A HISTÓRIA DA TRIGONOMETRIA E UMA APROXIMAÇÃO COM A SALA DE AULA

Daniele Leite Almeida
adanyele418@gmail.com
Bruno Lopes Oliveira da Silva
bruno.lopes@pesqueira.ifpe.edu.br

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo realizar um levantamento bibliográfico sobre a História da Trigonometria e seu uso em sala de aula, propondo uma aproximação entre a história dessa disciplina e o ensino de Matemática. O estudo aborda tópicos como as origens da Trigonometria entre egípcios e babilônios, seu desenvolvimento na Grécia por figuras como Aristarco de Samos, Hiparco de Nicéia e Ptolomeu, além das contribuições hindus e árabes. Em seguida, discute-se o uso da História da Matemática como recurso metodológico no ensino, sugerindo a aplicação da História da Trigonometria como ferramenta para facilitar a construção do conhecimento matemático. Como principal achado do estudo, apresentamos a História da Trigonometria como recurso metodológico e de que forma podemos aproximar o contexto histórico da Trigonometria com a sala de aula.

Palavras-chave: Trigonometria. História da trigonometria. Ensino de matemática.

ABSTRACT

This study aims to conduct a bibliographic review on the History of Trigonometry and its application in the classroom, proposing a connection between the history of this discipline and Mathematics education. The research covers topics such as the origins of Trigonometry among Egyptians and Babylonians, its development in Greece by figures like Aristarchus of Samos, Hipparchus of Nicaea, and Ptolemy, as well as Hindu and Arab contributions. Subsequently, it discusses the use of the History of Mathematics as a methodological tool in teaching, suggesting the application of the History of Trigonometry as a means to facilitate the construction of mathematical knowledge. The study's main finding presents the History of Trigonometry as a methodological resource and demonstrates how we can connect the historical context of Trigonometry to the classroom setting.

Keywords: Trigonometry. History of trigonometry. Mathematics education.

Instituto Federal de Pernambuco. Campus Pesqueira. Curso de Licenciatura em Matemática. 24 de outubro de 2024.

1 INTRODUÇÃO

A trigonometria, ramo da matemática que estuda as relações entre os ângulos e os lados de triângulos, tem uma longa e rica história, que remonta às civilizações antigas, como a dos babilônios, egípcios e gregos. Desde suas origens, tem sido uma ferramenta crucial para resolver problemas práticos nas áreas de astronomia, navegação, engenharia e arquitetura. Além de sua aplicabilidade prática, a trigonometria desempenha um papel fundamental na educação matemática, contribuindo para o desenvolvimento do pensamento abstrato e do raciocínio lógico. Seu ensino não apenas proporciona aos estudantes uma compreensão mais profunda das relações geométricas, mas também oferece uma base essencial para outras áreas da matemática, como o cálculo e a álgebra.

Dentro desse contexto, analisamos alguns estudos direcionados ao ensino de Matemática, como o texto de Chaquiam (2017), que aponta que o modelo tradicional de ensino ainda prevalece nas escolas. Nesse modelo, o professor apresenta o conceito, seguido de exemplos de aplicação. O autor afirma que, no ensino da trigonometria, a situação é a mesma. Por isso, a educação matemática busca superar as dificuldades de ensino e aprendizagem por meio de diversas metodologias, incluindo a história da matemática. De acordo com Brasil (1998):

> A História da Matemática, mediante um processo de transposição didática e juntamente com outros recursos didáticos e metodológicos, pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem em Matemática. [...] Em muitas situações, o recurso à História da Matemática pode esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns “porquês” e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento. (BRASIL, 1998, p. 42)

Diante desta perspectiva, nota-se que a matemática está presente em vários aspectos do mundo, e a trigonometria, como parte dela, tem suas origens ligadas à resolução de problemas relacionados à astronomia. Assim, concordamos com Chaquiam (2017, p. 147) quando afirma que o desenvolvimento da trigonometria "surgiu com a observação do céu, que sempre fascinou o homem. Este fascínio impulsionou o desenvolvimento da Astronomia, proporcionando descobertas científicas de grande relevância para a humanidade."

A motivação para este trabalho surgiu de experiências vividas em sala de aula, durante um curso de trigonometria, especificamente no Estágio Supervisionado, ao observar um professor utilizando a história da matemática para explicar um conceito sobre o Teorema de Pitágoras. Esse fato chamou a atenção, pois o uso dessa prática de ensino não é tão comum, e também gerou um apreço maior pela disciplina de História da Matemática.

Diante desse contexto, nosso trabalho de conclusão de curso tem como objetivo geral apresentar um estudo sobre a história da trigonometria e investigar como podemos utilizá-la como recurso metodológico em sala de aula, demonstrando seu desenvolvimento ao longo dos anos nas diferentes culturas e povos da antiguidade. O estudo abrange desde as origens trigonométricas, a trigonometria na Grécia, a trigonometria hindu até a trigonometria árabe e suas contribuições para esse ramo da matemática. Para alcançar esse objetivo geral, foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos:

- Fazer um resgate histórico da evolução de conceitos da trigonometria;
- Realizar um breve resgate histórico da evolução de conceitos trigonométricos;
- Apresentar brevemente a História da Trigonometria nas culturas egípcia, babilônica, grega, hindu e árabe;
- Mostrar que a *História da Matemática* pode ser utilizada como recurso metodológico no Ensino de Matemática na Educação Básica.

Desta forma, buscaremos por meio de uma abordagem metodológica de caráter qualitativo, realizar uma pesquisa bibliográfica, utilizando como referencial teórico artigos científicos, dissertações e obras de grandes autores, como Boyer (1974), Costa (1997), Eves (1995), Morey (2003) e Roque (2012).

Na próxima seção, apresentaremos de forma breve limitada a História da Trigonometria, buscando mostrar como diferentes povos e culturas contribuíram para essa área da Matemática.

2 A HISTÓRIA DA TRIGONOMETRIA

Assim como ocorre em muitas áreas da matemática, as origens da trigonometria permanecem incertas. Sua criação não pode ser atribuída a um único homem ou nação, mas sim ao esforço coletivo de várias civilizações importantes na história da matemática, como os babilônios, egípcios, gregos, hindus e árabes. Como afirma Boyer (1974, p. 116), "A trigonometria, como os outros ramos da matemática, não foi obra de um só homem ou nação". Pode-se dizer que suas origens estão ligadas à astronomia, uma vez que os conceitos que conhecemos hoje foram inicialmente usados para resolver problemas relacionados a essa área. Há artefatos históricos, como o Papiro Rhind, dos egípcios, e a Plimpton 322, uma famosa tábua matemática babilônica, que desempenharam um papel importante no desenvolvimento inicial do que hoje chamamos de trigonometria.

Neste capítulo, exploraremos alguns fatos que impulsionaram o avanço e o aperfeiçoamento dessa área da matemática. Abordaremos os artefatos mencionados e destacaremos as contribuições de diversos personagens históricos que ajudaram a moldar o que hoje conhecemos como trigonometria, cujo nome remete à “medida de três ângulos”.

2.1 Origens Trigonométricas

A origem da trigonometria ainda é incerta. De acordo com Costa (1997), os primeiros indícios provavelmente surgiram no Egito e na Babilônia, devido à necessidade de medir alturas e distâncias inacessíveis, relacionadas à astronomia, agrimensura e navegação.

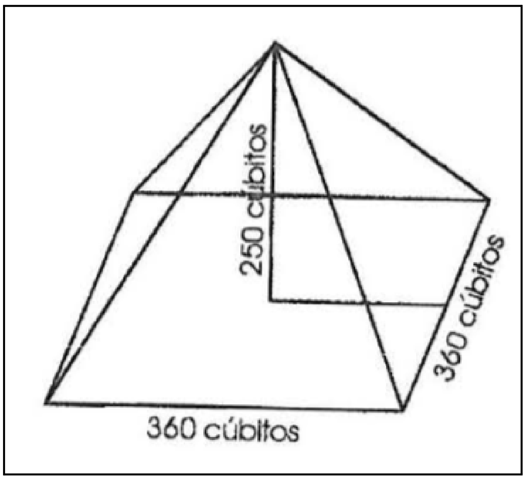
No Egito, esses indícios podem ser observados no Papiro Ahmes (cerca de 1650 a.C.), mais conhecido como Papiro Rhind, o documento egípcio mais extenso sobre matemática que chegou até nós. Ele contém 84 problemas, dos quais quatro mencionam o "seqt" de um ângulo. Segundo Boyer (1994), a palavra egípcia "seqt" refere-se ao afastamento horizontal de uma reta oblíqua em relação ao eixo vertical para cada variação de unidade na altura.

O "seqt" da face de uma pirâmide era o quociente entre o afastamento horizontal e o vertical, sendo o horizontal medido em "mãos" e o vertical em cúbitos.

$$seqt = \frac{horizontal}{vertical} \quad (1)$$

No problema 56 do Papiro de Ahmes, pede-se o “seqt” de uma pirâmide que tem 250 cúbitos de altura e uma base quadrada com lados de 360 cúbitos.

Figura 1: Pirâmide, representando o problema 56 do Papiro Ahmes.



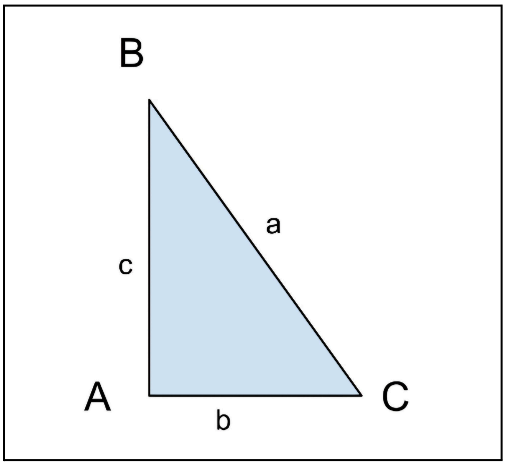
Fonte: Morey (2001, p. 51)

O escriba soluciona o problema dividindo 360 por 2, conseguindo 180 (afastamento horizontal), em seguida divide o resultado por 250 (elevação vertical altura), obtendo $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{50}\right)$, multiplicando o resultado por 7, chegamos a $5\frac{1}{25}$.

$$\frac{360}{2} = 180, \frac{180}{250} = 0,72.7 = 5,04 \quad (2)$$

Ahmes utiliza a palavra egípcia “seqt” representando o que conhecemos hoje como a cotangente de um ângulo, conforme seja destacado no problema ou na imagem, é o que diz Costa (1997) “pensa-se que o seqt de uma pirâmide regular seja equivalente, hoje, à cotangente do ângulo OMV”, logo este ângulo é representado na figura abaixo como ABC.

Figura 2: Triângulo Retângulo, representação do ângulo ABC.



Fonte: os autores.

Sendo o $seqt = \frac{AC}{AB}$ ou na linguagem atual $cotc = \frac{b}{c}$.

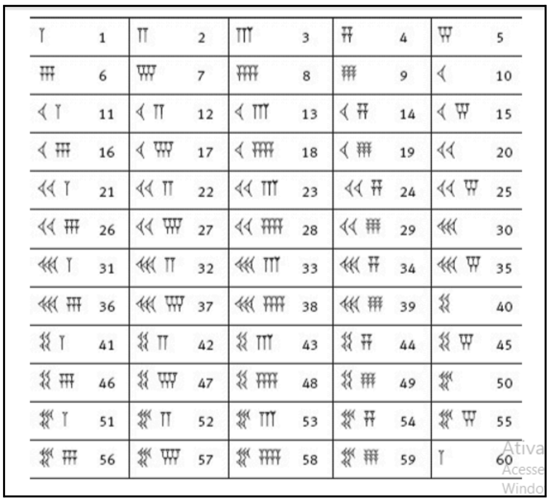
A trigonometria era utilizada pelos antigos babilônios para resolver problemas relacionados à astronomia, cronologia do tempo e agricultura. Embora muitos registros tenham se perdido ao longo dos séculos, parte do material foi preservada, gravada em tábuas de barro, que eram amplamente utilizadas. Os babilônios escreviam no barro fresco, que depois era secado ao sol ou em fornos, resultando na preservação de grande parte de seus registros escritos. A escrita usada nesses tablets era em formato de cunha, o que deu origem ao nome "escrita cuneiforme".

Os tablets de argila, assim como os papiros egípcios, revelam que a maneira como os cálculos eram realizados variava de acordo com os sistemas de numeração de cada cultura. Na década de 1930, novos tablets foram descobertos na região de Uruk, no atual Iraque, datando de cerca de 3000 a.C. Acredita-se que a maioria desses tablets, que forneceram importantes informações sobre a matemática babilônica, tinha funções pedagógicas, servindo para o ensino de conceitos matemáticos à época.

> Na verdade, presume-se que muitos dos tablets que nos fornecem um conhecimento sobre a matemática babilônica tinham funções pedagógicas. Tem sido considerada com muita frequência na historiografia a função dos tabletes matemáticos, pois esses textos, em sua maioria, eram escolares e nos dão informações valiosas sobre as práticas educacionais mesopotâmicas. (ROQUE, 2012, p. 28)

Grande parte dos tabletes cuneiformes são do período por volta de 1700 a.C., o sistema sexagessimal era usado de maneira sistemática em textos matemáticos e astronômicos. O povo babilônico desenvolve um sistema de numeração firmada em base sexagesimal, ou seja, na base 60, utilizando os números (dígitos) de 1 a 59, representados na imagem abaixo:

Figura 3: Sistema de numeração (Base Sexagesimal)



Fonte: Roque (2012, p. 30)

No próximo tópico apresentaremos um breve resumo sobre a tábua que se tornou a mais importante ou a mais notável das tábuas matemáticas babilônicas, a Plimpton 322.

2.1.1 Plimpton 322

A tábua feita de argila Plimpton 322, foi escrita no Período Babilônico Antigo, entre 1900 e 1600 a.C., contém a escrita cuneiforme, sendo a mais antiga da humanidade, era utilizada pelos babilônios para comunicação, recebendo esse nome por ser gravada em forma de cunha. Em 1945, os primeiros a descrever seu conteúdo foram Neugebauer e Sachs.

Figura 4: Plimpton 322

Fonte: Eves (2011, p. 65)

A tabela contém três colunas de caracteres completos, existe uma quarta que está incompleta pois fica do lado da tábua que está quebrado. Alguns exames mostraram a existência de resíduos de uma cola moderna na rachadura do lado esquerdo, devido a isso perdeu-se uma parte do mesmo lado. Assim acredita-se que provavelmente a tábua estava inteira quando foi encontrada e que logo após se quebrou, havendo a possibilidade de uma tentativa de unir as duas partes, que acabaram se perdendo.

De acordo com Eves (2011), a primeira coluna da direita tem como função apenas numerar as linhas, as duas colunas seguintes que numa primeira impressão são bastante aleatórias, na verdade, observa-se que os números dessas colunas estabelecem a hipotenusa e um cateto de triângulos retângulos de lados inteiros, com a exceção de 4 números descritos nas linhas 2, 9, 13 e 15.

Terno pitagórico é o nome dado a um terno de números inteiros, como (3,4,5), dos quais são lados de um triângulo retângulo, Eves (2011) afirma que “Se o único fator positivo comuns aos elementos de um terno pitagórico é a unidade, então esse terno se diz primitivo”, sendo assim (3,4,5) é um terno pitagórico primitivo, já (6,8,10) não é.

Muitos séculos após a Plimpton 322, os matemáticos gregos conseguiram mostrar que todos os ternos pitagóricos primitivos (a,b,c) são dados parametricamente por $a = 2uv$, $b = u^2 - v^2$ e $c = u^2 + v^2$, em que u e v são primos entre si, um é par e o outro é ímpar e $u > v$. Assim para $u = 2$ e $v = 1$, obtemos o termo primitivo $a = 4$, $b = 3$ e $c = 5$.

2.2 A Trigonometria na Grécia

Segundo Boyer (1994) é com os gregos que encontramos pela primeira vez um estudo sistemático de relações entre ângulos (ou arcos) num círculo e os comprimentos das cordas que os subtendem. Na busca por resoluções para questões voltadas à astronomia, os gregos desenvolveram obras que contribuíram positivamente para o desenvolvimento da Trigonometria, como por exemplo, a obra de Euclides “ Os Elementos” e o “Almagesto” de Ptolomeu.

Nas obras de Euclides não há trigonometria no sentido estrito da palavra, mas há teoremas equivalentes a leis ou fórmulas trigonométricas específicas, encontrados nas proposições 12 e 13 do livro II de Os Elementos, ele descreve o que conhecemos hoje como leis do cosseno para ângulos obtuso e agudo, só que ao invés de utilizar uma linguagem trigonométrica, ele utilizava uma linguagem geométrica, que são provados por métodos semelhantes ao usados em sua demonstração do Teorema de Pitágoras. (Boyer, 1994)

Formulação de Euclides:

$$c^2 = a^2 + b^2 + 2.a.b(projeçãodebsobrea) \quad (3)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b(projeçãodebsobrea) \quad (4)$$

Linguagem Trigonométrica:

$$c^2 = a^2 + b^2 + 2.a.c.cos\hat{a} \quad (5)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.cos\hat{a} \quad (6)$$

Assim, de acordo com Eves (2011) essas duas proposições estabelecem a generalização do Teorema de Pitágoras hoje conhecida como “lei dos cossenos”.

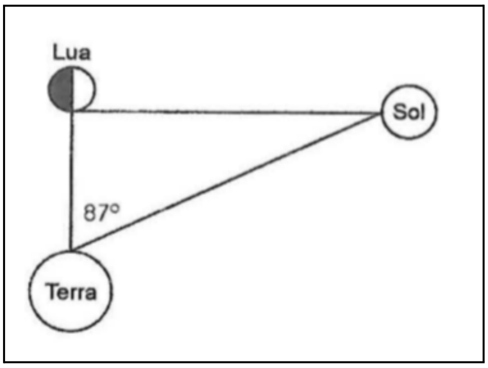
> Têm interesse particular as Proposições II 12 e II 13 que, conjuntamente, em linguagem mais moderna, enunciam o seguinte: Num triângulo obtusângulo (acutângulo), o quadrado do lado oposto ao ângulo obtuso (agudo), é igual à soma dos quadrado dos outros dois lados acrescida (diminuída) do dobro do produto de um desses lados pela projeção do outro sobre ele. Assim, essas duas proposições estabelecem a generalização do teorema de Pitágoras, hoje conhecida como “lei dos cossenos”. (EVES, 2011. pág.170)

Diante disso, nos próximos tópicos abordaremos um pouco sobre alguns personagens que contribuíram para o desenvolvimento da Trigonometria na Grécia e algumas de suas importantes realizações.

2.2.1 Aristarco de Samos.

Aristarco de Samos (310 - 230 a.C) foi um astrônomo e matemático grego, que escreveu um tratado (cerca de 260 a.C), sobre os tamanhos e distâncias do Sol e da Lua, observando que “quando a Lua está meio cheia, o ângulo entre linhas de vista ao Sol e à Lua difere para menos de um Ângulo reto por trinta avos de um quadrante” (Boyer, 1994), a razão da distância da Lua para a distância do Sol é sen3º.

Figura 5: Representação do ângulo feito pela distância do Sol e da Lua.



Fonte: Morey (2001, p. 23)

Nesta época as tabelas trigonométricas ainda não tinham sido desenvolvidas, então ele recorreu a um teorema geométrico, que seria expresso da seguinte forma na linguagem moderna:

$\frac{sen\alpha}{sen\beta} < \frac{tg\alpha}{tg\beta}$, onde 0°< β < α < 90° (7)

O método utilizado por Aristarco era incontestável, tendo apenas um erro de observação ao dizer que a medida do ângulo é 87° (quando seria aproximadamente 89°50'). Ele determinou as distâncias relativas do Sol e da Lua, sabendo assim que os respectivos tamanhos estavam na mesma razão. (Boyer, 1994)

2.2.2 Hiparco de Niceia.

O astrônomo Hiparco de Nicéia (180 - 125 a.C.), conhecido como "o pai da trigonometria", foi chamado assim pelo fato de ter feito o que é considerado possivelmente a primeira tabela trigonométrica, provavelmente durante a segunda metade do segundo século a.C., na tabela contém os valores das cordas de uma série de ângulo de 0° a 180°, assim ele observou que num dado círculo a razão do arco diminui de 180° para 0°, logo ele associou a cada corda de um arco o ângulo central correspondente. (Costa, 1997)

Em uma linguagem atual, seria representado assim: $\frac{senx}{x} = 1$

Segundo Boyer (1994) Hiparco calculou suas tabelas para serem usadas na sua astronomia, assim não se sabe ao certo quando o uso sistemático do círculo de 360° adentrou na matemática, porém grande parte está associada a Hiparco por meio de sua tabela de cordas, é provável que ele tenha sido influenciado por Hipsicles, que antes havia dividido o dia em 360 partes, que supostamente pode ter sido ideia dada pela astronomia babilônica. Infelizmente as obras de Hiparco se perderam, assim não se sabe como ele construiu sua tabela.

2.2.3 Ptolomeu

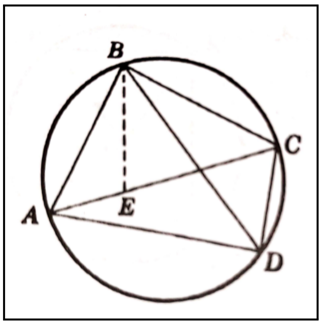
O astrônomo alexandrino Claudio Ptolomeu (90 - 168 d.C), cujo nome tem origem grega, contribuiu para várias áreas do saber científico, segundo Boyer (1996, p 112) não se sabe onde ele nasceu e pouco se sabe sobre sua vida, o que se sabe é que Ptolomeu fez observações em Alexandria de 127 a 151 d.C. e por isso se supõe que ele nasceu próximo ao fim do primeiro século. Sua obra de mais importância, tornou-se a mais influente e significativa da antiguidade foi a Syntaxis Mathematica, contendo treze livros, ficando conhecida como a coleção "maior", ganhando assim na Árabia o termo "Almagesto" que significa o maior, sendo conhecida assim até os dias de hoje.

Ptolomeu propôs um teorema, que recebeu seu nome, passando a ser conhecido como "Teorema de Ptolomeu"

> O Livro I contém, em meio a algum material astronômico preliminar, a tábua de cordas mencionada acima, acompanhada de uma explanação suncinta da

> maneira como ela foi obtida a partir da fétil proposição geométrica conhecida como teorema de Ptolomeu: Num quadrilátero cíclico, o produto das diagonais é igual à soma dos produtos dos dois pares de lados opostos (EVES, 2011, p. 204)

Figura 6: Quadrilátero inscrito num círculo



Fonte: Boyer (1994, p.112)

Ou seja, se ABCD é um quadrilátero inscrito num círculo, a soma dos produtos e lados opostos é igual ao produto das diagonais, então:

$$AB.CD + BC.DA = AC.BD \tag{8}$$

Através do Teorema de Ptolomeu, quando acrescentado a Lei dos Senos, podemos chegar a demonstração das fórmulas de soma e diferença de senos:

$$sen(a + b) = sena.cosb + senb.cosa \tag{9}$$

$$sen(a - b) = sena.cosb - senb.cosa \tag{10}$$

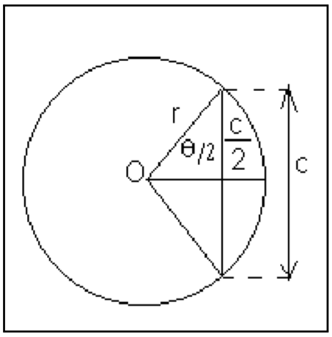
No próximo tópico, apresentaremos um breve resumo com algumas contribuições dos Hindus para a Trigonometria.

2.3 A Trigonometria Hindu

Assim como na Grécia, a trigonometria hindu era parte integrante da astronomia. Uma das contribuições de maior influência da Índia na história da matemática foi a introdução de um equivalente da função sendo na trigonometria para substituir a tabela grega de cordas. As tabelas do Siddhãntas e do Aryabhatiya são as mais antigas da função do seno que ainda estão sendo preservadas.

Em torno de 400 d. C surgiu um texto que chegou até nós, o Surya Sidhanta, que significa Sistemas do Sol, foi escrito em versus e em sânscrito. Os hindus acreditavam que o autor do texto era o deus do Sol, Surya (Boyer, 1974), porém não foram encontradas provas que justifiquem tal afirmação. Mesmo assim o Surya abriu novas perspectivas para a Trigonometria pois seguia o mesmo percurso de Ptolomeu, que relacionava as cordas de um círculo com ângulos centrais correspondentes, já no Surya a relação utilizada era entre a metade da corda e a metade do ângulo central correspondente, nomeada pelos hindus como “jiva”. Proporcionando a visão de um triângulo retângulo na circunferência, como podemos ver na figura 7.

Figura 7: Representação do “jiva”, o seno Hindu



Fonte: Costa (1997, p. 9)

O “jiva” foi definido como a razão entre o cateto oposto e a hipotenusa, sendo assim entende-se que a metade da corda era dividida pelo raio do círculo é o seno da metade do arco.

$$jiva\frac{\theta}{2} = \frac{catetooposto}{hipotenusa} \qquad Sen\frac{\theta}{2} = \frac{\frac{c}{2}}{r} = \frac{c}{2r} = \frac{1}{2r}.crd\theta \tag{11}$$

Assim, apresentaremos agora um pouco sobre a Trigonometria Árabe, como foi influenciada pela Grécia e Índia e sua evolução.

2.4 A Trigonometria Árabe

De início na Arábia houve dois tipos de Trigonometria, uma veio da Grécia, a geometria das cordas, que está exemplificada no Almagesto de Ptolomeu e a outra uma invenção vinda da Índia, a geometria das semi cordas, explícitas nas tabelas hindus de senos. A partir do século X, os árabes usaram a função seno numa forma mais próxima da moderna, eles tomaram duas funções trigonométricas usadas frequentemente na astronomia indiana durante o período de contato entre os indianos e os árabes, definidas abaixo:

$$kojya = r.cos\alpha(OM) \tag{12}$$

$$ukramajya = r.vers\alpha = r.(1 - cos\alpha)(MC) \tag{13}$$

Os matemáticos indianos utilizavam a meia-corda com frequência, que mais tarde se tornou o seno indiano, sendo que para eles as funções trigonométricas ainda eram definidas como comprimento de um segmento e não como uma relação entre dois comprimentos.

> Em seus estudos das funções trigonométricas os matemáticos indianos mais frequentemente usavam a meia-corda, que veio mais tarde a ser o sendo indiano. Para os indianos as funções trigonométricas ainda eram definidas como comprimento de um segmento e não como uma relação entre dois comprimentos como é o caso das funções trigonométricas modernas. Então quando dizemos seno indiano estamos nos referindo ao comprimento da meia corda do ângulo central. (Morey, 2003)

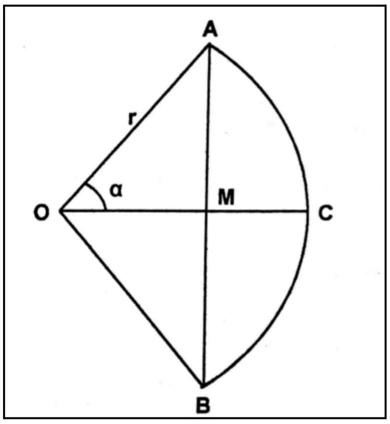
Assim, abaixo listamos as 3 funções que foram desenvolvidas, representados na figura 8.

$$jya\alpha = AM = r.sen\alpha \tag{14}$$

$$kojya\alpha = OM = r.cos\alpha \tag{15}$$

$$ukramajya\alpha = MC = OC - OM = r - r.cos\alpha = r(1 - cos\alpha) = r.vers\alpha \tag{16}$$

Figura 8: Representação de funções trigonométricas.

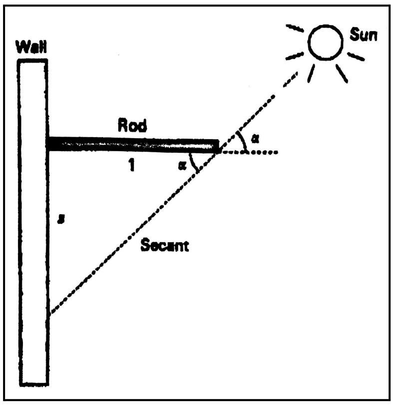


Fonte: Morey (2003, p. 20)

As funções tangente e cotangente são de origem arabe , durante o século IX d.C. o astrônomo arabe Al-Hasib calculou o comprimento da sombra de uma barra unitária que estava inserida de forma horizontal em um muro enquanto o Sol estava em um determinado ângulo com relação a horizontal, assim o comprimento s da sombra como apresentado na figura 9, pode ser obtido conforme a expressão abaixo, onde α é o ângulo de elevação do Sol sobre o horizonte.

$$s = \frac{sen\alpha}{cos\alpha} = tan\alpha \tag{17}$$

Figura 9: Representação do ângulo da Tangente, feito pelo Sol.

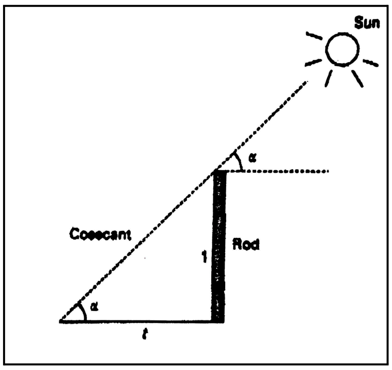


Fonte: Morey (2003, p. 32)

Por outro lado, se a barra estiver inserida verticalmente, conforme a figura 10, o comprimento t da sombra lançada sobre uma barra vertical será:

$$t = \frac{cos\alpha}{sen\alpha} = cot\alpha \qquad (18)$$

Figura 10: Representação do ângulo da cotangente.

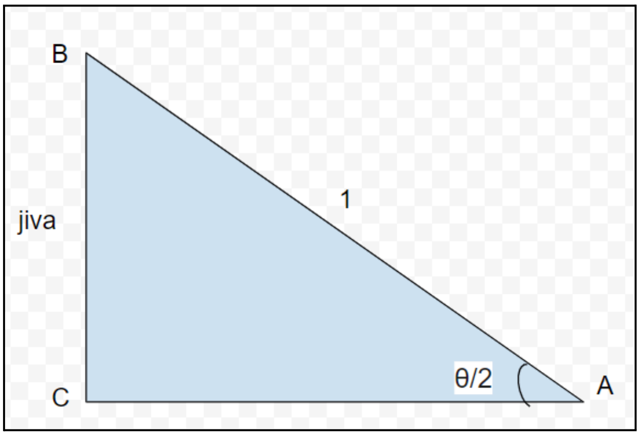


Fonte: Morey (2003, p.32)

De acordo com costa (2003), durante o século IX, a influência árabe começou com a fundação da Escola de Bagdad, e um de seus maiores contribuintes foi o príncipe da Síria Mohamed-ben-geber, conhecido como Al-Battani (aproximadamente 850 a 929 d.C.), seus estudos ficaram entre o Almagesto e Siddanta, foi por meio dele que os árabes adquiriram a trigonometria hindu, especialmente depois de sua ideia genial de adicionar o círculo de raio único e assim demonstrar que a razão jiva é válida para qualquer triângulo retângulo, independentemente do valor da hipotenusa.

$$jiva = \frac{catetooposto}{1} = \frac{BC}{1}, \; sen\frac{\theta}{2} = \frac{BC}{1} \tag{19}$$

Figura 11: Representação da ideia de raio 1 de Al-Battani.



Fonte: os autores.

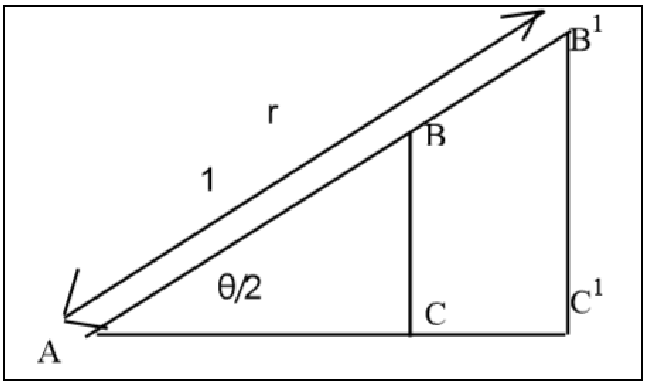
Se um triângulo retângulo tem um ângulo agudo então, quaisquer que sejam as medidas do cateto oposto e da hipotenusa, podemos afirmar que:

$$\Delta ABC \approx \Delta AB^1C^1 \tag{20}$$

No ΔABC temos $sen\frac{\theta}{2} = \frac{jiva}{1}$, pelo Teorema de Tales, temos:

$$\frac{Jiva}{1} = \frac{BC}{AB} = \frac{B^1C^1}{AB^1}, \text{ logo } sen\frac{\theta}{2} = \frac{B^1C^1}{AB^1} = \frac{jiva}{1} \tag{21}$$

Figura 12: Representando a fórmula utilizada para construir a tabela de Al-Battani



Fonte: Costa (1997, p. 11)

Al-Battani estava empenhado em obter a altitude do Sol, assim foi necessário utilizar as razões trigonométricas e construir tábuas que fossem mais exatas que as que existiam no período, quando a Escola de Bagdad entrou em decadência, o centro das atividades intelectuais moveu se para o sul da europa e com ele o estudo da Trigonometria, em particular nos triângulos esféricos necessários aos estudos astronômicos.

Segundo Eves (2011), em 1085, a cidade Toledo que estava sob domínio dos Mouros, foi retomada pelos cristãos, quando observou se um grande movimento dos mesmos rumo àquela cidade, com interesse em adquirir o saber, mulçumano, logo o mesmo aconteceu com outros centros mouros da Espanha e assim o século XII, tornou se na história da matemática , um século de tradutores, dentre os quais fazemos menção a Adelardo de Bath (c.1120), Platão de Tivoli (c.1120) e Gerardo de Cremona (1114- 1187). Desta forma, a Europa teve aproximação com a matemática árabe e a herança grega que foi conservada enquanto se pode, por eles. (Struik, 1992)

Na próxima seção, apresentaremos a relação entre a História da Matemática e o ensino da Matemática, de forma a mostrar que é possível aproximar a sala de aula com o contexto histórico dessa disciplina.

3 A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM SALA DE AULA

A Matemática está relacionada a quase tudo que fazemos e vivenciamos no nosso dia a dia, desde uma receita de bolo, com todas as quantidades e medidas dos ingredientes, até a construção de um prédio, podemos destacar o seu uso através de uma análise ou interpretação de um gráfico, financiamentos, planilhas, contabilidade, dentre outros, situações como essas não estão conectadas somente aos matemáticos, mas também aos cidadãos que vivenciam no seu cotidiano fatos como esses, seja em casa ou no trabalho. Concordando assim com D'Ambrosio (1999):

> As ideias matemáticas comparecem em toda a evolução da humanidade, definindo estratégias de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumentos para esse fim, e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para a própria existência. Em todos os momentos da história e em todas as civilizações, as ideias matemáticas estão presentes em todas as formas de fazer e de saber. (D'AMBROSIO, 1999, p.97)

Contudo tem sido um grande desafio ensinar matemática, segundo Machado (1999) esses problemas acontecem devido a visão distorcida que muitos têm da disciplina, quando se tem os primeiros contatos com ela. Por muito tempo até os dias atuais a matemática é vista como "chata" ou "difícil", resultando em um certo desinteresse por parte dos alunos o qual traz como consequência o fracasso escolar, tendo em vista essas dificuldades o ensino a aprendizagem da Matemática têm sido bastante discutidos, causando preocupação por parte dos professores e de todos os envolvidos na situação, educadores e pais. Desta forma pesquisas e estudos vêm sendo realizados com o objetivo de solucionar os problemas vivenciados pelos alunos, conforme destacado por Mendes (1997):

> Assim, o desenvolvimento de estudos e pesquisas nessa área em todo o país procura solucionar dificuldades apontadas por professores e vivenciadas por estudantes de diferentes graus de ensino e níveis socioculturais durante suas atividades escolares, ou até mesmo diante de situações-problemas do seu cotidiano que envolvem o conhecimento matemático. Além disso, tais estudos procuram esclarecer algumas diretrizes para o ensino de matemática visando obter resultados que conduzam o homem a uma prática social que lhe dê melhores condições de buscar alternativas capazes de solucionar dificuldades encontradas no seu dia-a-dia. (MENDES, 1997, p. 10)

É necessário que o futuro professor possua conhecimento sobre a História da Matemática desde sua formação, sendo trabalhado no ensino superior e não apenas no básico, podendo ajudá-lo futuramente nas estratégias de ensino utilizadas por ele ao ministrar a aula, ajudando assim no desenvolvimento profissional, pois "o licenciado, ao construir seus conhecimentos matemáticos sob uma visão histórica e sociocultural, pode estabelecer relações entre diversos conteúdos". (Mendes, 2008)

Sabendo que a Matemática está presente na vida do ser humano desde a antiguidade, assim se faz necessário que a História da Matemática seja utilizada no ensino da disciplina, agindo como ferramenta, possibilitando um melhor entendimento da área, sendo usada como recurso metodológico no ensino, podendo auxiliar na construção do conhecimento e na evolução dos conceitos matemáticos.

> O enfoque histórico é uma proposta metodológica que permite ao aluno descobrir a gênese dos conceitos e métodos que aprenderá em aula. Em outras palavras, este enfoque permitirá ao aluno fazer relação das ideias matemáticas desenvolvidas em sala de aula com suas origens. O conhecimento da história da matemática proporciona uma visão dinâmica da evolução dessa disciplina, buscando as ideias originais em toda sua essência. (GROENWALD, 2004)

Logo a História da Matemática pode ser utilizada como metodologia de ensino atuando como uma ferramenta que ajuda a formalizar conceitos, sendo essencial para mostrar como teorias e práticas matemáticas foram criadas, contribuindo assim como recurso didático para o processo de ensino e aprendizagem e a sua valorização e aperfeiçoamento, podendo tornar a aula mais proveitosa e assim atraindo o interesse dos alunos.

> A partir da aquisição de conhecimento histórico e filosófico dos conceitos matemáticos, o professor tem a possibilidade de diversificar suas técnicas pedagógicas e tornar-se mais criativo na elaboração de suas aulas, as quais podem provocar o interesse dos alunos para o estudo da matemática. (MIORIM, 1998, p. 69)

Desta forma, concluímos que o uso da História da Matemática em sala de aula pode contribuir de maneira significativa para que o ensino aprendizagem aconteça de uma maneira mais dinâmica, dando aos professores estratégias de ensino para tornar a aula mais interessante e atrativa, dando aos alunos um certo incentivo, atraindo assim sua atenção, podendo facilitar a compreensão e questões sobre como determinado conceito surgiu, “qual a origem?”, “onde era utilizado”, “como surgiu” ou “para que serve”, esses são alguns questionamentos que podem surgir, e tendo o conceito histórico respondendo algumas dessas dúvidas, pode tornar assim a Matemática uma disciplina mais interessante aos seus olhos.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Compreendemos que a Trigonometria teve um longo caminho para chegar ao que é hoje, desde a Antiguidade quando era utilizada para resolver problemas relacionados a Astronomia, quando nem mesmo havia recebido este nome, crescendo e se construindo ao longo dos anos, desde o Egito, Babilônia, Grécia, Índia, Árabia e só depois chegando na Europa.

Com a motivação de apresentar a História da Trigonometria como recurso metodológico, no desenvolvimento deste trabalho trazemos dentro das nossas limitações o contexto histórico, desde as origens trigonométricas, com os egípcios e babilônios, até a evolução da Trigonometria na Árabia, abordamos também a História da Matemática em sala de aula e as sua importantes contribuições para o Ensino de Matemática na Educação Básica.

Tendo em vista todo este percurso histórico e o quanto diferentes povos contribuíram para o que conhecemos nos dias atuais como Trigonometria, que transformou-se em uma área da Matemática, que estuda a relação entre os ângulos e os lados de um triângulo e vendo o quanto a História da Matemática pode auxiliar como recurso metodológico para o ensino de Matemática, queremos enfatizar a História da Trigonometria como meio para o ensino e aprendizagem, cooperando assim no ensino de Trigonometria para os alunos que ainda estão na educação básica.

Diante disso, levantamos algumas sugestões ao professores e futuros professores, que existe um leque de possibilidades para o ensino de Matemática, dentre tantas metodologias, em especial a História da Matemática, a qual damos ênfase neste trabalho para a História da Trigonometria, então sugerimos que a utilizem em suas aulas, levando o contexto histórico aos alunos e os auxiliando a ter uma experiência diferente, podendo fazê los enxergar a importância de tal conteúdo não só para a Matemática, mas para diferentes culturas, povos e ciências, tornando o ensino mais apto, motivador e interessante para os alunos.

REFERÊNCIAS

BOYER, Carl B. **História da Matemática** - Tradução: Elza Gomide. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 1994.

CHAQUIAM, Miguel. **Ensaios temáticos: história e matemática em sala de aula.** Belém: SBEM/SBEM-PA, 2017.

COSTA, Nielce M. Lobo. **A história da Trigonometria.** Dissertação de Mestrado - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997.

D'Ambrosio. U. **História da Matemática e Educação.** In: Cadernos CEDES 40. História e Educação Matemática. 1ª ed. Campinas, SP: Papirus, 1996, p.7-17.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática** - Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Editora da Unicamp, 2011.

GROENWALD, Claudia L. Silva. Perspectivas em Educação Matemática. Canoas: Ulbra, 2004.

MENDES, Iran Abreu. **Ensino de Trigonometria através de atividades históricas.** Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Educação, UFRN, Natal, 1997.

MENDES, Maria José de F. **Contribuições para a Formação de Professores de um Ensino de Matemática com Elementos da História da Trigonometria.** Teses em construção, PPGED, UFRN. Natal, 2008.

MIORIM, Miguel. A. **Introdução à História da Educação Matemática.** São Paulo. Editora Atual, 1998.

MOREY, Bernadete Barbosa. **Tópicos de História da Trigonometria.** Editor Geral: John A. Fossa. Natal: Editora SBHMat, 2001.

MOREY, Bernadete Barbosa. **Geometria e Trigonometria na Índia e nos Países Árabes.** Coleção História da Matemática Para Professores. Rio Claro: Editora SBHMat, 2003.

BRASIL. PCNs - Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais. Introdução. Brasília: MEC/SEF, 1998.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas.** Rio de Janeiro: Zahar, 2012.