INSTITUTO FEDERAL DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE PERNAMBUCO

Campus Recife

Curso de Pós-Graduação em Matemática Comercial, Contábil, Econômica, Atuarial e Financeira

HERIVÂNIO TORRES BANDEIRA

TABELA *PRICE* E ANATOCISMO: Um resgate histórico das tentativas de criação de algoritmos alternativos de amortização

Recife / PE

2024

HERIVÂNIO TORRES BANDEIRA

TABELA *PRICE* E ANATOCISMO: Um resgate histórico das tentativas de criação de algoritmos alternativos de amortização

Trabalho de conclusão de curso apresentado à Coordenação de Pós-Graduação em Matemática Comercial, Contábil, Econômica, Atuarial e Financeira do Instituto Federal de Ciência e Tecnologia de Pernambuco, como requisito para obtenção do título de Especialista em Matemática Comercial, Contábil, Econômica, Atuarial e Financeira.

Orientador: Prof. Dr. Cícero Carlos Ramos de Brito.

Recife / PE

2024

B214t
2025 Bandeira, Herivânio Torres.
Tabela Price e anatocismo : um resgate histórico das tentativas de criação de algoritmos alternativos de amortização / Herivânio Torres Bandeira. --- Recife: O autor, 2024.
42f.

TCC (Pós graduação em Matemática Comercial, Contábil, Econômica, Atuarial e Financeira) – Instituto Federal de Pernambuco, 2025.

Inclui Referências.

Orientador: Professor Dr. Cícero Carlos Ramos de Brito

1. Matemática financeira. 2. Capitalização de juros. 3. Amortização de dívidas. 4. Tabela Price. I. Título. II. BRITO, Cícero Carlos Ramos de (orientador). III. Instituto Federal de Pernambuco.

CDD 513.9 (23. ed.)

Catalogação na fonte: Emmely Silva CRB4/1876

TABELA *PRICE* E ANATOCISMO: Um resgate histórico das tentativas de criação de algoritmos alternativos de amortização

Trabalho aprovado. Recife / PE, 22 de janeiro de 2024.

Professor Orientador Dr. Cícero Carlos Ramos de Brito

Professor Dr. João Silva Rocha

Professor Dr. Paulo Ricardo da Silva

Recife / PE

2024

Dedico este trabalho a minha querida sobrinha Maria Gabriela (*in memoriam*), que nos deixou tão precocemente, mas seus exemplos de doçura e pureza amenizam a dor de sua ausência.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por sempre prover a força necessária para vencermos os obstáculos.

Agradeço ao orientador e estimado professor Dr. Cícero Carlos Ramos de Brito pelas valiosas lições ministradas durante o curso.

Agradeço ao Instituto Federal de Pernambuco (IFPE), aos professores e funcionários, por propiciarem toda a estrutura necessária à realização do curso.

Agradeço à minha família e amigos pelo incentivo e apoio incondicional durante mais essa jornada de formação.

Deixo uma fraterna saudação aos colegas da primeira turma do Curso de Pós-Graduação em Matemática Comercial, Contábil, Econômica, Atuarial e Financeira do IFPE, pela solidariedade em todos os momentos do curso.

“A matemática não mente. Mente quem faz mau uso dela.”

Albert Einstein

RESUMO

O principal sistema de amortização de dívidas utilizado no Brasil é a Tabela *Price*, porém seu emprego ao longo dos anos provocou uma grande discussão em relação à sua aplicação, pelo fato de não haver consenso a respeito da capitalização de juros em sua sistemática de cálculo. A capitalização dos juros, assim entendida como sendo a incidência de juros sobre juros, ou anatocismo, tem sido o ponto de controvérsia entre matemáticos, peritos judiciais e operadores do direito. Enquanto alguns matemáticos afirmam que na Tabela *Price* não há ocorrência de anatocismo, outros afirmam que há essa prática na Tabela *Price*. Nesse contexto, esse trabalho teve como objetivo analisar a existência de anatocismo na Tabela *Price*, à luz dos conceitos de matemática financeira e da literatura pertinente, bem como resgatar as tentativas de criação de modelos alternativos a esse sistema de amortização de dívidas. Para tanto foi desenvolvida uma pesquisa exploratória, bibliográfica, de natureza quantitativa, em cuja análise buscou-se evidenciar na literatura especializada evidências da prática de anatocismo no sistema francês de amortização de dívidas (Tabela *Price*). Na pesquisa foram analisados alguns algoritmos desenvolvidos. No contexto analisado nesta pesquisa foi possível verificar a conformação do arcabouço jurídico a autorizar a capitalização composta em algumas situações específicas de empréstimos e financiamentos, bem como as evidências demonstradas pelos autores dos algoritmos propostos sugerem a existência de anatocismo na sistemática de cálculos da Tabela *Price*.

Palavras-chave: matemática financeira; capitalização; juros.

ABSTRACT

The main debt amortization system used in Brazil is the Price Table, but its use over the years has provoked a great discussion regarding its application, due to the fact that there is no consensus regarding the capitalization of interest in its calculation system. The capitalization of interest, thus understood as the incidence of interest on interest, or anatocism, has been the point of controversy between mathematicians, judicial experts and operators of law. While some mathematicians claim that in the Price Table there is no occurrence of anatocism, others claim that there is this practice in the Price Table. In this context, this work aimed to analyze the existence of anatocism in the Price Table, in light of the concepts of financial mathematics and the relevant literature, as well as to rescue the attempts to create alternative models to this debt amortization system. For this purpose, an exploratory, bibliographical research of a quantitative nature was developed, in whose analysis it was sought to evidence in the specialized literature evidence of the practice of anatocism in the French system of debt amortization (Table Price). In the research, some developed algorithms were analyzed. In the context analyzed in this research, it was possible to verify the conformation of the legal framework to authorize compound capitalization in some specific situations of loans and financing, as well as the evidence demonstrated by the authors of the proposed algorithms, suggesting the existence of anatocism in the systematic calculations of the Price Table.

Keywords: financial mathematics. capitalization. interest.

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS

MP	Medida Previsória
PMT	Payment (Pagamento)
SACs	Sistemas de Amortização Constante
SACREs	Sistemas de Amortização Crescente
SAMs	Sistemas de Amortização Mista
SFH	Sistema Financeiro da Habitação
SFI	Sistema Financeiro Imobiliário
SFN	Sistema Financeiro Nacional
SMC	Sistema de Múltiplos Contratos
SPCs	Sistemas de Prestação Constante
STJ	Superior Tribunal de Justiça
VP	Valor Presente

SUMÁRIO

1 - INTRODUÇÃO

O ambiente econômico no qual as empresas e pessoas físicas desempenham suas atividades está cada vez mais complexo e imprevisível em decorrência de diversos fatores como crises econômicas, escassez de recursos e globalização. Dinamismo e complexidade representam características intrínsecas ao ambiente econômico contemporâneo e conforme Sandrini e Cherobim (2016), nesse contexto, ao longo do tempo, o processo de intermediação financeira adquiriu complexidade, transcendendo seu papel de facilitar as trocas de recursos, assumindo, assim um corpo próprio e criando riqueza financeira.

Essa intermediação financeira é implementada por meio dos entes componentes do Sistema Financeiro. Nessa intermediação, os excedentes de recursos financeiros das pessoas superavitárias são direcionados aos tomadores que necessitam desses recursos para produzir, administrar fluxo de caixa ou atender necessidades imediatas de consumo, e o preço dessas intermediações são os juros (Sandrini; Cherobim, 2016).

De acordo com Bueno, Santos e Cavalcante Filho (2020), os bancos possuem um número enorme de operações de financiamentos as quais envolvem pagamentos periódicos calculados por intermédio de um sistema de amortização previamente acordado entre as partes envolvidas.

Nesse contexto, Forger (2009) assevera que os sistemas de amortização de crédito mais utilizados no Brasil são classificados em sistemas de prestação constante - SPCs, sistemas de amortização constante - SACs e, sistemas de amortização mista – SAMs, ou crescente - SACREs. Para Rovina (2019), o principal sistema de amortização utilizado no Brasil talvez ainda seja a Tabela *Price* e seu emprego ao longo dos anos provocou uma grande discussão em relação à sua aplicação, com relação ao fato de identificar se a Tabela *Price* capitaliza os juros mensalmente.

A capitalização dos juros, assim entendida como sendo a incidência de juros sobre juros, ou anatocismo, tem sido o ponto de controvérsia entre matemáticos, peritos judiciais e operadores do direito. Enquanto alguns matemáticos afirmam que na Tabela *Price* não há ocorrência de anatocismo, outros afirmam que há essa prática na Tabela *Price*. Da mesma forma, no campo jurídico, quanto a essa questão, “não existe um pensamento unânime, pacífico ou sequer majoritário” (Marinho, 2011, p. 122).

Diante desse cenário, de incerteza com relação à ocorrência ou não de anatocismo no sistema de amortização francês, conhecido no Brasil como Tabela *Price*, surge a necessidade de se realizar uma análise desse sistema de amortização em busca de evidência de ocorrência de anatocismo, à luz dos conceitos da matemática financeira e da literatura pertinente, bem como resgatar as tentativas de criação de algoritmos alternativos de sistemas de amortização.

Nesse contexto surge a seguinte pergunta de pesquisa: Existe prática de anatocismo no sistema francês de amortização de dívidas - Tabela *Price*, utilizado pelo sistema financeiro brasileiro? Dessa forma, esse trabalho tem como objetivo analisar a existência de anatocismo na Tabela *Price*, à luz dos conceitos de matemática financeira a partir da literatura, bem como resgatar as tentativas de criação de modelos alternativos a esse sistema de amortização de dívidas.

Apesar da matemática ser uma ciência exata, não há consenso no campo das discussões acerca da ocorrência de anatocismo no sistema francês de amortização de dívidas empregado pelas instituições componentes do sistema financeiro. Nesse sentido, Sandrini e Cherobim (2016) entendem que devido à acelerada evolução de demandas judiciais, nas quais são elaborados verdadeiros malabarismos matemáticos para comprovar que a capitalização dos juros é simples ou composta, conforme a conveniência, sendo de interesse público esclarecer controvérsias, contribuindo assim, para solucionar polêmicas que envolvam a temática, as relações contratuais e questionamentos judiciais. Diante desse contexto entende-se a importância de desenvolvimento dessa pesquisa.

2- REFERENCIAL TEÓRICO

2.1- REGIMES DE CAPITALIZAÇÃO

Regime de capitalização, de acordo com Castelo Branco (2018, p. 16), são “os métodos pelos quais os capitais são remunerados”. Segundo Hoji (2016, p. 21), “capitalização representa o processo de evolução do capital por meio do acréscimo de juro”. Nesse contexto Bueno, Santos e Cavalcante Filho (2019a, p. 13) asseveram que “os critérios ou regimes de capitalização determinam como os juros são formados e como são incorporados ao capital ao longo do tempo”.

Dessa forma, entende-se que capitalização é o processo de remuneração de um capital, investido ou emprestado, e a incorporação dessa remuneração ao capital em determinado momento. Essa remuneração do capital recebe o nome de juro. Para Puccini (2022, p. 2), juro é “a remuneração do capital do credor por este ficar privado do seu uso”. Nesse mesmo sentido, Vieira Sobrinho (2017) assevera que juro é uma remuneração para o capital que foi emprestado, podendo ser compreendido como um aluguel que é pago pelo uso do dinheiro que foi tomado emprestado.

No tocante à forma como o juro é determinado e incorporado ao capital, Bueno, Santos e Cavalcante Filho (2019a) afirmam que podem ser identificados dois regimes econômicos de capitalização, regime de juros simples ou linear e regime de juros composto ou exponencial. Nesse contexto a capitalização do juro é feita de forma periódica, no final de cada período de pagamento, porém, em alguns casos práticos o juro é incorporado de forma instantânea, no qual recebe o nome de juro contínuo (Bueno; Rangel; Santos, 2021).

Com relação ao período de incorporação do juro ao capital, Sandrini e Cherobim (2016) afirmam esse entendimento e apontam que existem dois regimes básicos de capitalização, o regime contínuo e o regime descontínuo. Segundo esses autores, a diferença entre os regimes reside na forma de incorporação do juro ao capital. No regime contínuo a incorporação se dá em intervalos infinitesimais de tempo enquanto na capitalização descontínua os intervalos de tempo são periódicos, ou seja, são finitos.

2.1.1- Regime de Capitalização Periódica a Juros Simples

O regime de capitalização periódica a juros simples tem como principal característica a incidência de juros somente sobre o capital inicial, o qual também é conhecido como principal, ou seja, calculam-se juros de cada período sobre o capital inicial (principal) que foi aplicado (Puccini, 2022).

Com relação à capitalização linear ou simples, de acordo com Sandrini e Cherobim (2016), é classificada como simples uma vez que base da incidência da taxa de juros é simples, sendo composta por um único valor, na data zero que, em geral, é chamado de capital inicial. Dessa forma, o juro simples exige um único período de capitalização, podendo ser incorporado ao capital, mas não se torna base de cálculo para novos juros em períodos subseqüentes.

No regime de capitalização simples, o juro em cada período é calculado sempre sobre o capital inicial, logo o juro produzido em cada período é constante e proporcional ao capital, sendo calculado por meio da expressão a seguir:

$$\mathrm{J} = \mathrm{C} \,.\, \mathrm{i} \,.\, \mathrm{n} \qquad \text{(Equação I)}$$

Em que , J é o juro, C o capital inicial, i é a taxa de juros e n o número de períodos.

O montante acumulado ao final do período de capitalização é igual à soma do capital inicial com os juros incorridos no período, sendo calculado através da expressão a seguir:

$$\mathrm{M} = \mathrm{C} + \mathrm{J} = \mathrm{C} + \mathrm{C} \,.\, \mathrm{i} \,.\, \mathrm{n}$$

$$\mathrm{M} = \mathrm{C}\,(1 + \mathrm{i} \,.\, \mathrm{n}) \qquad \text{(Equação II)}$$

Em que, M é o montante, C o capital inicial, i é a taxa de juros e n o número de períodos. O termo entre parênteses é conhecido como fator de acumulação de capital.

2.1.2- Regime de Capitalização Periódica a Juros Compostos

No regime de capitalização periódica a juros compostos, a principal característica é a incidência de juros sobre o capital acrescido dos juros do período anterior, ou seja, "os juros de cada período são sempre calculados sobre o saldo devedor/credor do início dos respectivos períodos, que inclui os juros vencidos e não pagos" (Puccini, 2022, p. 35).

Segundo Sandrini e Cherobim (2016), é denominada composta porque a base da incidência da taxa é composta, formada pelo capital inicial juntamente com os juros formados nos períodos antes da capitalização, total ou parcial. Dessa forma, o juro composto exige mais de um período de capitalização, visto que o fracionamento de prazo é característica da capitalização composta.

Conforme Castelo Branco (2018), os juros compostos podem se compreendidos como o que é chamado popularmente de juros sobre juros, ou o cálculo exponencial de juros. Com relação ao regime de capitalização periódica a juros compostos. Já Rovina (2019, p. 27) assevera que "sua concepção matemática é uma função exponencial, onde a taxa de crescimento ou decrescimento, varia exponencialmente em função do tempo".

No regime de capitalização composta, os juros em cada período são calculados de forma exponencial, logo o montante cresce exponencialmente com o tempo. Dessa forma, os juros são calculados por meio da expressão a seguir:

$$J = C\,[(1 + i)^{n} - 1] \qquad \text{(Equação III)}$$

Em que, J é o juro, C o capital inicial, i é a taxa de juros, n o número de períodos e termo entre parênteses é o fator de acumulação de capital.

Assim como no regime de capitalização simples, na capitalização composta o montante acumulado ao final do período de capitalização é igual à soma do capital inicial com o juro incorrido no período, sendo calculado através da expressão a seguir:

$$M = C + J = C + C\,[(1 + i)^{n} - 1]$$

$$M = C\,(1 + i)^{n} \qquad \text{(Equação IV)}$$

Em que M é o montante, C o capital inicial, i é a taxa de juros e n o número de períodos.

Conforme pode ser observado, os dois regimes de capitalização apresentam características semelhantes e diferentes. Com relação às semelhanças tem-se: (1) o montante é a soma do capital com os juros nos dois regimes; (2) o juro é calculado no final do período de capitalização; (3) os períodos são descontínuos, ou seja, são finitos. Com relação às diferenças entre a capitalização periódica a juros simples e a juros compostos tem-se a velocidade de crescimento dos juros visto que na capitalização simples a taxa de crescimento é linear enquanto na capitalização composta a taxa de crescimento é exponencial (Hoji, 2016).

2.1.3- Regime de Capitalização Instantânea a Juros Compostos

Conforme Hoji (2016, p. 68), "existe uma forma de capitalização em que os juros ocorrem a cada instante infinitesimal, conhecida como ***capitalização contínua*** ou ***juros contínuos***". A aplicação dos juros no regime de capitalização instantânea segue a mesma sistemática utilizada na capitalização periódica a juros compostos, diferindo apenas a quantidade de vezes que ocorre capitalização no mesmo período.

Diferentemente da capitalização periódica, na qual o montante cresce em intervalos de tempos discretos, "na capitalização instantânea, os juros são creditados a cada intervalo infinitesimal do tempo e, como decorrência, o montante cresce continuamente com o tempo" (Bueno; Rangel; Santos, 2021, p. 15). Nesse sentido, Hoji (2016, p. 68) afirma que "a taxa correspondente ao infinitésimo de tempo é a ***taxa infinitesimal*** ou ***taxa de juro instantânea***, que é a base para o regime de capitalização contínua" (grifos nossos).

O montante acumulado no regime de capitalização contínua é calculado através da expressão a seguir:

$$\mathbf{M = C \cdot } e^{n \cdot i} \qquad \text{(Equação V)}$$

Em que M é o montante, C o capital inicial, i é a taxa de juros, n o número de períodos, o “*e*” é o número ou constante de Euler que é a base de cálculo do sistema de logaritmos neperianos.

2.2- SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO

Pode-se entender um sistema de amortização, de acordo com Hoji (2016, p. 129), como sendo “um fluxo de caixa em que o valor do empréstimo ou financiamento é concedido no início do prazo da operação financeira, e esse valor, acrescido de juros (e “atualização monetária”, em algumas modalidades), é amortizado até o (ou no) vencimento da operação”. Para Sandrini e Cherobim (2016), sistemas de amortização são as diversas formas utilizadas para se liquidar um empréstimo.

Nesse contexto, Bueno, Santos e Cavalcante Filho (2019b, p. 10) corroboram esse entendimento asseverando que matematicamente, um sistema de amortização “é um algoritmo que determina o saldo devedor de uma dívida em qualquer instante de tempo, de tal sorte a zerar o saldo devedor durante o período acordado no contrato”. Ainda segundo esses autores, “um sistema de amortização é um plano de pagamentos de uma dívida, com determinadas propriedades” (Bueno; Santos; Cavalcante Filho, 2019b, p. 10).

Dessa forma, as propriedades desejáveis em um sistema de amortização de dívidas são: (1) a taxa de juros seja aplicável de forma lógica e matematicamente encadeada; (2) o saldo devedor ao final do contrato seja zero. Nesse sentido, Bueno, Rangel e Santos (2021, p. 92) afirmam que “nos sistemas mais usuais, o principal da dívida vai sendo paulatinamente amortizado por meio de pagamentos periódicos, de forma que, ao final do contrato, o principal da dívida é integralmente pago”.

Sandrini e Cherobim (2016, p. 92) afirmam que a caracterização de um sistema de amortização:

> Se dá por meio da elaboração de planilha de amortização, em que se demonstra com exatidão como um empréstimo será restituído, discriminando o valor dos pagamentos e respectivas datas, o valor da parcela de capital (amortização) e de encargos financeiros (juros), bem como o saldo devedor, após cada pagamento.

Segundo Forger (2010, p. 1), no Brasil existem hoje “vários sistemas de amortização que proporcionam o arcabouço matemático para calcular as prestações e demonstrar a evolução do financiamento ao longo do tempo". Bueno, Rangel e Santos (2021, p. 92) corroboram esse entendimento quando afirmam que "há vários sistemas utilizados, todos eles financeiramente equivalentes, na concessão de empréstimos".

Os sistemas de amortizações, conforme Forger (2010), podem ser assim classificados: (1) sistemas de prestação constante; (2) sistemas de amortização constante; (3) sistemas de amortização mista ou crescente. O sistema de prestação constante a juros compostos é a Tabela *Price* ou sistema francês de amortização, o qual será exposto no tópico seguinte.

2.2.1- Sistema Francês de Amortização (Tabela *Price*)

O Sistema Francês de amortização é mais conhecido no Brasil como sistema *Price* ou Tabela *Price*, foi desenvolvido na França, pelo matemático e filósofo inglês Richard Price, o qual incorporou a teoria dos juros compostos às amortizações de empréstimos e financiamentos (Hoji, 2016; Vieira Sobrinho, 2017).

Conforme Sandrini e Cherobim (2016, p. 93), a principal característica do Sistema Francês de Amortização é "liquidar empréstimos com prestações periódicas e constantes, **não necessariamente mensais**" (grifos nossos). Vieira Sobrinho (2017) corrobora esse entendimento quando afirma que no Sistema da Tabela *Price* as prestações podem ser trimestrais, semestrais ou anuais, bastando que sejam periódicas, sucessivas e de termos vencidos.

Dessa forma, conforme Bueno; Rangel e Santos (2021), a prestação do Sistema *Price* de Amortização é determinada pela fórmula do valor atual de uma série uniforme de pagamentos postecipados, através da expressão a seguir:

$$\text{PMT} = \text{VP} \left[\frac{(1+i)^{n}\, i}{(1+i)^{n} - 1} \right] \qquad \text{(Equação VI)}$$

Em que, PMT é o valor da prestação ou pagamento, VP o valor presente do capital inicial, i é a taxa de juros, n o número de períodos.

De acordo com Sandrini e Cherobim (2016, p. 92), "em qualquer sistema de amortização, o valor do pagamento periódico é igual à soma do valor da amortização e dos juros", além de que os sistemas de amortização apresentam como característica "determinar o juro de cada período fazendo incidir a taxa sobre o saldo devedor anterior". Dessa forma, pode-se utilizar o modelo de planilha contida no Quadro 01 para operacionalizar o Sistema de Amortização Francês:

Quadro 01 – Modelo de Planilha para Sistema de Amortização Francês

Período	Prestação	Juro Devido	Amortização	Saldo Devedor
0				$VP = SD_0$
1	PMT	$J_1 = SD_0 . i$	$A_1 = PMT - J_1$	$SD_1 = SD_0 - A_1$
2	PMT	$J_2 = SD_1 . i$	$A_2 = PMT - J_2$	$SD_2 = SD_1 - A_2$
3	PMT	$J_3 = SD_2 . i$	$A_3 = PMT - J_3$	$SD_3 = SD_2 - A_3$
⋮				
k	PMT	$J_k = SD_{k-1} . i$	$A_k = PMT - J_k$	$SD_k = SD_{k-1} - A_k$
⋮				
n	PMT	$J_n = SD_{n-1} . i$	$A_n = PMT - J_n$	$SD_n = SD_{n-1} - A_n$

Fonte: Adaptado de Sandrini e Cherobim (2016).

No Quadro 01 tem-se: (1) o valor da prestação constante (PMT), calculado através da expressão (VI); (2) o valor do Juro (J_n) em cada período, calculado multiplicando-se o saldo devedor do período anterior (SD_{n-1}) pela taxa de juros; (3) a amortização (A_n) calculada pela subtração do valor do juro (J_n) da prestação (PMT); e (4) o saldo devedor (SD_n), calculado subtraindo-se do saldo devedor do período anterior (SD_{n-1}) a amortização do período atual (A_n).

2.3- Anatocismo

O termo anatocismo, conforme Drezza (2021), é muito utilizado para designar a incidência de juros sobre juros, porém, pelo fato do termo ter origem grega (*anatokismós*; ana = repetição e tokismós = juro), não aparece na legislação brasileira, fato este que tem ocasionado diversas interpretações distanciadas de sua etimologia e até da boa técnica matemática quanto ao seu alcance.

Nesse contexto, o anatocismo é um tema que tem gerado muita discussão entre os estudiosos da matemática financeira, peritos judiciais e operadores do direito, como advogados e juízes. Enquanto alguns negam a existência do anatocismo no cálculo de juros nos principais sistemas de amortização, outros consideram sua existência e afirmam que essa é uma prática abusiva e ilegal. Dessa forma, Esse tema é objeto de inúmeros debates e discussões no campo jurídico e financeiro, visto que sua prática pode levar a cobrança de juros abusivos e à exploração do devedor.

A interligação do termo anatocismo entre a matemática financeira e a área jurídica pode ser observada em Nogueira (2013, p. 19), quando este afirma:

> É importante destacar que, na disciplina matemática financeira, a capitalização de juro significa a provocação dos mesmos efeitos do juro sobre juro pela via da aplicação do juro composto. Tal prática, em direito, é chamada de anatocismo, palavra universal de etimologia grega, com relação de sinonímia com juro composto, um termo mais moderno, porém que não perde sua essência.

Sandrini e Cherobim (2016, p. 25), entendem que "anatocismo é a cobrança de juros sobre juros vencidos e não pagos, característica de capitalização composta". Puccini (2022, p. 306) assevera que anatocismo "é o termo jurídico para se referir à capitalização de juros, ou cobrança de "juros sobre juros", proibida por lei quando praticada em períodos inferiores a um ano, exceto se autorizada por instrumentos legais específicos".

Alguns dos instrumentos legais específicos aos quais Puccini (2022) se refere, que autorizam a capitalização de juros em períodos inferiores a um ano são: (1) Súmula nº 93/1993 – STJ; (2) Lei nº 9.514/1997; (3) MP nº 1.963-17/2000, a qual foi reeditada várias vezes até a edição da MP nº 2.170-36/2001; (4) Lei nº 10.931/2004; (5) Lei nº 11.977/2009; (6) Súmula nº 539/2015 – STJ.

Esses instrumentos regulam as operações de crédito (empréstimos e financiamentos), realizadas por instituições integrantes do Sistema Financeiro Nacional (SFN), Sistema Financeiro da Habitação (SFH) e Sistema Financeiro Imobiliário (SFI), os quais conformam "a legalidade do emprego da Tabela Price no ordenamento jurídico brasileiro" (Drezza, 2021).

3- METODOLOGIA

Segundo Lakatos e Marconi (2003), pesquisa é um procedimento formal, com método de pensamento reflexivo, que requer um tratamento científico e se constitui no caminho para conhecer a realidade ou para descobrir verdades parciais. Para Beuren *et al.* (2006), a pesquisa investiga o ambiente em que o homem vive e o próprio homem. É um processo que se inicia com a identificação de um problema e termina com uma resposta, que pode ser aceita pela comunidade científica ou dar origem a novas pesquisas.

Cervo, Bervian e Silva (2007) entendem a pesquisa como uma atividade para a investigação de problemas teóricos ou práticos por meio do emprego de processos científicos. Para esses autores a pesquisa é dotada de três elementos imprescindíveis, quais sejam: dúvida/problema; método científico; e resposta/solução. Cada abordagem ou busca admite níveis diferentes de aprofundamento e enfoques específicos conforme o objeto de estudo, os objetivos visados e a qualificação do pesquisador.

Gil (2008) classifica as pesquisas, com base em seus objetivos gerais, em três grandes grupos: pesquisas exploratórias, pesquisas descritivas e pesquisas explicativas. Para esse autor, a pesquisa descritiva tem como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno, enquanto a pesquisa exploratória tem o objetivo de proporcionar maior familiaridade com o problema estudado.

Nesse contexto, a presente pesquisa pode ser caracterizada como exploratória, pois objetiva a familiarização do pesquisador com o tema abordado. Quanto à forma, a pesquisa é caracterizada como bibliográfica, pois foi construída com base em material bibliográfico já publicado tais como livros, artigos de periódicos, dissertações, teses, entre outros, (Gil, 2008).

Após o levantamento bibliográfico realizado em livros, artigos de periódicos, dissertações, teses e em sites especializados no assunto, o material foi catalogado e os algoritmos estudados foram todos replicados utilizando-se o aplicativo de planilhas eletrônicas Excel da Microsoft.

4 – RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1- INVESTIGAÇÃO DO ANATOCISMO NA TABELA *PRICE*

A conformação do arcabouço legal a autorizar a capitalização em prazo inferior a um ano, associado ao fato de que a Tabela *Price* é um dos sistemas de amortização mais empregado no país (Rovina, 2019; Sandrini; Cherobim, 2016; Hoji, 2016), sugerem a ocorrência de anatocismo na sua sistemática de cálculo. Nesse sentido, Bueno, Santos e Cavalcante Filho (2019b, p.9) entendem que, de um modo geral, sistemas de amortização como a Tabela *Price*, "implicam a prática do anatocismo, ou seja, a cobrança de juros sobre juros". Antonik e Assunção (2006, p. 133), asseveram que "não há como negar que o anatocismo está presente na Tabela Price".

Em sentido diverso, Faro (2013, p. 294) enfatiza que nos financiamentos utilizando a Tabela *Price*, desde que "não haja prestação em atraso, não há a presença de anatocismo" e Puccini (2022) entende que a ocorrência de anatocismo na Tabela *Price* pode ser eliminada se houver o desdobramento da prestação em amortização e juros, conforme prática adotada nos compêndios internacionais.

Para demonstrar a ocorrência de anatocismo na Tabela *Price*, Antonik e Assunção (2006) fizeram a análise do Sistema Price de amortização partindo do conceito de fluxo de caixa descontado, visto que o conceito de valor do dinheiro no tempo é muito importante para a matemática financeira. Dessa forma, inicialmente considera-se um empréstimo de R$ 6.000,00, tomado a uma taxa de 10% ao mês, que deve ser quitado em seis parcelas iguais e mensais.

O valor da prestação, utilizando a fórmula do Sistema *Price* de Amortização para uma série uniforme de pagamentos postecipados, será:

$$\mathbf{PMT = VP}\ [\ \frac{(1+i)^n\ i}{(1+i)^n-1}\ ] \qquad \mathbf{PMT =} 6.000{,}00\ [\ \frac{(1+0{,}10)^6\ 0{,}10}{(1+0{,}10)^6-1}\ ]$$

$$\mathbf{PMT =} 6.000{,}00\ (\ \frac{0{,}1771561}{0{,}771561}\ ) \qquad \mathbf{PMT =} 1.377{,}64$$

A partir do cálculo da prestação pelo Sistema *Price* e com o auxílio do aplicativo Excel da Microsoft é possível montar a planilha com o detalhamento da amortização do empréstimo, conforme pode ser observado na Tabela 1.

Tabela 1 – Detalhamento da amortização do empréstimo pelo Sistema *Price*

SISTEMA FRANCÊS DE AMORTIZAÇÃO - TABELA *PRICE*				
Valor do Empréstimo (R$)		Nº de Meses - n	Taxa de Juros - *i* (a.m.)	Prestação - PMT (R$)
6.000,00		6	10%	1.377,64
DEMONSTRATIVO MENSAL				
n	**Prestação - PMT (R$)**	**Juros (R$)**	**Amortização (R$)**	**Saldo Devedor (R$)**
0				6.000,00
1	1.377,64	600,00	777,64	5.222,36
2	1.377,64	522,24	855,41	4.366,95
3	1.377,64	436,69	940,95	3.426,00
4	1.377,64	342,60	1.035,04	2.390,95
5	1.377,64	239,10	1.138,55	1.252,40
6	1.377,64	125,24	1.252,40	0,00
Total	**8.265,87**	**2.265,87**	**6.000,00**	

Fonte: Elaboração do autor com base nos dados do exemplo

Conforme pode ser observado na Tabela 1, o empréstimo de R$ 6.000,00, contraído a uma taxa de 10% ao mês é totalmente liquidado em seis parcelas mensais fixas, com valor de R$ 1.377,64 cada uma. Também é possível observar que os juros são decrescentes enquanto a amortização é crescente, conforme preceitua o Sistema *Price*.

A partir dos dados desse exemplo, com o propósito de investigar a ocorrência de anatocismo na Tabela *Price*, utilizar-se-á a sistemática adotada por Antonik e Assunção (2006), os quais desenvolveram uma planilha de detalhamento, conforme mostrado na Tabela 2.

Tabela 2 – Detalhamento da amortização do empréstimo pelo Sistema *Price*

Nº da Parcela	**Saldo Devedor Inicial [Capital] (SD_i)**	**Prestação obtida da Tabela Price (PMT)**	**Capital pago ou Valor Presente (VP)**	**Saldo Devedor após pagto (SD_n)**	**Juros do mês (J)**	**Juros Acumulados [juros do mês + não pagos] (JA)**	**Juros pagos no mês (Jpg)**	**Juros não pagos (Jnpg)**	**Saldo Devedor Final (SD_f)**
Fórmula	= SD_n			SD_i - VP	SD_f x i	J + Jnpg	PMT - VP	JA - Jpg	SD_n + Jnpg
0									6.000,00
1	6.000,00	1.377,64	1.252,40	4.747,60	600,00	600,00	125,24	474,76	5.222,36
2	4.747,60	1.377,64	1.138,55	3.609,05	522,24	997,00	239,10	757,90	4.366,95
3	3.609,05	1.377,64	1.035,04	2.574,00	436,69	1.194,59	342,60	851,99	3.426,00
4	2.574,00	1.377,64	940,95	1.633,05	342,60	1.194,59	436,69	757,90	2.390,95
5	1.633,05	1.377,64	855,41	777,64	239,10	997,00	522,24	474,76	1.252,40
6	777,64	1.377,64	777,64	0,00	125,24	600,00	600,00	0,00	0,00
Total		**8.265,87**	**6.000,00**				**2.265,87**		

Fonte: Adaptado de Antonik e Assunção (2006)

Conforme pode ser visto, a Tabela 2 é composta por dez colunas. A primeira coluna traz a ordem (n) de cada parcela. A segunda coluna traz o saldo devedor inicial (SD_i) e seu controle após o pagamento do valor principal de cada parcela. A terceira coluna indica o valor da prestação fixa (PMT), calculada conforme os ditames da Tabela *Price*. A quarta coluna apresenta o valor presente (VP) da prestação, calculado descontando o valor dos juros mês a mês. Para calcular o valor presente da prestação usamos a seguinte fórmula:

$\mathbf{VP} = \frac{\mathrm{PMT}}{(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}}}$, para o primeiro período n = 1, tem-se

$\mathbf{VP} = \frac{\mathbf{1.377,64}}{(\mathbf{1+0,10})^{\mathbf{1}}}$, logo **VP** = 1.252,40

Esse procedimento é realizado em todas as parcelas visto que extrai o valor do juro presente na parcela, ficando apenas o valor principal.

A quinta coluna corresponde ao saldo devedor (SD_n) após o pagamento do principal presente em cada parcela, é calculado subtraindo-se do saldo devedor inicial o valor presente de cada parcela. A sexta coluna corresponde ao valor dos juros (J) calculados em cada período através da multiplicação da taxa (i) pelo saldo devedor final (SD_f) de acordo com a sistemática prescrita na Tabela Price. A sétima coluna fornece o valor dos juros acumulados (JA) que é calculado pela soma do valor do juro do mês (J) com o valor do juro não pago (Jnpg) do mês anterior.

Na oitava coluna encontra-se o valor do juro pago no mês (Jpg), que é calculado fazendo-se a subtração entre a parcela (PMT) e seu valor presente (VP). No exemplo, o juro (J) do primeiro período, calculado conforme sistema Price é R$ 600,00 e o valor de juro pago no mês (Jpg) é R$ 125,24. Dessa forma resta um valor de juro não pago (Jnpg) igual a R$ 474,76 que é retratado na nona coluna. Esse saldo de juro não pago (Jnpg) é somado ao saldo devedor após pagamento (SDn) para formar o saldo devedor final (SD_f), o qual será a base para o cálculo do valor do juro do próximo período, conforme sistemática da Tabela Price. Dessa forma, a partir da segunda parcela ocorre o anatocismo na Tabela Price visto que no saldo devedor final (SD_f), que corresponde ao saldo devedor do período anterior da Tabela Price, está presente valor de juro que não foi pago no período anterior.

Bueno, Santos e Cavalcante Filho (2019b) apresentaram um algoritmo geral de amortização capaz de decompor os componentes de qualquer sistema de amortização, o qual pode ser usado nos casos de capitalização simples e também nos casos de capitalização composta. Na sequência utiliza-se o algoritmo apresentado por esses autores, os quais mostraram a evidência da composição de juros no Sistema *Price* de Amortização.

Na aplicação do algoritmo proposto por Bueno, Santos e Cavalcante Filho (2019b), será usado o mesmo exemplo, qual seja, empréstimo de R$ 6.000,00, tomado a uma taxa de 10% ao mês, que deve ser quitado em seis parcelas iguais e mensais. Os dados encontrados podem ser vistos nas Tabelas 3 e 4 a seguir.

Tabela 3 – Detalhamento do algoritmo de amortização de empréstimo pelo Sistema *Price*

		Decomposição do Valor Financiado						
		$P_t = R_t \times (1 + r)^{-t}$						$P = \sum_{t=1}^{n} P_t$
		P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P
		1.252,40	1.138,55	1.035,04	940,95	855,41	777,64	**6.000,00**
r = 10% a. m.		Decomposição dos Juros						
t	R_t	$J_{t,j} = r \times (1 + r)^{t-1} P_j$						$J_t = \sum_{j=t}^{n} J_{t,j}$
		$J_{t,1}$	$J_{t,2}$	$J_{t,3}$	$J_{t,4}$	$J_{t,5}$	$J_{t,6}$	J_t
1	1.377,64	125,24	113,85	103,50	94,09	85,54	77,76	600,00
2	1.377,64	-	125,24	113,85	103,50	94,09	85,54	522,24
3	1.377,64	-	-	125,24	113,85	103,50	94,09	436,69
4	1.377,64	-	-	-	125,24	113,85	103,50	342,60
5	1.377,64	-	-	-	-	125,24	113,85	239,10
6	1.377,64	-	-	-	-	-	125,24	125,24
JUROS EM CADA PARCELA		**125,24**	**239,10**	**342,60**	**436,69**	**522,24**	**600,00**	**2.265,87**

Fonte: Adaptado de Bueno *et al* (2019b)

Para preservar ao máximo o algoritmo proposto pelos autores, buscou-se manter as mesmas variáveis utilizadas na representação das grandezas envolvidas. Dessa forma, explica-se a associação entre as variáveis da Tabela 3 e da Tabela *Price*. Na Tabela 3 a taxa de juros é representada pela letra "r", o número de períodos é representado pela letra "t". O fluxo de caixa ou as parcelas do empréstimo são representadas por "R_t" que corresponde a t-ésima parcela do financiamento, com t = 1,2, ..., n.

Cada uma das parcelas "R_t" trazidas a data zero do empréstimo, através da fórmula $P_t = R_t \times (1 + r)^{-t}$, com t = 1, 2, ... , n, dá origem a uma "P_t" correspondente a t-ésima parcela do principal. Logo tem-se a decomposição do valor financiado cujo somatório corresponde ao valor principal “P” emprestado, ou seja, $P = \sum_{t=1}^{n} P_t$. Conforme se depreende, cada uma das “P_t” corresponde a parcela de amortização do principal.

Conforme pode ser observado na Tabela 3, os juros em cada parcela são calculados por intermédio da fórmula $J_{t,j} = r \times (1 + r)^{t-1} P_j$, em que “$J_{t,j}$” corresponde ao valor do juro sobre a t-ésima parcela do financiamento e está relacionado com a j-ésima parcela do principal. Os juros totais sobre o empréstimo são calculados por meio da fórmula $J_t = \sum_{j=t}^{n} J_{t,j}$. Ressalte-se que a última linha (Juros em cada parcela) da Tabela 3 não existe no trabalho original de Bueno, Santos e Cavalcante Filho (2019b), ela foi posta apenas para destacar o valor dos juros mensais em cada parcela do empréstimo e mostrar que é o mesmo valor encontrado por Antonik e Assunção (2006).

Na Tabela 3 é possível observar que o total dos juros calculados na sistemática apresentada no algoritmo proposto por Bueno, Santos e Cavalcante Filho (2019b) é exatamente igual ao total de juros calculados no Sistema *Price*, conforme pode ser visto na Tabela 4 logo abaixo.

Tabela 4 – Detalhamento do saldo devedor de empréstimo pelo Sistema Price

SISTEMA PRICE DE AMORTIZAÇÃO				
t	Amortização	Juros	Prestação	Saldo Devedor
	$A_t = R_t - J_t$	J_t	R_t	$SD_t = (1+r)^t \sum_{j=t+1}^{n} P_j$
0				6.000,00
1	777,64	600,00	1.377,64	5.222,36
2	855,41	522,24	1.377,64	4.366,95
3	940,95	436,69	1.377,64	3.426,00
4	1.035,04	342,60	1.377,64	2.390,95
5	1.138,55	239,10	1.377,64	1.252,40
6	1.252,40	125,24	1.377,64	0,00
Total	**6.000,00**	**2.265,87**	**8.265,87**	

Fonte: Adaptado de Bueno *et al* (2019b)

Na Tabela 4 tem-se a reprodução do empréstimo de R$ 6.000,00 a uma taxa de juros mensal de 10% ao mês a ser pago em seis parcelas mensais e iguais de R$ 1.377,64. Nesta tabela, Bueno, Santos e Cavalcante Filho (2019b) mostram que o saldo devedor do empréstimo pode ser encontrado a qualquer momento e é igual ao somatório das t-ésimas parcelas do principal de cada uma das parcelas do empréstimo, atualizado pela taxa de juros do empréstimo. De acordo com Bueno (2012, p. 82) “Isso indica que qualquer sistema de amortização implica juros sobre juros. Todas as parcelas a pagar foram capitalizadas pela taxa de juros r no período t, durante os t períodos”.

Dessa forma, tanto Antonik e Assunção (2006), quanto Bueno (2012) e Bueno, Santos e Cavalcante Filho (2019b) mostram que existe a incidência de juros sobre juros ou anatocismo na sistemática de cálculo da Tabela *Price*.

4.2- PROPOSTAS DE ALGORITMOS ALTERNATIVOS PARA SUBSTITUIR A TABELA PRICE

Na literatura, é possível encontrar alguns sistemas de amortização de dívidas que foram criados com o objetivo de serem utilizados em substituição ao Sistema *Price*, em virtude dos constantes questionamentos judiciais acerca da ocorrência de anatocismo na Tabela *Price*. Nesta seção analisam-se alguns algoritmos alternativos à Tabela *Price*, quais sejam: (1) algoritmo proposto por Forger (2009) para ser usado em um Sistema de Prestação Constante a juros simples = Método de Gauss; (2) sistema de amortização com prestações constantes e capitalização simples proposto por Bueno, Santos e Cavalcante Filho (2019b); (3) Sistema de Amortização por Múltiplos Contratos, proposto por Bueno (2012).

4.2.1- Sistema de Prestação Constante a juros simples = Método de Gauss

Esse algoritmo foi apresentado por Forger (2009), o qual permite construir demonstrativos de evolução do financiamento ao longo do tempo, utilizando-se o regime de capitalização simples. Para fins de comparação com a Tabela *Price*, na aplicação do algoritmo proposto por Forger (2009), será usado o mesmo exemplo, qual seja, empréstimo de R$ 6.000,00, tomado a uma taxa de 10% ao mês, que deve ser quitado em seis parcelas iguais e mensais. Os dados encontrados podem ser vistos na Tabelas 5.

Tabela 5 – Demonstrativo do saldo devedor do empréstimo pelo Método de Gauss

SISTEMA DE PRESTAÇÃO CONSTANTE A JUROS SIMPLES - MÉTODO DE GAUSS				
Valor do Empréstimo (R$)	Nº de Meses - n	Taxa de Juros - *i* (a.m.)	Prestação - PMT (R$)	Fator de Ponderação
6.000,00	6	10%	1.280,00	0,80

DEMONSTRATIVO DO FINANCIAMENTO								
N	PRESTAÇÃO TOTAL (PMT)	PRESTAÇÃO PARTE CAPITALIZÁVEL (P^C)	SALDO CAPITALIZÁVEL (S^C)	JUROS S/ SALDO CAPITALIZÁVEL	PRESTAÇÃO PARTE NÃO CAPITALIZÁVEL (P^N)	SALDO NÃO CAPITALIZÁVEL (S^N)	SALDO TOTAL	N
0			4.800,00			1.200,00	6.000,00	0
1	1.280,00	800,00	4.000,00	480,00	480,00	1.200,00	5.200,00	1
2	1.280,00	800,00	3.200,00	400,00	480,00	1.120,00	4.320,00	2
3	1.280,00	800,00	2.400,00	320,00	480,00	960,00	3.360,00	3
4	1.280,00	800,00	1.600,00	240,00	480,00	720,00	2.320,00	4
5	1.280,00	800,00	800,00	160,00	480,00	400,00	1.200,00	5
6	1.280,00	800,00	0,00	80,00	480,00	0,00	0,00	6
TOTAL				**1.680,00**				

Fonte: Adaptado de Forger (2009)

No algoritmo de Forger (2009) o saldo devedor e as prestações são subdivididos em uma parte capitalizável e uma parte não capitalizável, conforme pode ser observado na Tabela 5. O saldo inicial capitalizável (S_0^C) é definido pela expressão $S_0^C = C.f$ e o saldo inicial não capitalizável (S_0^N) é definido pela expressão $S_0^N = C(1 - f)$, onde é f o fator de ponderação e ($0 \leq f \leq 1$). O fator de ponderação f é calculado pela seguinte:

$\boldsymbol{f} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1+}\ \boldsymbol{i}(\mathbf{n-1})/\mathbf{2}}$, onde *i* é a taxa de juros do empréstimo e n o número de parcelas, ou seja, o fator de ponderação depende apenas da taxa de juros e do número de parcelas.

No exemplo tem-se: $\boldsymbol{f} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1+\ 0{,}10(6\ -1)/2}}$

$\boldsymbol{f} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1+\ 0{,}25}}$, logo o fator de ponderação $f =\ 0{,}80$

O saldo inicial capitalizável é $S_0^C = 6.000{,}00\ x 0{,}80$, o resultado é $S_0^C = 4.800{,}00$. Já o saldo inicial não capitalizável é $S_0^N = 6.000{,}00(1 - 0{,}80)$ = 1.200,00 , conforme pode ser visto na Tabela 5. O saldo total é o somatório do saldo capitalizável (S^C) com o saldo não capitalizável (S^N).

A prestação total (PMT) é calculada através da expressão: $\mathbf{PMT} = \frac{\mathbf{C}}{\mathbf{n}} \frac{\mathbf{1+}\boldsymbol{in}}{\mathbf{1+i(n-1)/2}}$ No caso do exemplo tem-se $\mathbf{PMT} = \frac{\mathbf{6.000{,}00}}{\mathbf{6}} \frac{\mathbf{1+0{,}10}\ \boldsymbol{x}\ \mathbf{6}}{\mathbf{1+\ 0{,}10(6-1)/2}}$, logo PMT = $1.280{,}00$.

Nesse algoritmo, a parte da prestação destinada à amortização do saldo capitalizável (P^C) coincide com a própria amortização (A^C), sendo calculada pela expressão:

$\boldsymbol{P^C} = A^C = \frac{\mathbf{C}}{\mathbf{n}} \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1+i(n-1)/2}}$. No exemplo tem-se $\boldsymbol{P^C} = \frac{\mathbf{6.000,00}}{\mathbf{6}} \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1+\ 0,10(6-1)/2}}$, logo $\boldsymbol{P^C} = 800{,}00$.

A parte da prestação destinada à amortização do saldo não capitalizável (P^N) é calculada pela expressão: $\boldsymbol{P^N} = \frac{\mathbf{C}}{\mathbf{n}} \frac{\mathbf{in}}{\mathbf{1+i(n-1)/2}}$. No exemplo tem-se $\boldsymbol{P^N} = \frac{\mathbf{6.000,00}}{\mathbf{6}} \frac{\mathbf{0,10\ x\ 6}}{\mathbf{1+\ 0,10(6-1)/2}}$, logo $\boldsymbol{P^N} = 480{,}00$.

A amortização do saldo não capitalizável em cada período (A_k^N) é calculada pela expressão: $\boldsymbol{A_k^N} = \frac{\mathbf{C}}{\mathbf{n}} \frac{\mathbf{i(k-1)}}{\mathbf{1+i(n-1)/2}}$. No segundo período do exemplo tem-se

$\boldsymbol{A_2^N} = \frac{\mathbf{6.000,00}}{\mathbf{6}} \frac{\mathbf{0,10\ (2-1)}}{\mathbf{1+\ 0,10(6-1)/2}}$, logo $\boldsymbol{A_2^N} = 80{,}00$.

O valor do juro sobre o saldo capitalizável em cada período (J_k) é calculado pela expressão: $\boldsymbol{J_k} = \frac{\mathbf{C}}{\mathbf{n}} \frac{\mathbf{i(n-\ k+1)}}{\mathbf{1+i(n-1)/2}}$. No segundo período do exemplo tem-se

$\boldsymbol{J_2} = \frac{\mathbf{6.000,00}}{\mathbf{6}} \frac{\mathbf{0,10\ (6-\ 2+1)}}{\mathbf{1+\ 0,10(6-1)/2}}$, logo $\boldsymbol{J_2} = 400{,}00$.

O valor do saldo devedor capitalizável em cada período ($\boldsymbol{S_k^C}$) é calculado pela expressão: $\boldsymbol{S_k^C} = \mathbf{C} \frac{\mathbf{(n-k)}}{\mathbf{n}} \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1+i(n-1)/2}}$. No segundo período do exemplo tem-se $\boldsymbol{S_2^C} = \mathbf{6.000,00} \frac{\mathbf{(6-2)}}{\mathbf{6}} \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1+\ 0,10(6-1)/2}}$, logo $\boldsymbol{S_2^C} = 3.200{,}00$.

O valor do saldo devedor não capitalizável em cada período ($\boldsymbol{S_k^N}$) é calculado pela expressão: $\boldsymbol{S_k^N} = \mathbf{C} \frac{\mathbf{(n-k)}}{\mathbf{n}} \frac{\mathbf{i(n+k-1)/2}}{\mathbf{1+i(n-1)/2}}$. No segundo período do exemplo tem-se $\boldsymbol{S_2^N} = \mathbf{6.000,00} \frac{\mathbf{(6-2)}}{\mathbf{6}} \frac{\mathbf{0,10(6+2-1)/2}}{\mathbf{1+\ 0,10(6-1)/2}}$, logo $\boldsymbol{S_2^N} = 1.120{,}00$.

Comparando-se os valores encontrados com a utilização do algoritmo proposto por Forger (2009), presentes na Tabela 5, com os valores calculados pelo Sistema *Price*, presentes na Tabela 1, vê-se que existe uma diferença grande no valor das parcelas mensais e também no total do valor dos juros pagos ao final da amortização do empréstimo.

Esse algoritmo proposto por Forger (2009) e utilizado por Nogueira (2013) foi sugerido nas contestações judiciais ao Sistema *Price*, como sendo um sistema linear de amortização de dívidas para substituir o sistema exponencial. Porém, Faro (2014) afirma que o método de Gauss, o qual tem por base o regime de juros simples, não satisfaz as condições de consistência financeira.

Bueno, Santos e Cavalcante Filho (2020), observam que apesar do lado positivo para o devedor, pois as parcelas são menores e o valor dos juros também, o método de Gauss deve ter seu uso fortemente desencorajado em virtude do mesmo não satisfazer nenhum dos princípios desejáveis em um sistema de amortização, quais sejam esses princípios: (1) ser economicamente consistente; (2) o algoritmo matemático do saldo devedor deve ser de fácil compreensão; (3) o sistema deve ser economicamente viável.

4.2.2- Sistema de Amortização com Prestações Constantes e Capitalização Simples

No algoritmo geral de amortização proposto por Bueno, Santos e Cavalcante Filho (2019b), esses autores previram a possibilidade de aplicá-lo em qualquer sistema de amortização, inclusive em sistemas empregando capitalização simples. Dessa forma, passa-se a analisar um sistema com prestações constantes, igual ao Sistema Price, porém com capitalização simples, conforme pode ser visto na Tabela 6.

Tabela 6 – Algoritmo de amortização com prestações constantes e capitalização simples

		Decomposição do Valor Financiado						
		$P_t = R_t \times (1 + r't)^{-1}$						$P = \sum_{t=1}^{n} P_t$
		P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P
		1.234,46	1.118,23	1.022,01	941,03	871,95	812,32	**6.000,00**
r' = 11,599 % a. m		**Decomposição dos Juros**						
t	R_t	$J_{t,j} = r' \times P_j$						$J_t = \sum_{j=t}^{n} J_{t,j}$
		$J_{t,1}$	$J_{t,2}$	$J_{t,3}$	$J_{t,4}$	$J_{t,5}$	$J_{t,6}$	J_t
1	1.377,64	143,18	129,70	118,54	109,15	101,14	94,22	695,94
2	1.377,64	-	129,70	118,54	109,15	101,14	94,22	552,75
3	1.377,64	-	-	118,54	109,15	101,14	94,22	423,05
4	1.377,64	-	-	-	109,15	101,14	94,22	304,51
5	1.377,64	-	-	-	-	101,14	94,22	195,36
6	1.377,64	-	-	-	-	-	94,22	94,22
JURO EM CADA PARCELA		**143,18**	**259,40**	**355,62**	**436,60**	**505,70**	**565,32**	**2.265,83**

Fonte: Adaptado de Bueno, Santos e Cavalcante Filho (2019b)

Aqui mais uma vez, para preservar ao máximo o algoritmo proposto pelos autores, buscou-se manter as mesmas variáveis utilizadas na representação das grandezas envolvidas. Na Tabela 6, a única mudança em relação à Tabela 3 é a taxa de juros, aqui representada pela letra “ r’ ”, que representa a taxa de juros simples. Vale salientar que os autores usaram a estratégia, aqui repetida, de manter o mesmo valor da parcela "$\mathbf{R_t}$" calculada para o empréstimo utilizando a Tabela *Price*. Nesse estudo também foi utilizada a mesma parcela mensal no valor $\mathbf{R_t}$ = 1.377,64.

A estratégia adotada por Bueno, Santos e Cavalcante Filho (2019b) serve para mostrar que, nos casos discutidos no judiciário acerca da utilização da Tabela *Price* nos empréstimos e financiamentos, quando há indicação de substituição do Sistema *Price* pelo Sistema de Amortização a Juros Simples, a instituição financeira pode simplesmente substituir a taxa de juros para um valor conveniente que, mantendo as mesmas parcelas do empréstimo, o valor dos juros pagos permanecem o mesmo, apesar de ser trocada a amortização a juros compostos pela amortização linear.

No exemplo utilizado para ilustração da Tabela 6, o valor do empréstimo foi mantido em R$ 6.000,00, a ser amortizado em seis parcelas mensais e iguais, sendo agora a taxa de juros simples r' = 11,599% ao mês.

Cada uma das parcelas "R_t" trazidas a data zero do empréstimo, através da fórmula $P_t = R_t \times (1 + r't)^{-1}$, com t = 1, 2, ... , n, dá origem a uma "P_t" correspondente a t-ésima parcela do principal. Logo tem-se a decomposição do valor financiado cujo somatório corresponde ao valor principal "P" emprestado, ou seja $P = \sum_{t=1}^{n} P_t$. Conforme se depreende, cada uma das "P_t" corresponde a parcela de amortização do principal.

Os juros em cada parcela são calculados por intermédio da fórmula $J_{t,j} = r' \times (1 + r)^{t-1} P_j$. Os juros totais sobre o empréstimo são calculados por meio da expressão $J_t = \sum_{j=t}^{n} J_{t,j}$. Observe-se que o total de juros do empréstimo é igual ao total de juros encontrado no exemplo utilizando a Tabela *Price*. Conforme dito anteriormente, essa estratégia mostra que a substituição da Tabela *Price* pela amortização usando juros simples não altera o valor dos juros do empréstimo, desde que seja adotada uma taxa de juros conveniente.

Na Tabela 7 é possível observar como ficaria a construção de uma planilha para o controle mensal do empréstimo.

Tabela 7 – Detalhamento do saldo devedor da amortização com prestações constantes e capitalização simples

SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO LINEAR COM PRESTAÇÕES CONSTANTES				
t	**Amortização**	**Juros**	**Prestação**	**Saldo Devedor**
	$A_t = R_t - J_t$	**J_t**	**R_t**	$SD_t = (1 + r't) \sum_{j=t+1}^{n} P_j$
0				6.000,00
1	681,70	695,94	1.377,64	5.318,29
2	824,89	552,75	1.377,64	4.493,41
3	954,59	423,05	1.377,64	3.538,83
4	1.073,13	304,51	1.377,64	2.465,70
5	1.182,28	195,36	1.377,64	1.283,42
6	1.283,42	94,22	1.377,64	0,00
Total	**6.000,00**	**2.265,84**	**8.265,84**	

Fonte: Adaptado de Bueno, Santos e Cavalcante Filho (2019b)

Na Tabela 7 tem-se a planilha com o detalhamento das parcelas do sistema de amortização linear com prestações constantes. Conforme pode ser observado, os juros em cada período não são calculados como sendo o produto da taxa pelo saldo devedor do período anterior. De acordo com Bueno, Santos e Cavalcante Filho (2019b), a forma de calcular os juros utilizando a regra da multiplicação do saldo anterior pela taxa de juros é característica da capitalização composta e por isso não se aplica no caso de capitalização simples.

Além do Sistema *Price* e do Sistema de Amortização Linear com prestações Constantes, o algoritmo apresentado pelos autores também é compatível com outros sistemas de amortização como o SAC, Sistema de Amortização Linear com Parcelas do SAC e Sistema de Amortização Linear com Prestações Linearmente Crescentes.

4.2.3- Sistema de Amortização por Múltiplos Contratos (SMC)

Com relação ao Sistema de Amortização Francês, Bueno, Giovannetti e Rangel (2013, p. 164) afirmam que ele é regido por uma hipótese implícita que é raramente formulada nos contratos, qual seja, "o sistema Francês pressupõe que a dívida seja repactuada periodicamente sempre à mesma taxa inicialmente contratada *r*". Ainda conforme os autores, essa hipótese funciona a contento para se obter o saldo devedor da dívida, porém "é pouco apropriada para determinar a participação dos juros e do principal em cada parcela".

Para superar essa lacuna identificada nos financiamentos via Tabela *Price*, Bueno (2012, p. 14) sugeriu uma estratégia de arbitragem que consiste em "transformar o empréstimo convencional em *n* empréstimos simples, cada um com vencimento diferente, porém todos com o mesmo pagamento *R* e descontados à mesma taxa *r*". A essa estratégia o autor deu o nome de Sistema de Múltiplos Contratos (SMC).

Conforme Bueno, Giovannetti e Rangel (2013, p. 164) "empréstimo simples é aquele em que o valor emprestado é devolvido de uma vez ao final do período acordado, inexistindo, portanto, parcelas intermediárias". Dessa forma, o valor inicial "P_0" e o valor a ser devolvido "S" se relacionam da seguinte maneira: $J_n = S - P_0$, onde J_n é o valor do juro do período "n". A amortização $A_n = S - J_n$, o que resulta em $A_n = P_0$. A equação utilizada para cálculo da parcela é a mesma utilizada no Sistema Price. Para ilustração do algoritmo para amortização por múltiplos contratos proposto por Bueno (2012), utiliza-se o empréstimo no valor de R$ 6.000,00, a ser amortizado em seis parcelas mensais e iguais e taxa de juros r = 10% ao mês, para fins de compatibilidade do algoritmo com a Tabela Price.

Tabela 8 – Amortização por múltiplos contratos proposta por Bueno (2012)

SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO POR MÚLTIPLOS CONTRATOS (SMS)				
Valor do Empréstimo - P (R$)		Nº de Meses - t	Taxa de Juros - *r* (a.m.)	Prestação – R (R$)
6.000,00		6	10%	1.377,64
DEMONSTRATIVO MENSAL				
t	Amortização	Prestação	Juros	Saldo Devedor
	$A_t = R / (1 + r)^t$	$R_t = R$	$J_t = R - A_t$	$P_t = (1+r)^t \sum_{j=t+1}^{n} A_j$
0				6.000,00
1	1.252,40	1.377,64	125,24	5.222,36
2	1.138,55	1.377,64	239,10	4.366,95
3	1.035,04	1.377,64	342,60	3.426,00
4	940,95	1.377,64	436,69	2.390,95
5	855,41	1.377,64	522,24	1.252,40
6	777,64	1.377,64	600,00	0,00
Total	**6.000,00**	**8.265,87**	**2.265,87**	

Fonte: Adaptado de Bueno (2012)

Conforme pode ser observado na Tabela 8, o valor da parcela a pagar é o mesmo que foi encontrado no caso da Tabela *Price*, haja vista que a fórmula utilizada para o seu cálculo é a mesma. Conforme dito anteriormente, a amortização é calculada a partir do valor do principal emprestado $A = P_0$, ou seja, é a parcela R trazida a valor presente. Nessa sistemática de cálculo, os juros de cada período são obtidos por resíduo, ou seja, $J_t = R - A_t$.

Como é possível observar na Tabela 8, o valor total dos juros pagos é idêntico ao valor pago utilizando-se a Tabela *Price* (ver Tabela 1). O valor do saldo devedor em cada período também é idêntico ao calculado com a Tabela *Price* ao que Bueno (2012, p. 16) afirma "é importante notar que as diferenças de definição sobre juros e amortização não têm efeitos sobre o saldo devedor".

Nesse contexto, Bueno, Giovannetti e Rangel (2013, p. 164) informam que a interpretação do conteúdo de cada parcela uniforme é divergente entre o Sistema *Price* e o SMC. Essa divergência se dá sob a ótica matemática e sob a ótica econômica. No campo da matemática a divergência ocorre pelo fato da amortização na Tabela *Price* ocorrer por resíduo, sendo deduzidos juros correspondentes a amortizações ainda a serem liquidadas, enquanto a amortização no SMC corresponde ao valor inicialmente emprestado, ou seja, ela é baseada na fórmula da matemática financeira que relaciona o valor emprestado, a taxa de juros, o valor das parcelas e o prazo de pagamentos. Sob a ótica econômica a divergência ocorre em virtude de no contrato de empréstimo está previsto que é uma operação que será paga em um número "n" de parcelas de valor "R", embora o processamento da operação ocorra como se a divida estivesse sendo repactuada período a período sem previsão contratual.

5 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho teve por objetivo analisar a existência de anatocismo na Tabela *Price*, à luz dos conceitos de matemática financeira e da literatura pertinente, bem como resgatar, na bibliografia especializada sobre a temática, as tentativas de criação de modelos alternativos a esse sistema de amortização de dívidas.

Inicialmente foi feito levantamento bibliográfico na literatura pertinente com vistas a trazer as definições dos termos utilizados na matemática financeira, bem como descrever as fórmulas e expressões usuais de cálculo e suas terminologias. Dessa forma foram discutidos os regimes de capitalização (capitalização periódica a juros simples, capitalização periódica a juros compostos e capitalização instantânea a juros compostos).

Na sequência foi explorado o conceito de sistemas de amortização e abordado especificamente o Sistema Francês de Amortização ou Tabela *Price*, por ser este o sistema de amortização mais utilizado e por ter sido o escolhido para análise nesta pesquisa. Dessa forma foi analisada a discussão da ocorrência de anatocismo na Tabela *Price*, sendo este definido como juros sobre juros, ou seja, ocorre quando os juros são incorporados ao principal para cobrança de novos juros.

Foram trazidos à discussão os argumentos de Faro (2013) e Puccini (2022), os quais enfatizam a não ocorrência de anatocismo na Tabela *Price* pelo fato de haver o desdobramento da prestação em amortização e juros e desde que não haja prestação em atraso. Contrários a esse posicionamento foram trazidos à discussão os entendimentos de Antonik e Assunção (2006), Sandrini e Cherobim (2016), Hoji (2016), Rovina (2019), Bueno (2012) e Bueno, Santos e Cavalcante Filho (2019b) os quais entendem que, de um modo geral, sistemas de amortização como a Tabela *Price* apresentam anatocismo na sua sistemática de cálculo.

Antonik e Assunção (2006) fizeram a análise do Sistema *Price* de amortização partindo do conceito de fluxo de caixa descontado, visto que o conceito de valor do dinheiro no tempo é muito importante para a matemática financeira. Esses autores chegaram a conclusão de ocorrência de anatocismo na Tabela *Price* pelo fato da sistemática de cálculo dos juros adotada existir um valor de juro que não é pago no mês e portanto é inserido no saldo devedor para cobrança de juros no próximo período.

Bueno, Santos e Cavalcante Filho (2019b) apresentaram um algoritmo geral para decomposição de qualquer sistema de amortização, com exceção do Método de Gauss. Quando decompuseram a Tabela *Price*, esses autores demonstraram que o saldo devedor poderia ser encontrado a qualquer momento pelo somatório do valor do principal de cada uma das parcelas atualizadas pela taxa de juros do empréstimo. Dessa forma, Bueno, Santos e Cavalcante Filho (2019b) entendem que em qualquer sistema de amortização ocorre anatocismo pelo fato de todas as parcelas a pagar serem capitalizadas pela taxa de juros, durante todos os períodos.

Como proposta de algoritmos alternativos à Tabela *Price*, nesta pesquisa foram apresentados os seguintes: (1) algoritmo proposto por Forger (2009) para ser usado em um Sistema de Prestação Constante a juros simples = Método de Gauss; (2) sistema de amortização com prestações constantes e capitalização simples proposto por Bueno, Santos e Cavalcante Filho (2019b); e (3) Sistema de Amortização por Múltiplos Contratos (SMC) proposto por Bueno (2012).

O algoritmo proposto por Forger (2009), apesar de ser indicado por alguns tribunais pelo fato de ser mais vantajoso para o devedor, é reprovado por Faro (2014) por não satisfazer as condições de consistência financeira e seu uso também é fortemente desencorajado por Bueno, Santos e Cavalcante Filho (2020), em virtude de não satisfazer aos princípios desejáveis em um sistema de amortização, quais sejam esses princípios: (1) ser economicamente consistente; (2) o algoritmo matemático do saldo devedor deve ser de fácil compreensão; (3) o sistema deve ser economicamente viável.

O algoritmo proposto por Bueno, Santos e Cavalcante Filho (2019b) mostrou que um sistema de amortização com prestações constantes e capitalização a juros simples pode ser utilizado pelas instituições financeiras em substituição à Tabela *Price* visto que o total de juros não se altera, desde que seja adotada uma taxa de juros conveniente.

No Sistema de Amortização por Múltiplos Contratos proposto por Bueno (2012) o autor afirma que "é importante notar que as diferenças de definição sobre juros e amortização não têm efeitos sobre o saldo devedor", visto que no SMC os juros de cada período são obtidos por resíduo, ou seja, $J_t = R - A_t$ enquanto na Tabela *Price* a amortização é que é calculada por resíduo. Bueno, Giovannetti e Rangel afirmam que essa divergência entre o Sistema *Price* e o SMC na interpretação do conteúdo de cada parcela uniforme ocorre na ótica da matemática e na ótica econômica e faz com que a Tabela Price se torne uma ficção difícil de corresponder à realidade dos financiamentos.

O contexto analisado nesta pesquisa, em que foi possível verificar a conformação do arcabouço jurídico a autorizar a capitalização composta em prazo inferior a um ano em alguns casos específicos como nos empréstimos bancários e em financiamentos do sistema financeiro da habitação, por exemplo, associado aos fatos demonstrados por Antonik e Assunção (2006), Bueno (2012), Bueno, Santos e Cavalcante Filho (2019b) sugerem a ocorrência de anatocismo na Tabela *Price*.

Esta pesquisa não teve por escopo esgotar o tema aqui discutido, por este motivo sugere-se que outras pesquisas sejam empreendidas no sentido de trazer novos conhecimentos relacionados com a temática aqui discutida.

REFERÊNCIAS

ANTONIK, Luís Roberto; ASSUNÇÃO, Márcio da Silva. Tabela Price e anatocismo. **RAU - Revista de Administração da Unimep**, São Paulo, v. 4, n. 1, 2006. Disponível em: https://www.raunimep.com.br/ojs/index.php/rau/article/view/236. Acesso em: 05 mar. 2023.

BEUREN, I. M.; LONGARAY, A. A.; RAUPP, F. M.; SOUSA, M. A. B. de; COLAUTO, R. D.; PORTON, R., A. de B. **Como elaborar trabalhos monográficos em contabilidade**: teoria e prática. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2006.

BUENO, Rodrigo De Losso da Silveira. **Amortizações**. 2012. Tese (Livre Docência) – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012. Disponível em: https://repositorio.usp.br/item/002340857 . Acesso em: 18 mai. 2023.

BUENO, Rodrigo De Losso da Silveira; GIOVANNETTI, Bruno Cara; RANGEL, Armênio de Souza. Sistema de amortização por múltiplos contratos: a falácia do sistema francês. **EALR – Economic Analysis of Law Review**, Brasília, v. 4, n. 1, p. 160-180, jan./jun. 2013. Disponível em: https://portalrevistas.ucb.br/index.php/EALR/article/view/4%20EALR%20160. Acesso em: 18 mai. 2023.

BUENO, Rodrigo De Losso da Silveira; RANGEL, Armênio de Souza; SANTOS, José Carlos de Souza. **Matemática financeira moderna**. Reimpressão da 1. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2021.

BUENO, Rodrigo De Losso da Silveira; SANTOS, José Carlos de Souza; CAVALCANTE FILHO, Elias. Natureza econômica dos sistemas de capitalização simples e composta. **Boletim Informações Fipe**, São Paulo, v. 469, p. 11-20, 2019a. Disponível em: https://downloads.fipe.org.br/publicacoes/bif/bif469-11-20.pdf. Acesso em: 14 jan. 2023.

BUENO, Rodrigo De Losso da Silveira; SANTOS, José Carlos de Souza; CAVALCANTE FILHO, Elias. Algoritmo geral para compor um sistema de amortização. **Boletim Informações Fipe**, São Paulo, v. 471, p. 8-20, 2019b. Disponível em: https://downloads.fipe.org.br/publicacoes/bif/bif471.pdf. Acesso em: 14 jan. 2023.

BUENO, Rodrigo De Losso da Silveira; SANTOS, José Carlos de Souza; CAVALCANTE FILHO, Elias. Conjecturas sobre anatocismo. **Boletim Informações Fipe**, São Paulo, v. fe 2020, p. 19-31, 2020. Disponível em: https://downloads.fipe.org.br/publicacoes/bif/bif473a.pdf. Acesso em: 14 jan. 2023.

CASTELO BRANCO, Anísio Costa. **Matemática financeira aplicada**: método algébrico, HP-12C e Microsoft Excel. 4. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2018.

CERVO, A. L.; BERVIAN, P. A.; SILVA, R. da. **Metodologia científica**. 6. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.

DREZZA, Eduardo Roberto Massa. **A conformação da legalidade da capitalização composta de juros na Tabela Price**. 2021. 60 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Direito) - Escola de Direito, Fundação Getúlio Vargas, São Paulo, 2021. Disponível em: https://bibliotecadigital.fgv.br/dspace/handle/10438/30813. Acesso em: 26 fev. 2023.

FARO, Clóvis de. Uma nota sobre amortização de dívidas: juros compostos e anatocismo. **RBE - Revista Brasileira de Economia**, v. 67, n. 3, jul./set. 2013. Disponível em: https://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/rbe/article/view/7266. Acesso em: 05 mar. 2023.

FARO, Clóvis de. Uma nota sobre amortização de dívidas e prestações constantes. **RBE - Revista Brasileira de Economia**, v. 68, n. 3, jul./set. 2014. Disponível em: https://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/rbe/article/view/15506. Acesso em: 05 mar. 2023.

FORGER, Frank Michael. **Saldo capitalizável e saldo não capitalizável**: novos algoritmos para o regime de juros simples. Relatório Técnico RT-MAP-0905, IME-USP, out. 2009. Disponível em: https://www.ime.usp.br/~forger/pdffiles/Saldos.pdf. Acesso em: 16 jan. 2023.

FORGER, Frank Michael. **Algoritmos para o sistema de amortização crescente (SACRE)**. Relatório Técnico RT-MAP-1001, IME-USP, abr. 2010. Disponível em: https://www.ime.usp.br/~forger/pdffiles/SACRE.pdf. Acesso em: 16 jan. 2023.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

HOJI, Masakazu. **Matemática financeira aplicada**: didática, objetiva e prática. 1. ed. São Paulo: Atlas, 2016.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. de A. **Fundamentos de metodologia científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MARINHO, Marcelo Almeida de Moraes. A capitalização dos juros e o conceito de anatocismo. *In*: **Juros: Aspectos econômicos e jurídicos.** Rio de Janeiro: EMERJ, 2012, p. 121-127. Disponível em: https://emerj.tjrj.jus.br/files/pages/publicacoes/serieaperfeicoamentodemagistrados/paginas/series/5/jurosaspectoseconomicos.pdf . Acesso em: 16 jun. 2023.

NOGUEIRA, José Jorge Meschiatti. **Tabela Price:** mitos e paradigmas. 3. ed. Campinas: Millennium Editora, 2013.

PUCCINI, Abelardo de Lima. **Matemática financeira aplicada:** objetiva e aplicada. 11. ed. São Paulo: SaraivaUni, 2022.

ROVINA, Edson. **Uma nova visão da matemática financeira**: perícia financeira em contratos bancários. Joinville: Clube de Autores, 2019.

SANDRINI, Jackson Ciro; CHEROBIM, Ana Paula Mussi Szabo. **Capitalização de juros em renegociação de dívidas**: sistemas de amortização. 2. Impressão. Curitiba: Juruá, 2016.

VIEIRA SOBRINHO, José Dutra. **Matemática financeira aplicada**. 7. ed. – 17. Reimpressão. São Paulo: Atlas, 2017.