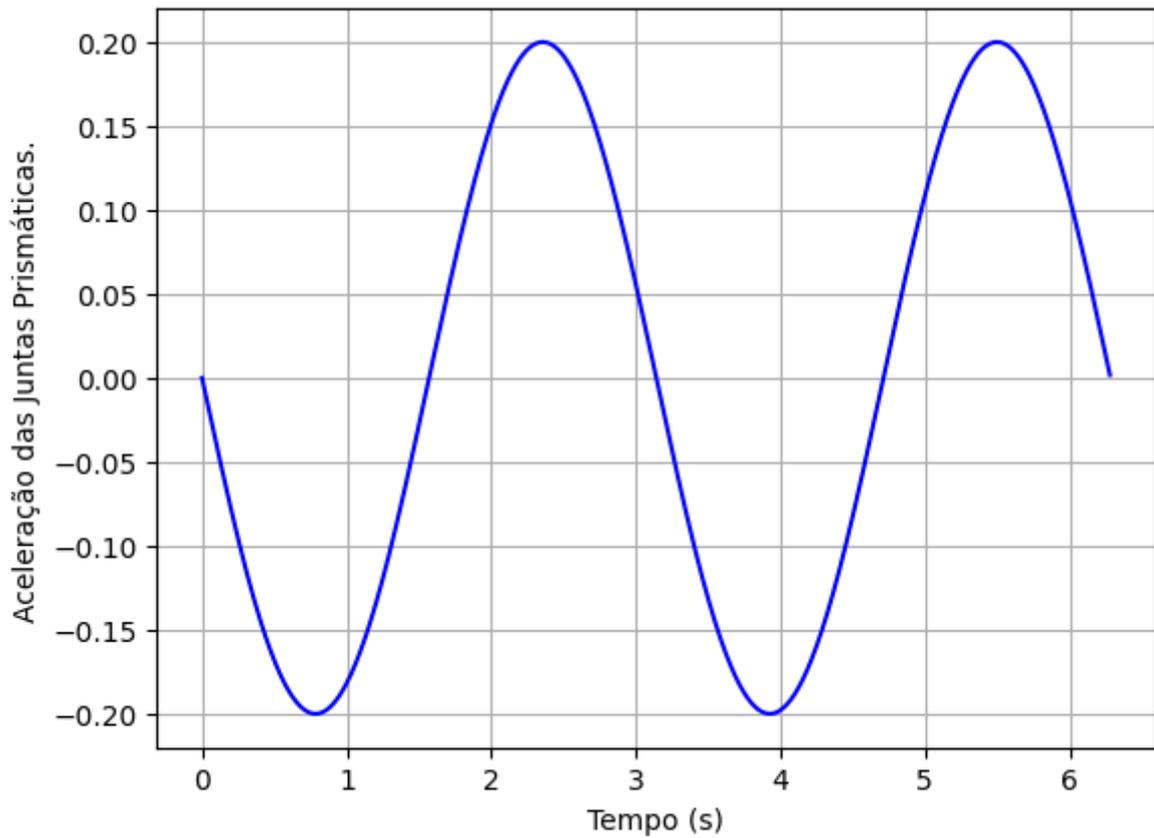
Fonte: Autor(2024)

Para a aceleração, define-se o vetor da seguinte forma:

$$a = (0, 2 \cdot \sin(2t))\hat{k} \quad (37)$$

Ao introduzir os vetores descritos no modelo matemático, obtém-se o gráfico da velocidade e aceleração da junta prismática. O gráfico mostrando o resultado obtido é visto na Figura 45.

Figura 45. Aceleração das Juntas - Verticalidade



Fonte: Autor(2024)

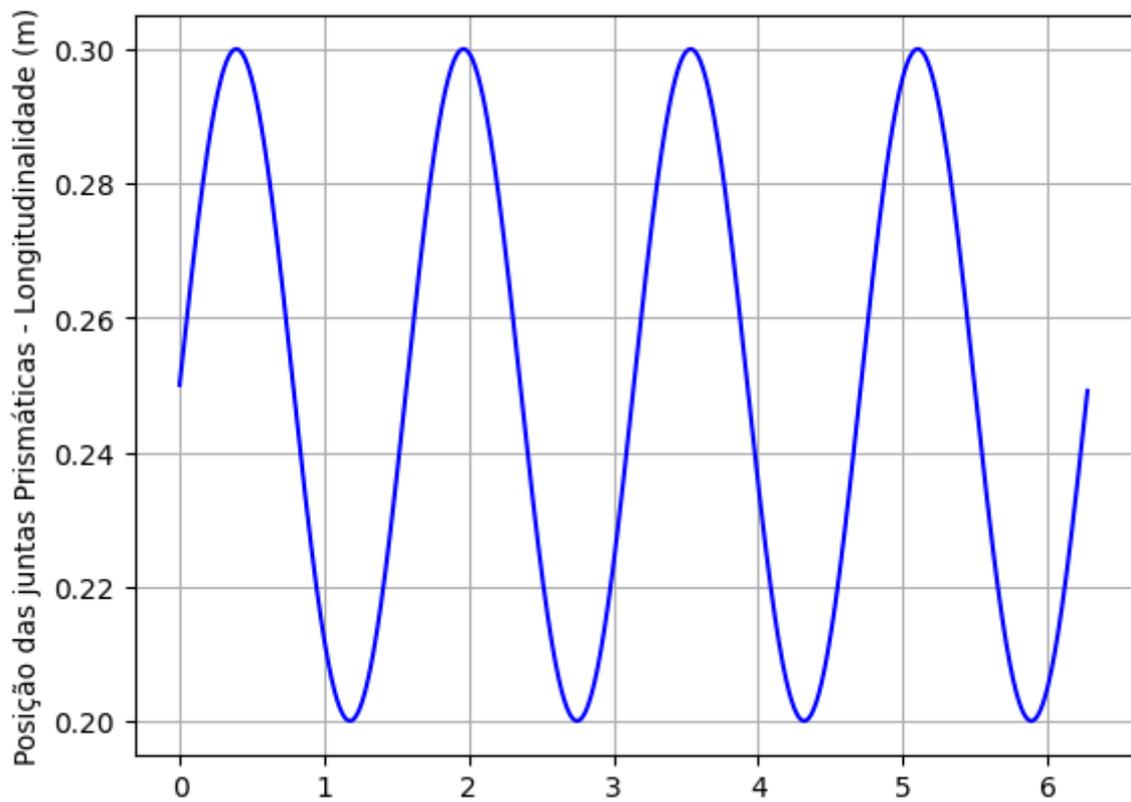
4.2.3 Longitudinalidade

O movimento longitudinal é caracterizado pelo deslocamento do efetador final exclusivamente ao longo do eixo X. Semelhante ao movimento puramente vertical, o movimento das juntas prismáticas é idêntico. O vetor de posição do efetador final foi definido como:

$$r = (0,25 + 0,05 \sin(4t))\hat{i} + 0,1\hat{k} \quad (38)$$

Fornecendo o vetor da Eq. (26) às equações do modelo, obteve-se o gráfico exibindo a posição das juntas prismáticas na Figura 46.

Figura 46. Posição das juntas - Longitudinalidade



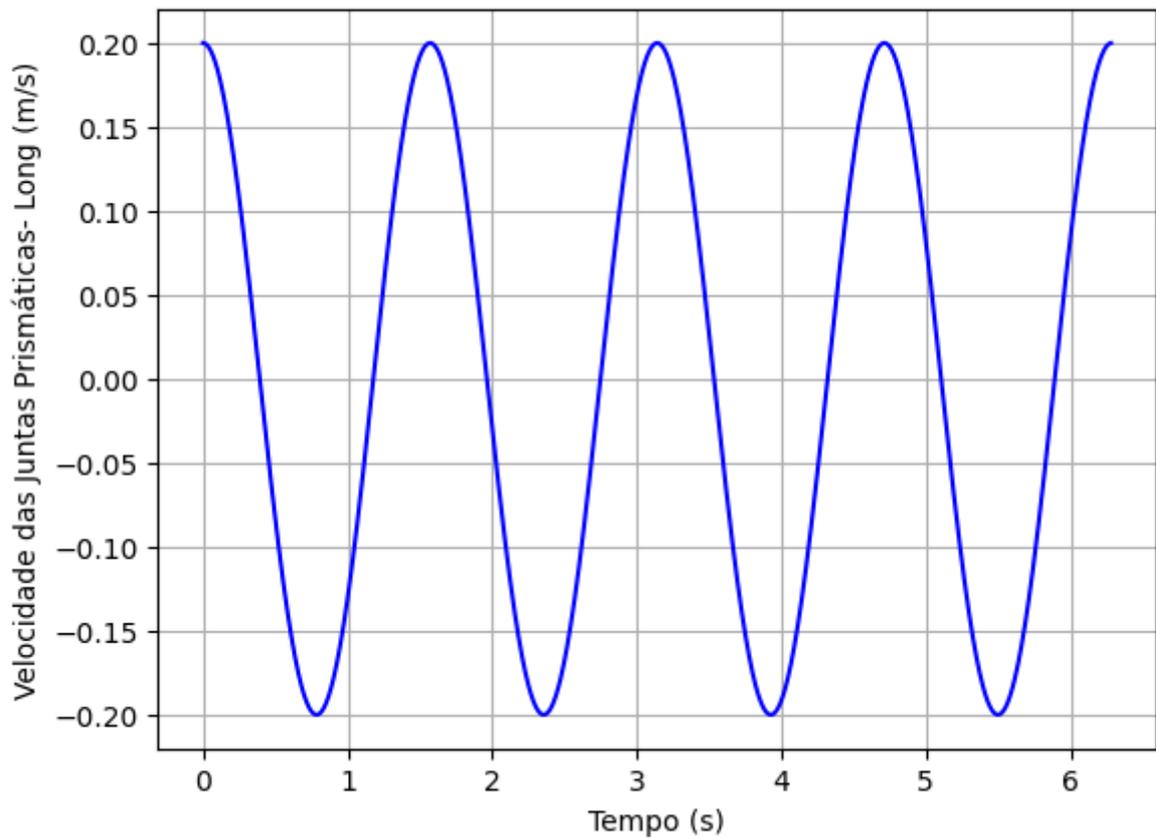
Fonte: Autor(2024)

O vetor de velocidade é dado por:

$$\frac{dr}{dt} = (0, 2 \cos(4t))\hat{i} \quad (39)$$

A Figura 47 apresenta os resultados obtidos para a velocidade das juntas prismáticas mediante um deslocamento longitudinal do efetuador final.

Figura 47. Velocidade das juntas prismáticas - Longitudinalidade



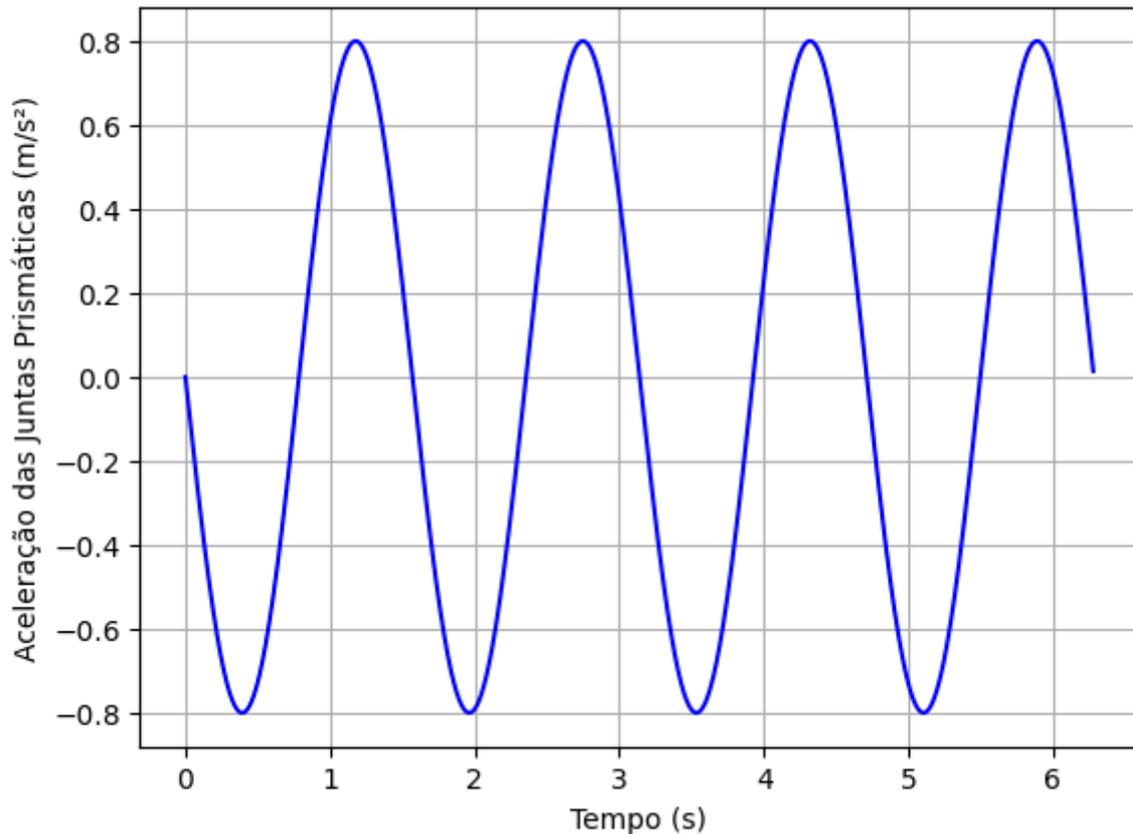
Fonte: Autor(2024)

Para a aceleração, o seguinte vetor foi fornecido como dados de entrada:

$$\frac{d^2r}{dt^2} = (-0,8 \sin(4t))\hat{i} \quad (40)$$

A Figura 48 apresenta o gráfico resultante da aceleração.

Figura 48. Aceleração das juntas prismáticas - Longitudinalidade



Fonte: Autor(2024)

Em conclusão, observou-se que as formas dos gráficos são consistentes com os movimentos do mecanismo simulado em CAD, e o estudo das velocidades e acelerações se alinha com o exame das derivadas das funções de posição e velocidade, respectivamente.

5 Conclusões

A modelagem CAD permitiu uma visualização prévia do mecanismo. Através dela, foi possível estudar seus movimentos, juntas e limites, o que além de servir como base para a fabricação em impressão 3D, também se mostrou útil para o entendimento do mecanismo como um todo. O uso da ferramenta Fusion 360® provou ser uma excelente plataforma para a modelagem das peças individualmente e para a montagem do mecanismo, constituindo um ambiente integrado de modelagem e montagem.

Em relação à impressão 3D, constatou-se que, na maioria dos casos, as configurações recomendadas pelo fatiador Ultimaker Cura® foram suficientes para garantir uma peça resistente, com bom acabamento superficial e sem defeitos. Exceto nos batentes do efetador final, onde houve falhas na impressão. No entanto, a solução simples, barata e rápida apresentada ao longo do texto evitou a necessidade de uma nova impressão da peça, o que economizou material e tempo. Além disso, devido à escassez de estudos e ao potencial que a impressão 3D vem demonstrando na literatura, sugere-se um estudo mais aprofundado do caso em trabalhos futuros.

O estudo das curvas obtidas na análise cinemática mostrou consistência com as simulações de movimento do software CAD. Uma validação completa do modelo cinemático exigiria um gasto de tempo e recursos que fogem do escopo original do trabalho, mas que são atraentes para estudos futuros.

Ao longo de todo o texto, foi abordada a importância do robô Tripteron 3D de eixos paralelos para a engenharia. Sua ampla gama de possíveis aplicações e sua geometria complexa despertam curiosidade e exigem maiores esforços para uma compreensão mais detalhada de suas características. Em virtude disso, o presente trabalho focou em estudar sua cinemática e sua construção a fim de servir como uma base sólida para outros engenheiros e profissionais Makers que desejem construir seu próprio protótipo. Além disso, seu estudo demonstrou uma oportunidade ímpar de aplicar os conceitos aprendidos no curso de engenharia mecânica, desde a concepção do mecanismo até o estudo de sua cinemática, abordando conceitos de fabricação e projeto mecânico.

Referências

- ABREU, S. A. C. Impressão 3d baixo custo versus impressão em equipamentos de elevado custo. 2015.
- ALBUQUERQUE, A. N. de; MEGGIOLARO, M. A. Desenvolvimento de um simulador de movimentos verticais com atuação pneumática.
- BERTOLINE, G. R. et al. *Fundamentals of Graphics Communications*. [S.l.]: McGraw-Hill, 2002.
- CARRARA, V. Introdução à robótica industrial. *São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais-Inpe*, 2015.
- CHUA, C. K.; LEONG, K. F. *3D Printing and additive manufacturing: Principles and applications (with companion media pack)-of rapid prototyping*. [S.l.]: World Scientific Publishing Company, 2014.
- DEOKAR, S.; PATHAK, A.; WARGHANE, R. Computer aided design and manufacturing. 2019.
- GIBSON, I. et al. *Additive manufacturing technologies*. [S.l.]: Springer, 2021. v. 17.
- GOSSELIN, C. Compact dynamic models for the tripteron and quadruperon parallel manipulators. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 223, n. 1, p. 1–12, 2009.
- GOSSELIN, C. M. et al. Parallel mechanisms of the multipteron family: kinematic architectures and benchmarking. In: IEEE. *Proceedings 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. [S.l.], 2007. p. 555–560.
- GROOVER, M. P. *Robótica: tecnologia e programação*. [S.l.]: McGraw-Hill, 1989.
- GUIMARÃES, O. S. *Engenharia no Século XXI*. [S.l.]: Editora Poisson, 2021.
- HIBBELER, R. C. *Resistência dos materiais I Russell Charles Hibbeler*. [S.l.]: Pearson, 2010.
- JACOBS, P. F. *Rapid prototyping & manufacturing: fundamentals of stereolithography*. [S.l.]: Society of Manufacturing Engineers, 1992.
- LIRA, V. M. *Processos de fabricação por impressão 3D: Tecnologia, equipamentos, estudo de caso e projeto de impressora 3D*. [S.l.]: Editora Blucher, 2021.
- MERLET, J.-P. *Parallel robots*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2006. v. 128.
- MERLET, J.-P.; GOSSELIN, C.; HUANG, T. Parallel mechanisms. *Springer handbook of robotics*, Springer, p. 443–462, 2016.
- NARAYAN, K. L.; RAO, K. M.; SARCAR, M. Fundamentals of cad. *Computer Aided Design and Manufacturing*, p. 3–4, 2008.
- NORTON, R. L. *Cinemática e dinâmica dos mecanismos*. [S.l.]: AMGH Editora, 2010.

QUENNOUELLE, C.; GOSSELIN, C. Kinemastatic modeling of compliant parallel mechanisms: application to a 3-prrr mechanism, the tripteron. *Meccanica*, Springer, v. 46, p. 155–169, 2011.

RAO, P. N. *Cad/cam: principles and applications. (No Title)*, 2004.

SALABARRIA, M. H. *Robô hiper-redundante com módulos de arquitetura paralela*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2007.

SICILIANO, B.; KHATIB, O.; KRÖGER, T. *Springer handbook of robotics*. [S.l.]: Springer, 2008. v. 200.

TSAI, L.-W. *Robot analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1999.

UPCRAFT, S.; FLETCHER, R. The rapid prototyping technologies. *Assembly Automation*, MCB UP Ltd, v. 23, n. 4, p. 318–330, 2003.

VOLPATO, N.; SILVA, J. Aplicação direta da manufatura aditiva na fabricação final. N. VOLPATO, *Manufatura Aditiva: Tecnologias e aplicações da impressão D*, v. 3, p. 325–344, 2017.

WOHLERS, T. T.; CAFFREY, T. *Wohlers report 2015: 3D printing and additive manufacturing state of the industry annual worldwide progress report*. [S.l.]: Wohlers Associates, 2015.