INSTITUTO FEDERAL PERNAMBUCO
UNIDADE ACADÊMICA DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DA MATEMÁTICA

PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA ENSINO DA FUNÇÃO SENO COM USO DO *GEOGEBRA* COMO RECURSO TECNOLÓGICO

Jadson Araujo Ferreira

Recife
2021

INSTITUTO FEDERAL PERNAMBUCO
UNIDADE ACADÊMICA DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DA MATEMÁTICA

PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA ENSINO DA FUNÇÃO SENO COM USO DO *GEOGEBRA* COMO RECURSO TECNOLÓGICO

JADSON ARAUJO FERREIRA

Monografia apresentada à Coordenação do Curso de Especialização do Ensino da Matemática do IFPE, como requisito do grau de Especialista.
Orientador (a): Prof. Me. Airlan Arnaldo Nascimento de lima

Recife,
2021

F383p

Proposta de uma Sequência Didática para Ensino da Função Seno com uso do Geogebra como Recurso Tecnológico. [Monografia] /Jadson Araújo Ferreira. – Recife: DEaD/IFPE, 2021.
62p.: il.

Formato: pdf
Monografia de conclusão de Especialização em Ensino da Matemática – EaD/IFPE

1. Trigonometria. 2. Funções trigonométricas. 3. GeoGebra. 4. Ensino 5. Aprendizagem.

CDD: 516

Jadson Araujo Ferreira

Título: Proposta de uma sequência didática para o ensino da função seno com o uso do *Geogebra* como recurso tecnológico.

Este Trabalho Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do Título de especialista em Ensino da Matemática do Ensino Médio e aprovado em sua forma final pela Especialização em Ensino da Matemática do Ensino Médio.

Palmares, 12 de maio de 2021.

Banca Examinadora:

Orientador: Prof. Me. Airlan Arnaldo Nascimento de Lima
Instituto Federal de Pernambuco – Campus Pesqueira

Avaliadora: Profa. Me. Amanda Barbosa da Silva
Instituto Federal de Pernambuco – DeaD

Avaliadora: Profa. Me. Núbia de Oliveira Maciel
Secretaria Estadual de Educação de Pernambuco – SEDUC/PE

RESUMO

Essa pesquisa tem como objetivo apresentar a proposta de uma sequência didática que utilize o *Geogebra* como um recurso tecnológico para o ensino da função seno. Para estruturar esse conjunto de atividades foram utilizados alguns aspectos da engenharia didática e uma teoria que discute desde alguns pontos das dificuldades em aprendizagem dos alunos em matemática, como a falta de motivação, passando pelo uso da tecnologia para o ensino, até chegar numa discussão sobre a utilização do software citado no ensino das funções trigonométricas. Além de apresentar questões que envolve o ensino das funções, como aspectos metodológicos, baseado em documentos oficiais como PCN e BNCC.

Palavras-chave: Sequencia didática, *Geogebra*, função seno.

ABSTRACT

This research aims to propose a didactic sequence involving the use of *Geogebra* as a technological tool to support the teaching of the sine function. To shape these activities, some aspects of didactic engineering were brought to light, as well as a theory that reflects upon the difficulties faced by students. Thus, were brought into discussion the students' lack of motivation, the use of technology as a pedagogical tool, and the employment of the mentioned software as an ally to teach trigonometric functions. Besides, there were also presented discussions around the teaching of functions, as in their methodological aspect, based on official documents as PCN and BNCC.

Keywords: Didactic sequence, *Geogebra*, sine function.

Sumário

1 INTRODUÇÃO

Baseado em experiências em sala de aula na educação básica e levantamentos de pesquisas realizadas, observamos dificuldades e inquietações de professores em relação ao ensino de determinados conteúdos na matemática, acerca das adversidades que os alunos tem em se apropriar desses saberes. A partir daí surgem alguns questionamentos como: de onde vêm os problemas dos alunos em assimilar conceitos matemáticos? Quais as estratégias que poderiam ser adotadas dentro do processo de ensino e aprendizagem que possam minimizar tais deficiências? E pensando um pouco mais além observamos que essas dificuldades se potencializam quando eles se deparam com o ensino de funções e da trigonometria.

A matemática é um dos componentes curriculares que mais causam dificuldades durante a vida escolar de muitos alunos. Segundo Silveira (2002) existe a ideia entre os alunos de que a matemática é uma matéria difícil de se aprender.

A dificuldade encontrada pelos alunos na matemática pode ser minimizada de alguma forma, por exemplo, com a inserção de alguns recursos tecnológicos como uso de *softwares*. Segundo Borba (1999) estes dinamizam os conteúdos e potencializam os processos pedagógicos.

Diante dos questionamentos e desses pontos anteriormente levantados observamos a necessidade de desenvolver algum trabalho que possa responder esses anseios e direcionar a prática do professor em sala de aula para algum material didático ou pedagógico como auxilio no processo de ensino e aprendizagem da matemática. A ideia é desenvolver uma sequência didática que use o *software* matemático *Geogebra* como um recurso tecnológico para o ensino. O conteúdo escolhido, tendo em vista as dificuldades relatas anteriormente, foi a função seno no segundo ano do ensino médio. O qual terá respaldo diante de alguns trabalhos e pesquisas que serão discutidos.

A sequência didática apresentada nesse trabalho é baseada em dois aspectos centrais: algumas pesquisas que direcionam essas dificuldades dos alunos na aprendizagem da matemática para a utilização de tecnologia em sala de aula, e o processo de ensino e aprendizagem de funções, especificamente a função seno. Trataremos inicialmente de fatores que dificultam o processo de ensino e aprendizagem da matemática, também como o uso de tecnologia no ensino, e o uso delas no ensino das funções trigonométricas, usando como método de pesquisa a revisão sistemática baseado em Sampaio e Mancini (2007). “Uma revisão sistemática, assim como outros tipos de estudo de revisão, é uma forma de pesquisa que utiliza como fonte de dados a literatura sobre determinado tema”.

Em um segundo momento baseado em dois conceitos da engenharia didática, analises prévias e análises a priori (as quais destacaremos no tópico 7), a partir de Almouloud (2007), vamos discutir a função seno e os processos que facilitam seu ensino. Que fique claro que não usaremos a engenharia didática, usaremos apenas algumas características para facilitar o desenvolvimento da pesquisa. Iremos trabalhar apenas alguns de seus aspectos metodológicos, realizando um estudo envolvendo a função seno e desenvolvendo uma sequência didática voltada para a utilização do *software Geogebra* como um recurso tecnológico. Assim sendo, objetivamos desenvolver esse conjunto de atividades que utilizem o *software* aqui citado e que possam direcionar o trabalho do professor para um processo de ensino e aprendizagem da função seno de forma que o aluno possa se apropriar com mais facilidade.

2 JUSTIFICATIVA

Como já mencionado anteriormente o pesquisador que está na incumbência da realização dessa pesquisa é professor da educação básica, logo um dos principais motivos para realização desse estudo é sua experiência em sala de aula, os problemas enfrentados em ensinar as funções trigonométricas. Dificuldades essas não apenas ligado a aprendizagem dos alunos mais o empasse em encontrar algum método que facilitasse o entendimento do conteúdo, um método que dinamizasse suas aulas.

Ao realizar alguns levantamentos de pesquisas, teses, dissertações entre outras, observamos que esse trabalho inicial já havia sido desenvolvido, o qual podemos citar Costa (2019) que apresenta uma pesquisa mostrando o *Geogebra* como um recurso tecnológico auxiliando o ensino das funções trigonométricas, e Souza (2014) que usa a mesma temática em um estudo. Logo, a partir e baseado nesses estudos sentimos a necessidade de apresentar uma sequência didática estruturada a partir de conceitos, como já mencionados anteriormente, da engenharia didática.

A função trigonométrica escolhida para a realização desse estudo foi a seno, a qual destacamos sua importância na construção de modelos matemáticos para fenômenos periódicos como o movimento das marés, a pressão sanguínea do coração, as ondas sonoras, o movimento dos planetas, entre outros.

Uma pergunta que naturalmente seria feita é qual a importância desse estudo, dos seus resultados para o mundo acadêmico, e para os professores da educação básica? A resposta é simples. O estudo pretende contribuir com o processo de ensino e aprendizagem da função seno no segundo ano do ensino médio a partir de uma sequência didática, proposto em sala de aula podendo ser usado por professores da educação básica ao adotarem o uso do *Geogebra* no ensino da referida função.

3 OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GERAL

- Propor uma sequência didática que utilize o *Geogebra* como recurso tecnológico para auxiliar o ensino e aprendizagem da função seno.

3.2 OBJETIVOS ESPECIFÍCOS

- Examinar aspectos, como o uso de recursos gráficos visuais, que contribuem para ensino de funções.
- Compreender e identificar os pontos que tornam o *Geogebra* relevante como recurso tecnológico para o ensino da função seno.
- Identificar as características da sequência didática com sua eficácia no processo de ensino e aprendizagem.

4 REFERENCIAL TEÓRICO

4.1 DIFICULDADE NA APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

D’Ambrosio (2011) relaciona alguns aspectos à dificuldade de aprendizagem em matemática. Ele afirma que a motivação, a ser fomentada através de situações práticas criada pelo professor, é fator determinante para o aluno gostar da matemática. Motivação essa que segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais, PCN (Brasil,1998) poderiam ser oriundos da utilização da tecnologia para o ensino, no qual o aluno assume papel de pesquisador.

Quando falamos nas dificuldades que os alunos possuem em aprender matemática estamos nos referindo a obstáculos no processo de ensino e aprendizagem que giram em torno dela, no qual estão envolvidos diretamente professores e alunos. Para melhor compreender as causas das dificuldades que os alunos apresentam na matemática precisamos investigar todo o processo de ensino em torno da matéria, onde não apenas o aluno ganha destaque mais também o professor, e alguns processos pedagógicos.

Ao falarmos em dificuldade de ensino e aprendizagem em matemática temos que destacar todos os processos pedagógicos os quais são responsáveis por transformar os conteúdos matemáticos da forma científica para a forma a ser ensinada em sala de aula, o quanto são adequados esses processos, a maneira como é aplicado e a relação do aluno com eles. Esses métodos são na maioria das vezes de responsabilidade do professor.

Outro viés no processo de ensino e aprendizagem é o aluno, como ele se relaciona com o conteúdo, quais os fatores que contribuem para uma melhor aquisição do saber, o quanto o meio social interfere nesse processo do ponto de vista do aluno, e de que forma a família pode contribuir positivamente para o sucesso desse processo. Não podendo esquecer o papel e a responsabilidade da escola no seu desenvolvimento.

São questões como as citadas anteriormente que tornam a busca por respostas quanto as dificuldades de aprendizagem em matemática bem complexas. Pacheco e Andreis (2018) destacam que os impasses no aprendizado de matemática podem estar relacionados com impressões negativas durante a primeira experiência dos alunos com a matemática, a falta de incentivo familiar, problemas cognitivos, a falta de estudos, a forma de abordagem dos professores, entre outras.

Podemos destacar a maneira como o aluno se relaciona com a matemática uma das principais causas desses problemas, indo de encontro a essa realidade Silveira (2002) ressalta que o aluno tem a ideia que a matemática é uma matéria difícil, podendo assim criar uma barreira que dificulte a sua aprendizagem.

Um fator de grande importância que podemos destacar e que contribui diretamente para essas adversidades são as práticas relacionas ao professor, suas metodologias e procedimentos pedagógicos. Sabemos que o professor é um dos sujeitos mais importantes no processo de ensino e aprendizagem e que suas metodologias devem estar atualizadas e alinhadas de tal maneira a garantir que o aluno consiga absorver os saberes a ele apresentados. Fiorentini e Lorenzato (2012) destacam o papel importante do professor no processo de aprendizagem da matemática:

> O educador matemático, em contrapartida, tende a conceber a matemática como um meio ou instrumento importante à formação intelectual e social de crianças, jovens e adultos e também do professor de matemática do ensino fundamental e médio e, por isso, tenta promover uma educação pela matemática. Ou seja, o educador matemático, na relação entre educação e matemática, tende a colocar a matemática a serviço da educação, priorizando, portanto, esta última, mas sem estabelecer uma dicotomia entre elas. (Fiorentini e Lorenzato, 2012, p.3)

Outro aspecto não menos importante e que estabelece uma conexão com essa promoção da educação pela matemática, que pode garantir uma melhor relação do aluno com o saber são algumas práticas pedagógicas, citada anteriormente, dentre elas destacamos o uso de recursos tecnológicos para o ensino.

É notório a dificuldade do aluno com a matemática, destacamos alguns fatores que podem estar associados a essas dificuldades. Os recursos tecnológicos, ou novas tecnologias no ensino, como pratica pedagógica contribuem para esse processo de ensino e aprendizagem? De que forma? Qual a relação dessa prática com uma possível melhoria na aquisição do saber pelos alunos?

4.2 O USO DA TECNOLOGIA PARA O ENSINO

Com o passar dos anos, com o surgimento e aprimoramento da tecnologia, e com a evolução das demandas educacionais, as antigas práticas pedagógicas em sala de aula não eram mais suficientes para atender o aluno em seu processo de aquisição do conhecimento. Logo se observou a necessidade de adaptação ao tempo, ao espaço social e as novas exigências que esses alunos traziam para a sala de aula.

Inserido nesse contexto surgiram a chamada novas tecnologias no ensino, que se tratavam do uso de recursos tecnológicos como práticas pedagógicas, ou aliadas a elas, que iriam facilitar os processos de ensino e aprendizagem. As novas tecnologias surgem com o objetivo de auxiliar o professor na transmissão do conhecimento ao aluno.

No Brasil a inserção da tecnologia na educação se deu em diversos momentos. Iremos descrever alguns deles baseado em um trabalho de Almeida (2008), no qual ela relaciona e discute historicamente a implementação da tecnologia no ensino no Brasil e em Portugal. De acordo com a autora o processo de inserção da tecnologia educacional no Brasil teve início a partir da década de 80 com a criação da Comissão Especial de Informática na Educação no ano de 1983 pela Secretaria Especial de Informática (SEI). Em 1984 foi criado o primeiro programa de informática na educação do Brasil, o projeto EDUCOM, que visava a produção de *softwares* educativos e sua aplicação nas escolas públicas de forma experimental. A partir desse projeto foram criados e implantados Centros de Informática na Educação (CIEd), os quais tiveram seu funcionamento garantido a partir do projeto FORMAR criado pelo MEC em 1987, o qual era constituído por cursos de especialização de formação de professores a nível de pós graduação.

Ainda de acordo com Almeida (2008), em 1989 o MEC instituiu o Programa Nacional de Informática na Educação (Pronife), com o objetivo de desenvolver ações de capacitação de professores e técnicos, implantar centos de informática educacional, aquisição de computadores e o desenvolvimento de *software*. De acordo com a autora em 1996 foi criado no MEC a Secretaria de Educação a Distância (SEED), para incorporar as TICs a educação. No mesmo ano o MEC criou o programa Tv Escola. Almeida (2008) ainda destaca a criação do Programa

Nacional de Informática na Educação (ProInfo), no ano de 1997, e logo em seguida a Rádio Escola, DVD Escola, entre outros.

No século XXI Almeida (2008) destaca a criação do Mídia na Educação em 2005 pela Secretaria de Educação a Distância SEED/MEC no ano de 2005, e a parceria do Governo Brasileiro com operadoras de telecomunicação para promover a gratuidade da conexão à internet em 2008.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) afirmam que o uso da tecnologia em sala de aula traz grandes benefícios para o ensino, dentre eles podemos destacar os seguintes: A relação estabelecida pela tecnologia para a construção do conhecimento; a problematização de situações por meio de programas; o favorecimento da aprendizagem cooperativa e ativa; o desenvolvimento de processos metacognitivos; a motivação dada aos alunos para a utilização de procedimentos de pesquisa; a permissão para simular reações químicas e físicas, para realizar situações concretas, para a construção de objetos visuais; e a garantia para a troca de informações entre alunos.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que se apresenta como o documento mais atual em relação a educação escolar, trata do uso de tecnologia direcionada para o uso crítico e responsável a partir do desenvolvimento de habilidades e competência, destacando um ponto essencial na prática em sala de aula que é a garantia da autonomia e do protagonismo, seja ele coletivo ou individual.

Um ponto importante que gera bastante discussão é a forma de utilização dessa tecnologia em sala de aula, destacado anteriormente pela BNCC como uso crítico. Resende (2002) defende seu uso a partir de um olhar diferenciado, afirmando que esse novo método não é necessariamente uma mudança de prática em sala de aula.

> A introdução de novas tecnologias na educação não implica necessariamente novas práticas pedagógicas, pois podemos com ela apenas vestir o velho com roupa nova, como seria o caso dos livros eletrônicos, tutoriais multimídia e cursos à distância disponíveis na Internet, que não incorporam nada de novo no que se refere à concepção do processo de ensino-aprendizagem. (RESENDE,2002, p.2)

Quando falamos em recursos tecnológicos ou novas tecnologias na educação não estamos apenas inserindo uma tecnologia a partir das práticas antigas nem as substituindo, o que se busca é uma melhoria na forma como o professor conecta e coordena as relações entre alunos e saber, um novo olhar, uma nova forma de estabelecer a comunicação entre esse sujeito e o conhecimento. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) a utilização de uma tecnologia em sala de aula como *softwares* não garante a aprendizagem dos conteúdos, ele necessita do professor para instigar o aluno, propor situações, passar informações, entre outros.

O professor é a peça fundamental para que a tecnologia inserida em sala de aula funcione cumprindo assim o seu papel educacional. Ele precisa estar preparado e capacitado para atender as demandas que esse meio necessita. Não são todos os conteúdos da grade curricular de ensino que há a possibilidade do uso desses recursos, também como, existe a necessidade da realização de testes e experiências de determinadas tecnologias para determinados conteúdos, o que fica na incumbência do professor em sala de aula. Para isso ele precisa de suporte, capacitação e de um meio em que ele possa compartilhar resultados e experiências adquiridos com a utilização da tecnologia nas suas aulas.

Resende (2002) ainda destaca que essas novas tecnologias não podem ser o protagonista no sistema educacional, elas devem ser adequadas ao projeto político-pedagógico colocando-se a serviço de seus objetivos e nunca os determinando. Fica bem claro que a tecnologia deve assumir um papel de auxiliar no processo de ensino e aprendizagem, funcionando como um complemento para as práticas educacionais já existentes.

4.3 A TECNOLOGIA NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Viana (2004) aborda o uso de tecnologia em sala de aula. O autor afirma que esse meio está presente no cotidiano do aluno, eles nascem e crescem utilizando-as.

> Vivencia uma realidade em que as crianças nascem e crescem manuseando as tecnologias que estão ao seu alcance. (...) A era da informação é fruto do avanço das novas tecnologias que estocam, de forma prática, o conhecimento e gigantescos volumes de informações. (...). Estas novas tecnologias permitem-nos acessar não apenas conhecimentos transmitidos por palavras, mas também por imagens, sons, vídeos, dentre outros. (VIANA, 2004, p. 11, 12)

Francisco (2014) reafirma a relevância do uso da tecnologia em sala de aula, destacando esse meio como um recurso altamente motivador e criador de oportunidades à interação dos alunos com o objeto de estudo, favorecendo para que aconteça a aprendizagem e a construção do conhecimento, destacando a importância do professor no processo.

Gravina (1998) também destaca a relevância do uso de tecnologia para o ensino, logo afirma que esse recuso didático precisa ser usado com bastante cautela, não é interessante a implementação de um método que privilegie simplesmente a transmissão do conhecimento a partir da memorização sem que o aluno se aproprie dos saberes por completo. O autor enfatiza que o uso de qualquer recurso para o ensino deve ser pautado pelo princípio da construção do conhecimento a partir de interação e ação do sujeito, ele ainda cita a teoria do desenvolvimento cognitivo de Piaget, que fala da aprendizagem como dependente de ações do sujeito.

De acordo com Ferreira, Camponez e Scortegagna (2015) as primeiras iniciativas voltadas para o uso da tecnologia no ensino da matemática teriam acorrido a partir do ano de 1999, motivados por três pilares: avanço da computação, na utilização de *softwares* educacionais, planilhas eletrônicas, jogos e imagens; pela internet que traz a realidade virtual, videos educacionais entre outros; e o surgimento dos smartphones com uso de calculadoras, gravador de vídeo e internet.

O uso dos recursos tecnológicos para ensino da matemática tem como função de destaque garantir autonomia ao aluno para construção do conhecimento matemático. As práticas antigas de ensino como a utilização do quadro, antes de giz e nos dias atuais quadro branco com o uso do lápis de quadro, para transcrição e cópia dos estudantes que consistiam em fazer do professor um repassador do saber e do aluno um copiador, pouco contribuíam para o avanço educacional do aluno. Em contrapartida a tecnologia muda todo esse processo em sala de aula, fazendo com que o professor se torne um sujeito orientador e o aluno o investigador. O professor proporciona ao aluno um ambiente em que ele seja capaz de se relacionar com o saber, investigar e produzir conhecimento.

Todo esse processo que envolve a tecnologia em sala de aula seria eficaz em outros componentes curriculares, logo o destaque que damos a sua utilização para o ensino da matemática provem da ideia inicial das dificuldades enfrentadas no processo de ensino e aprendizagem da matéria, logo cria-se um meio no qual essas dificuldades poderiam ser amenizadas. Esses processos tecnológicos inseridos no ensino podem criar uma nova forma de educar matematicamente o aluno, segundo Miranda e Laudares (2007).

A tecnologia aliada a matemática está inserida no contexto de que todo esforço é válido para que se consiga os objetivos nos processos educacionais

> As novas tecnologias oferecem melhores alternativas de trabalho com a Matemática. Sob a perspectiva de que mais vale uma educação voltada para o aprender do que para a mera aquisição de conteúdo específicos, considera-se como principal ganho resultante do uso dessas tecnologias conseguir que o ensino-aprendizagem em Matemática seja feito sob a perspectiva de construção-reconstrução, o que exige a efetiva e equilibrada participação de professor e de aluno. (MIRANDA e LAUDARES, 2007, p. 9)

A tecnologia não apenas pode oferecer melhores alternativas de trabalhar a matemática, ela logra facilitar a relação que visa estabelecer uma comunicação mais próxima ou mais intima entre aluno e saber, favorecendo ou proporcionando ao aluno um novo olhar acerca da matemática.

A matemática ensinada em contexto diferenciado das aulas mais tradicionais, aulas expositivas, garante ao aluno uma quebra de alguns conceitos prévios em relação ao seu ensino. Essa mudança pode provocar inicialmente apenas curiosidade, mais logo em seguida trazer ao aluno um novo estímulo, novas perspectivas de aprendizagem, ou simplesmente do ponto de vista dele a matemática vai ganhar mais sentindo, despertando assim um interesse maior pela aquisição dos conhecimentos relativos a ela.

Ao falarmos do uso tecnológico na matemática, nos remetemos logo a ideia do uso do computador, da informática, da internet, entre outros, tendo em vista a quantidade de *software*, por exemplo, voltados para o ensino de conteúdos matemáticos. Essa relação da matemática com as áreas relativas à informática vai desde *softwares* para construção de gráficos, tabelas, e até outros com função de estudar a geometria de forma visual. Todos eles com o objetivo de simular, experimentar e garantir uma comunicação mais rápida e instantânea.

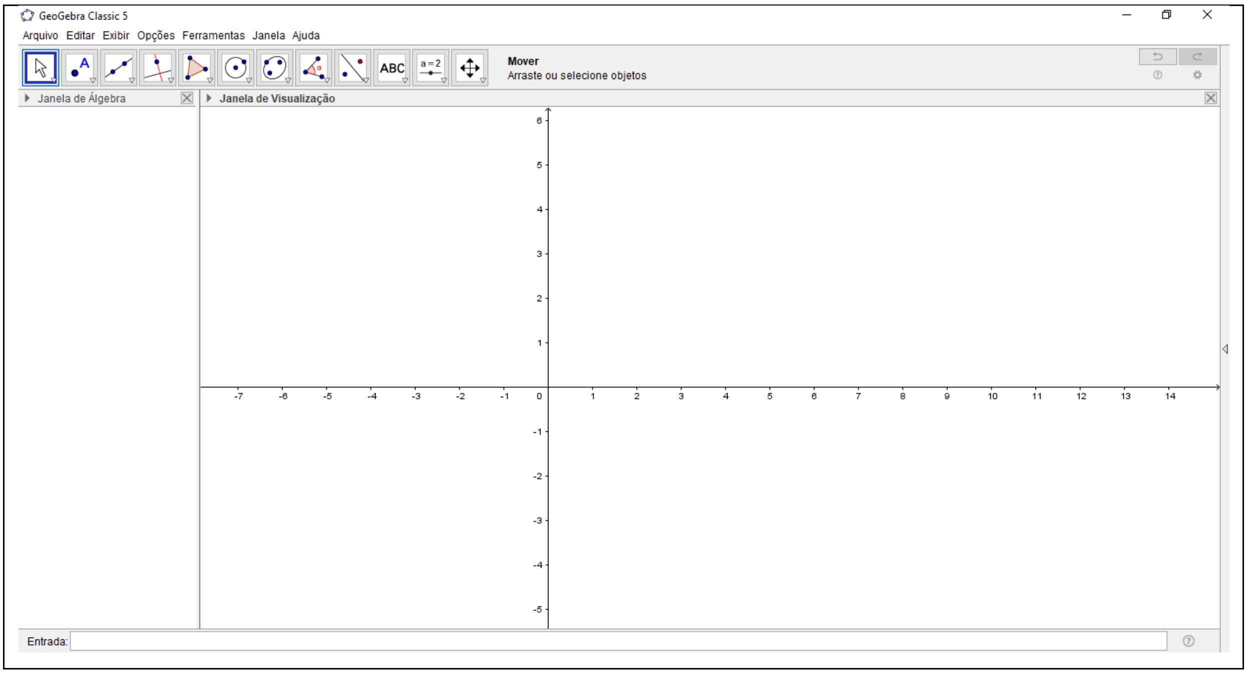
4.4 O *GEOGEBRA* COMO RECURSO TECNOLOGICO NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Antes de qualquer abordagem em relação ao uso do *software Geogebra* como recurso tecnológico para o ensino da matemática, iremos apresenta-lo, falando um pouco de sua história e algumas de suas funcionalidades.

De acordo com Guerato (2016) o *Geogebra* é um *software* gratuito de matemática dinâmica criado pelo austríaco Markus Hohenwarter no ano de 2001, sendo iniciado o projeto na Universität Salzburg e seu desenvolvimento tem acontecido na Florida Atlantic University. O *software* atualmente está traduzido em 58 idiomas e está presente em 190 países, tendo recebido diversos prêmios nos Estados Unidos e Europa. Ainda segundo a autora ele está disponível para ser instalado em computadores com Windows, Linux ou Mac OS. Ele é baixado por aproximadamente 300000 usuários todo mês, reforçando assim sua popularidade. Seu download pode ser feito no endereço eletrônico https://www.geogebra.org/, também como no mesmo site pode ser realizado o seu uso na forma online. O software está disponível também para ser utilizado em celulares com sistema Android e IOS.

O *Geobegra* pode ser utilizado na geometria, álgebra, para construção de tabelas e gráficos, na probabilidade, estatística, e em cálculos. Ela possui uma ferramenta de visualização 3D que possibilita o seu uso por exemplo na geometria espacial onde se faz necessária a visualização em três dimensões.

Figura 1: interface inicial do *Geogebra*



Fonte: Geogebra.org

Sua interface é bastante simples e de fácil manuseio, com um menu contendo nove botões com algumas possibilidades como a inserção de pontos, retas, a construção de polígonos, círculos, a marcação de ângulos, digitação de texto, e construção de controles deslizantes, entre outros. Ele ainda possui a função de inserir o plano cartesiano e uma malha quadriculada, além de possuir duas janelas, uma de álgebra e a outra de visualização.

O *Geogebra* como recurso tecnológico para o ensino da matemática em sala de aula tem a função de auxiliar no processo de ensino e aprendizagem. Ele é um recurso que pode assistir o professor no ensino de diversos conteúdos matemáticos. Nele o aluno pode interagir com o conhecimento, e o mais importante, produzir ele mesmo com ajuda do professor, o saber. Nessa mesma linha de pensamento Marchetti e klaus (2014) destacam o seguinte:

> Ao fazer uso do *software Geogebra* o professor poderá possibilitar à solução de problemas ligados a vivência do aluno, por meio de Tendências Metodológicas, podendo o aluno dessa forma realizar análises, debates, conclusões, questionamentos, etc., tão importantes para a construção dos conceitos matemáticos em um menor tempo do que se fosse realizado com o Ensino Tradicional, com base em aulas teóricas, sem relação nenhuma com a realidade do aluno. (MARCHETTI e KLAUS, 2014, p.6)

Mais para que o *Geogebra* funcione efetivamente e contribua para o sucesso dos processos educativos precisa ser observado alguns aspectos importantes nesse processo. O professor que fará o uso desse recurso necessita possuir habilidades matemáticas suficientes para mediar o aluno na produção do saber na interação com esse meio, também como, ser habilitado e capacitado com conhecimento suficiente do uso dele e todas suas funções. O professor precisa definir o conteúdo que irá ser trabalhado com o uso do *software* e realizar um planejamento cuidadoso e minucioso para que seja minimizado os erros e adversidades ocorridas durante a aula no momento do uso desse meio tecnológico. O planejar é um fator importante para que o docente tenha dimensão dos processos a serem utilizados, também como objetivos a serem alcançados ao final do processo educativo.

O *Geogebra* como qualquer outro recurso tecnológico tem a função de coadjuvante no processo de ensino e aprendizagem nunca de protagonista. Ele precisa ser utilizado como instrumento de melhoria do processo, mais nunca como substituto das práticas pedagógicas já adotadas pelo professor em sala de aula. O professor precisa estar atento as necessidades de cada aluno no manuseio do *software*, as dificuldades encontradas, e tentar sanar para que o processo transcorra de tal forma a legitimar a utilização do recurso garantindo sucesso na aquisição do conhecimento.

4.5 O *GEOGEBRA* NO ENSINO DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

Seguindo o mesmo raciocínio, destacando a importância do uso de recursos tecnológicos em sala de aula para o ensino, e nesse caso específico para o ensino da matemática usando como recurso o *Geogebra*, enfatizamos a importância do uso de algum meio tecnológico para o ensino das funções trigonométricas. Qual a necessidade de usar um recurso tecnológico para o ensino das funções trigonométricas? E qual a justificativa para que esse recurso seja o *Geogebra*?

A trigonometria, em especial as funções trigonométricas, é um dos conteúdos da matemática do currículo escolar no qual os alunos apresentam mais dificuldades de aprendizagem. Essas dificuldades estão principalmente ligadas a compreensão dos seus conceitos teóricos, a falta de conhecimentos prévios necessários, e o chamado ensino abstrato que consiste em apresentar as funções trigonométricas de forma abstrata. Reforçando essa análise e a partir dos PCN Maia e Pereira (2014) destacam o seguinte:

> De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN+ (2002), apesar de sua importância, o ensino da trigonometria é apresentado desconectado das aplicações, dando bastante ênfase ao cálculo algébrico de identidades e equações em detrimento de aspectos importantes das funções trigonométricas e análise de seus gráficos. (MAIA e PEREIRA, 2014, p.11)

Essa ideia reforça o objetivo da utilização do recurso tecnológico para ensino. A trigonometria deve ser abordada partindo da hipótese em que o aluno seja o sujeito ativo na construção do conhecimento, onde ele seja componente desse processo.

O *Geogebra* permite a construção de gráficos de funções, manuseio e transformação das mesmas. Portanto, o aluno vai ter mecanismos necessários para trabalhar as funções trigonométricas de forma que ele possa construir e analisar seus gráficos, observar os períodos e estabelecer relações entre seno, cosseno e tangente.

No pressuposto teórico a análise dar conta da eficácia de tal recurso no ensino da trigonometria. Costa (2019) apresenta um estudo com esse objetivo, analisar o ensino das funções seno e cosseno a partir do *Geogebra*. Ele destaca alguns aspectos como a criação gráfica de forma mais rápida e dinâmica e a motivação dos alunos ao manusear o recurso. Um ponto destacado por Costa (2019) e que se faz necessário ser analisado foi a falta de conexão entre a teoria aplicada em sala de aula e a pratica no laboratório de informática utilizando o *software*. Ele sugere inverter a ordem da atividade, aplicando inicialmente a pratica no laboratório e logo em seguida a teoria em sala de aula, com o objetivo de minimizar essa perda de conexão.

5. FUNÇÕES, DO SURGIMENTO AO ENSINO

5.1 O SURGIMENTO DAS FUNÇÕES

A ideia de função teria surgido a partir de problemas do cotidiano para estudar as relações entre quantidades, modelando alguns fenômenos que ocorrem na natureza, estabelecendo uma relação entre grandezas (COONEY; BECKMANN; LLOYD, 2010 apud SILVA (2013).

O preço do feijão em relação a quantidade de quilo que quer comprar, a vazão de uma barragem diante do tempo, o consumo de energia de um ventilador baseado no tempo em que ele permanece ligado, são alguns exemplos de relações entre grandezas que estão ligados a ideia de função.

De acordo com Kline 1908/1985 citado por Silva (2013) alguns cientistas do século XVII introduziram o termo *função* baseado no pressuposto de movimento de curvas. Eves (1997) citado por Silva (2013) destaca que em 1671 Isaac Newton atribuiu a função o termo *fluente,* que está associado a relação de variáveis x e y como quantidades que fluem. Logo em 1673 Leibniz introduziu a palavra função dando a ela sentido matemático e com significado vindo do latim *realizo tarefa*. Ele usou o termo função para descrever uma quantidade relacionada a uma curva, inclinação ou um ponto qualquer situado sobre ela.

Tanto a concepção de Newton quanto a de Leibniz descrevem a função como taxa variação que está ligada diretamente a ideia da derivada que conhecemos no cálculo, assim segundo Silva (2013) os dois cientistas podem ser considerados criadores do cálculo.

De acordo com Eves (1997), Boyer (1998), Berlinghoff e Golveia (2010) citados por Silva (2013) em 1718 Bernoulli definiu uma função como uma quantidade composta de variáveis e constantes. Usando a frase de Leibniz "*função de"* indicando quantidade adotando a sigla "Fx". Com algumas concepções apresentadas por Euler em 1750 os conceitos de função foram se estabelecendo de acordo como conhecemos hoje, sendo a dependência de variáveis em relação a outras.

5.2 O ENSINO DAS FUNÇÕES

Existem várias visões acerca do ensino das funções. No documento que regulamenta e unifica as práticas educacionais atualmente que é a BNCC (Base Nacional Comum Curricular) o ensino das funções é abordado a partir de grandezas que se relacionam a partir de dependência. “Compreender função como um tipo de relação de dependência entre duas variáveis, ideias de domínio e de imagem, associando-as a representações gráfica e/ou algébrica” (BNCC, 1º ano do EM). Tal abordagem é idêntica o que fala no PCNEM (Parâmetros Curriculares Nacionais Para o Ensino Médio).

> [..] o estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. (PCN+EM, 1999, p.121)

A Base Nacional Comum Curricular BNCC[1] apresenta habilidades para o ensino de funções. Iremos descrever algumas delas segundo esse documento, no tópico do ensino médio na área de matemática e suas tecnologias.

Quadro 1: Algumas habilidades no ensino das funções a partir da BNCC

(EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.
(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT303) Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.
(EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.
(EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.
(EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos

[1] A BNCC utilizada em todo o trabalho foi a versão homologada de 14 de dezembro de 2018 pelo então ministro da educação, a qual está disponível em http://basenacionalcomum.mec.gov.br

reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.
(EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
(EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.
(EM13MAT403) Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.
(EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.
(EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.
(EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT507) Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas
(EM13MAT508) Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.
(EM13MAT510) Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.

Fonte:basenacionalcomum.mec.gov.br

O documento oficial e mais recente que trata do currículo em Pernambuco são os Parâmetros Curriculares de Pernambuco (PCPE) do ano de 2012, uma vez que o Currículo[2] de Pernambuco que tem como referência a BNCC ainda está na fase de validação. O PCPE apresenta os conteúdos e as expectativas de aprendizagem por ano e bimestre. O conteúdo de funções é abordado no eixo de álgebra nos três anos do Ensino Médio.

A BNCC, como exposta anteriormente, apresenta as habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos em cada conteúdo. Já os Parâmetros Curriculares de Pernambuco apresentam, no lugar de habilidades expectativas de aprendizagem.

[2] De acordo com o portal www.educacao.pe.gov.br o novo Currículo de Pernambuco que tem como base a BNCC, homologada em 2018, foi elaborado no ano de 2019 e disponibilizado sua versão preliminar para sugestões e modificações até dia 31 de março de 2020.

Uma dúvida que acreditamos ser recorrente entre muitos professores é qual a melhor forma, ou a maneira correta de ensinar funções. Cooney, Beckmann e Lloyd (2010) citado por Silva (2013) apresentam o processo de ensino e aprendizagem das funções baseados em cinco questionamentos: Como as funções se distinguem de outras entidades matemáticas? Como as taxas de variação caracterizam vários tipos de funções? Como as funções podem ser classificadas dentro de famílias com características compartilhadas que são úteis à modelagem de fenômenos do mundo real? Como as funções podem ser combinadas ou transformadas para criar novas funções? Como as funções podem ser representadas em uma variedade de modos em que as relações e variações podem ser analisadas?

Em sala de aula é muito comum delinear funções a partir das definições que encontramos nos livros didáticos: Sejam os conjuntos A e B não vazios, uma relação f de A em B é uma função quando associa a cada elemento x, do conjunto A um único elemento y, de B. O conjunto A é denominado domínio de f e o conjunto B, contradomínio da função f. Cada elemento y de B que possui correspondente x em A é chamado de imagem de x pela função f. (Definição baseada no livro didático Contato Matemática 1º ano, dos autores Joamir Roberto de Souza e Jaqueline da Silva Ribeiro Garcia, ed. 1, São Paulo, FTD, 2016.

Percebemos em sala de aula que a compreensão da definição como exemplificada anteriormente, inicialmente não faz muito sentindo para os alunos. Por isso existe a necessidade de uma contextualização com o cotidiano.

Freudenthal (1983), matemático e educador matemático alemão, citado por Silva (2013) afirma que a definição formal de função não é apropriada para a educação escolar. Afirmando ainda que a própria origem da função descreve a necessidade de uma contextualização dentro do mundo real, físico e mental.

Dependência entre variáveis, contexto do cotidiano com a geometria, relação entre grandezas, relação binária envolvendo o produto cartesiano, máquina de entrada transformação e saída, essas são as possíveis abordagens que podem ser realizadas no ensino inicial das funções. Silva (2013) afirma a necessidade dessas abordagens preliminares e só depois formalizar seus conceitos através da sua definição.

> Uma apresentação formal de função somente deve ser dada depois de uma boa preparação por parte dos alunos de modo que o conceito de função seja bem compreendido e na perspectiva das diferentes representações.

> Portanto, as compreensões essenciais envolvidas no conceito de função devem ser trabalhadas ao mesmo tempo em que as diversas formas de representar funções. (SILVA, 2013, p. 68)

Um ensino bem estruturado concomitante com boas práticas é necessário não apenas no ensino das funções mais em todas as áreas de ensino com a finalidade de um processo de ensino e aprendizagem satisfatório.

6. O ENSINO DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

6.1 O CICLO TIGONOMÉTRICO

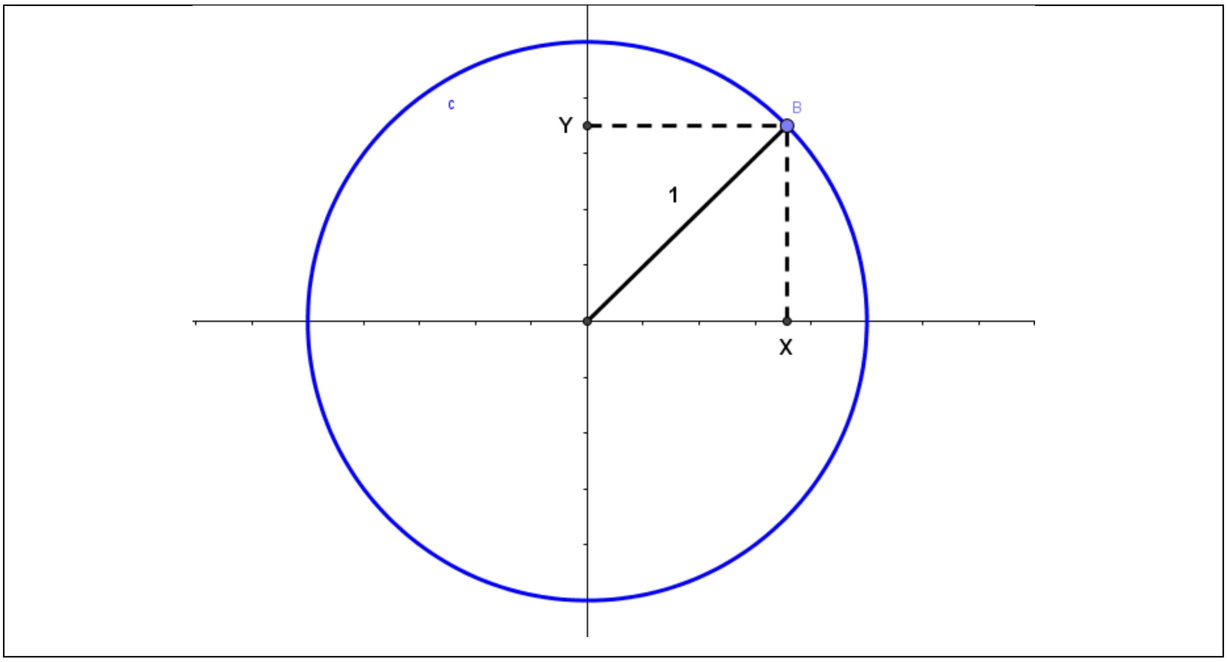
Diferente das funções polinomiais por exemplo que são estabelecidas por uma relação entre grandezas podendo ser empregada a ideia de relação binária, as funções trigonométricas são caracterizadas por estudarem fenômenos com repetições periódicas, como por exemplo a tábua das marés e o movimento de uma roda gigante.

O PCN destaca a importância de o aluno ter contato com as funções trigonométricas, com seus gráficos fazendo relação com os fenômenos periódicos da natureza. Já na BNCC, que se apresenta hoje como o documento mais atual que regulamenta o currículo do ensino no Brasil, apresenta a função trigonométrica objetivando ao aluno identificar as funções seno e cosseno, seus períodos, domínio e imagem, por meio de representações e comparação de seus ciclos trigonométricos, com auxilio ou não de recursos digitais.

Uma das formas de apresentação dos conceitos de função trigonométricas é através do ciclo trigonométrico, o qual consiste em uma circunferência com centro na origem do plano cartesiano e com raio unitário, e um ponto genérico de coordenadas x e y.

Na Figura 2 representamos o plano de coordenadas cartesianas e o círculo trigonométrico da equação $x^2+y^2=1$.

Figura 2: Ciclo trigonométrico com raio unitário

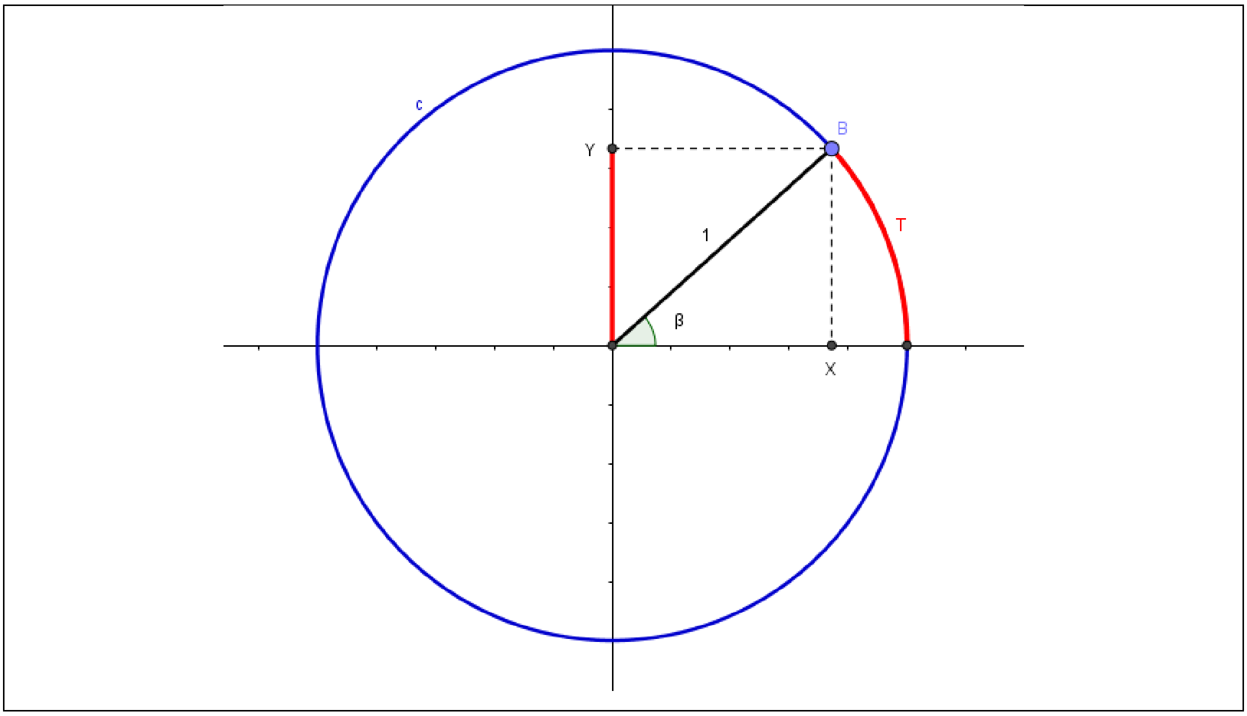


Fonte: Elaborado pelo autor do estudo

6.2 A FUNÇÃO SENO

Para definir o seno de um número real T, considere o ângulo orientado cuja medida em radianos é β , em seguida, considere o ponto B do círculo trigonométrico associado ao número real T, ou seja, o seno de T é a ordenada do ponto no sistema de coordenadas cartesianas onde está inserido o círculo trigonométrico, como podemos observar na figura abaixo.

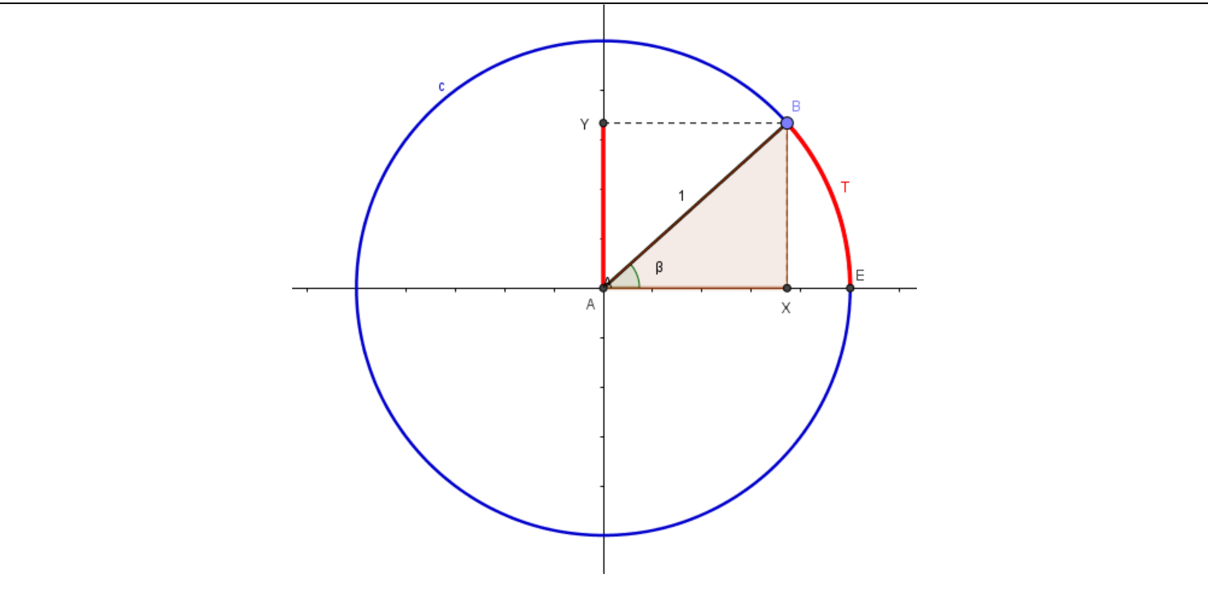
Figura 3: Representação do seno no ciclo trigonométrico



Fonte: Elaborado pelo autor do estudo

Uma outra forma de definir o seno é utilizando as razões trigonométricas. Observe na figura 4 o triângulo retângulo ΔABX, com hipotenusa AB. Definimos o seno do ângulo β que corresponde ao número real T (pode ser compreendido como o arco BE) como a razão entre o segmento BX (cateto oposto a β) e a hipotenusa AB.

Figura 4: Representação do seno usando as razões trigonométricas.



Fonte: Elaborado pelo autor do estudo

Logo temos:

$$sen\,\beta = \frac{BX}{AB}$$

$$sen\,\beta = \frac{BX}{1}$$

$$sen\,\beta = BX$$

E, portanto, o seno do ângulo β é o segmento BX que corresponde ao segmento YA.

O domínio da função seno é todo o conjunto dos números reais R, e sua imagem está dentro do intervalo [-1, 1], pois $x \in R$, e temos: $-1 \leq sen\,x \leq 1$. A função seno é periódica e seu período é 2π.

O sinal da função *f* dada por $f(x) = sen\,x$ é positiva quando x estiver no 1º e 2º quadrantes e negativa quando x pertencer ao 3º e 4º quadrantes. No 1º e 4º quadrante f e crescente e no 2º e 3º f é decrescente.

O seno possui alguns valores no ciclo trigonométrico, como descrito na tabela a seguir.

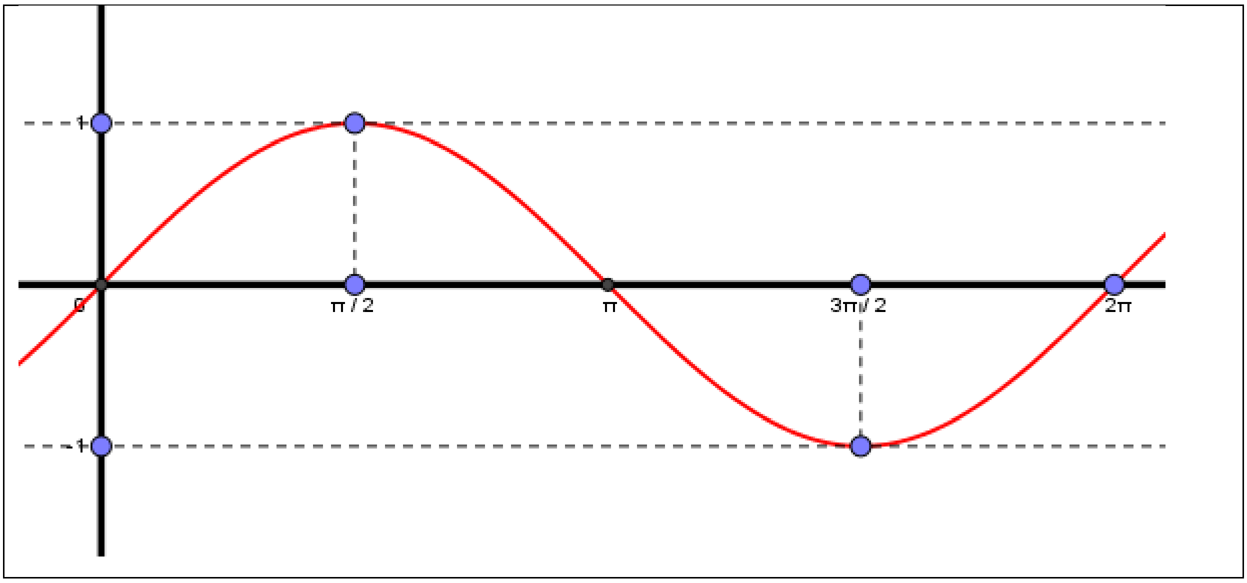
Quadro 2: Valores do seno no ciclo trigonométrico

$sen(\,0) = 0$	$sen\;(\pi) = 0$	$sen(2\pi) = 0$
$sen\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$	$sen\;\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -1$	$sen\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -1$

Fonte: SOUZA e GARCIA (2016, p.20)

O gráfico da função seno dada por $f(x) = sen\;x$ é uma senóide.

Figura 4: gráfico da função seno no intervalo de [0, 2π]



Fonte: Elaborado pelo autor do estudo

6.3 A FUNÇÃO SENO NO *GEOGEBRA*

Vamos apresentar a seguir a construção da função seno no *Geogebra*, passo a passo a partir de um roteiro e com a descrição visual a partir de figuras.

Começamos inserindo o ciclo trigonométrico no plano cartesiano.

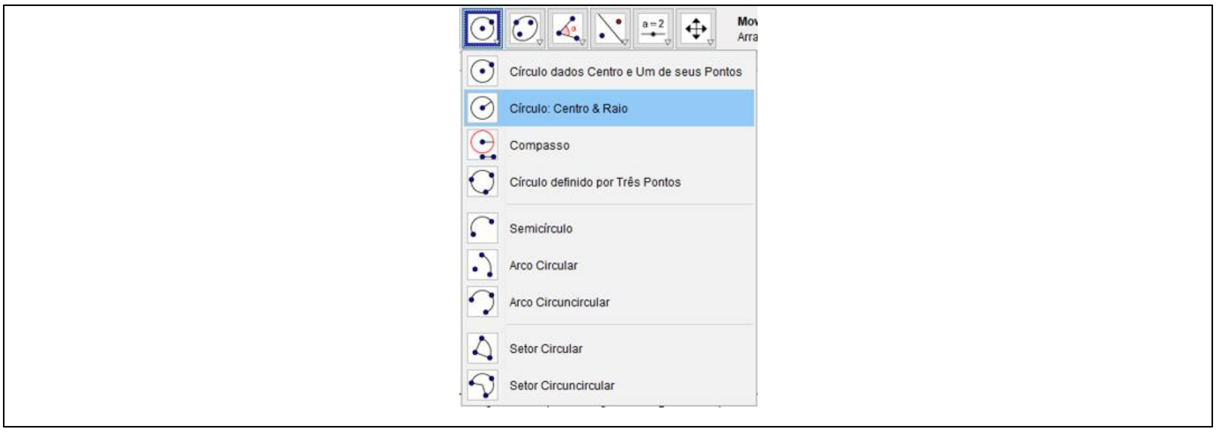
1- Crie uma circunferência centrada na origem e com raio 1.

Comandos:

1 < círculo: centro e raio>.

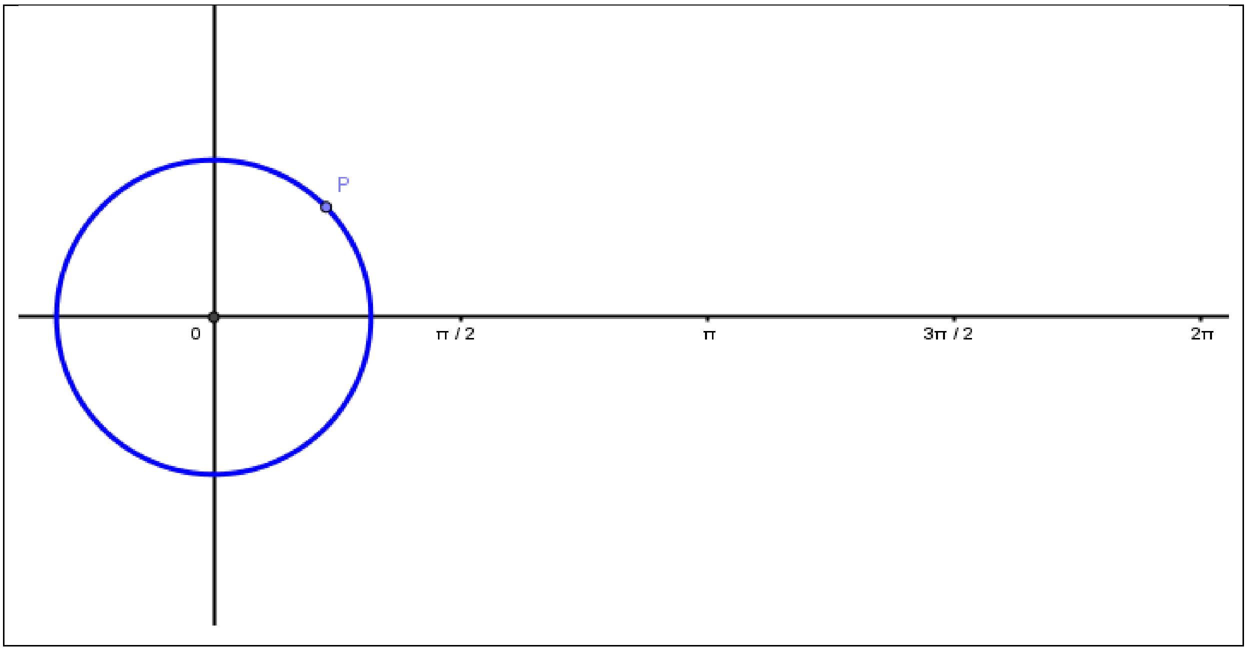
2 < digitando no valor do raio 1>.

Figura 5: Comandos



Fonte: Geogebra.org

Figura 6: Construção da função seno



Fonte: Elaborado pelo autor do estudo

2- Em seguida insira um ponto P na circunferência e um segmento ligando esse ponto ao centro da circunferência.

Comandos:

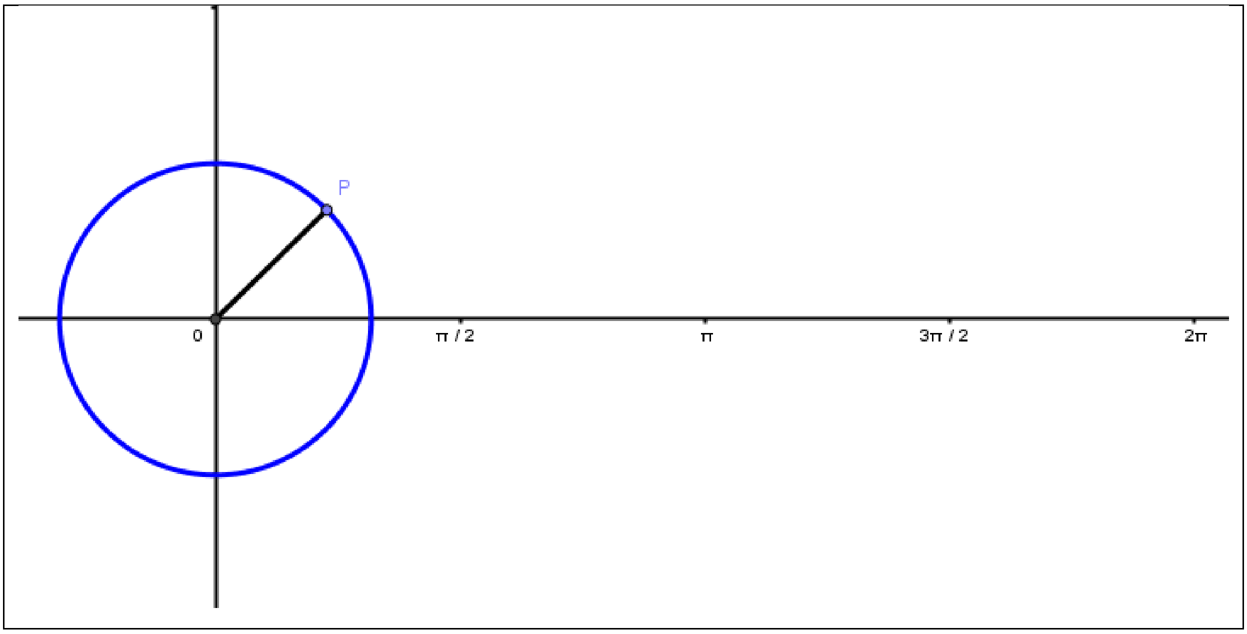
1- < ponto>

2- < reta: segmento>

Figura 7: Comandos

Fonte: Geogebra.org

Figura 8: Construção da função seno



Fonte: Elaborado pelo autor do estudo

2- Construa um ângulo entre o segmento do centro ao ponto P e o eixo das abscissas.

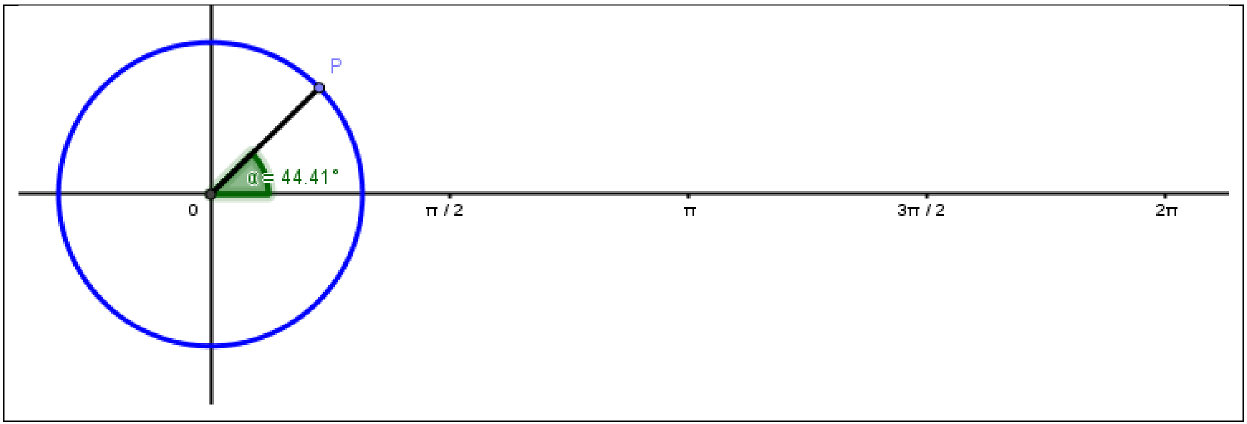
Comando:

1 < ângulo>.

Figura 9: Comandos

Fonte: Geogebra.org

Figura 10: Construção da função seno



Fonte: Elaborado pelo autor do estudo

4- Traçar uma paralela ao eixo das abscissas passando pelo ponto P. Marque um ponto D de interseção entre o eixo das ordenadas e essa paralela e em seguida construa um segmento entre o ponto P e o ponto D, ocultando em seguida a reta paralela construída. Adicionando um segmento entre o centro da circunferência e o ponto D nomeando-o como seno do ângulo construído anteriormente.

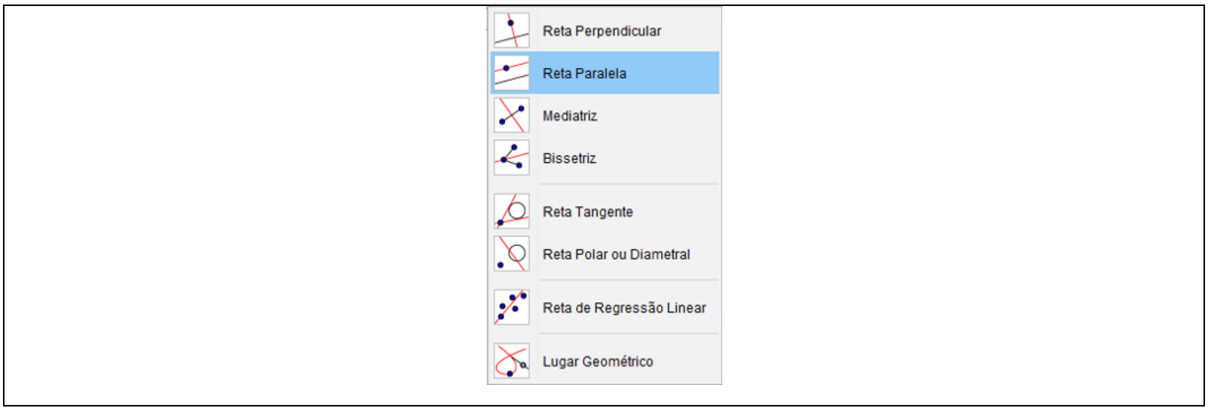
Comandos:

1- < reta perpendicular: reta paralela>

2- < ponto>

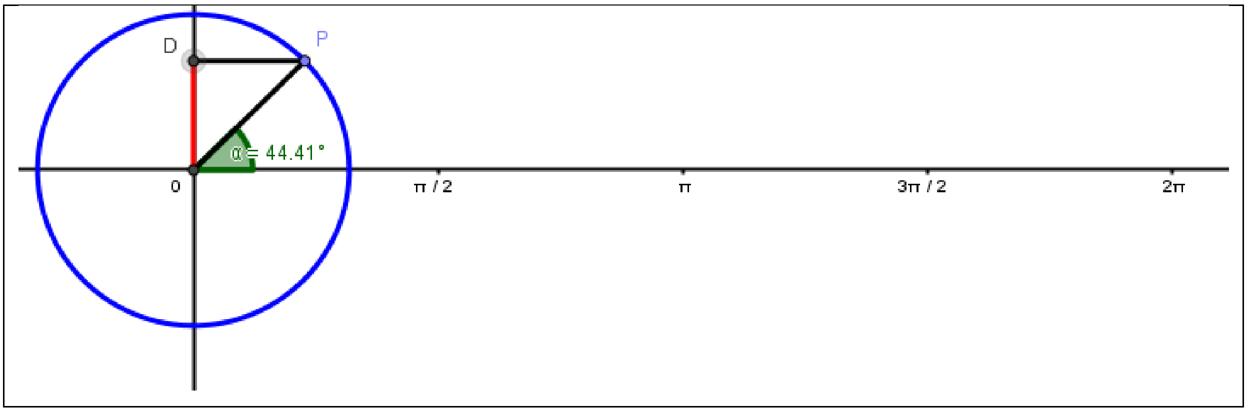
3- < reta: segmento>

Figura 11: comandos



Fonte: Geogebra.org

Figura 12: Construção da função seno



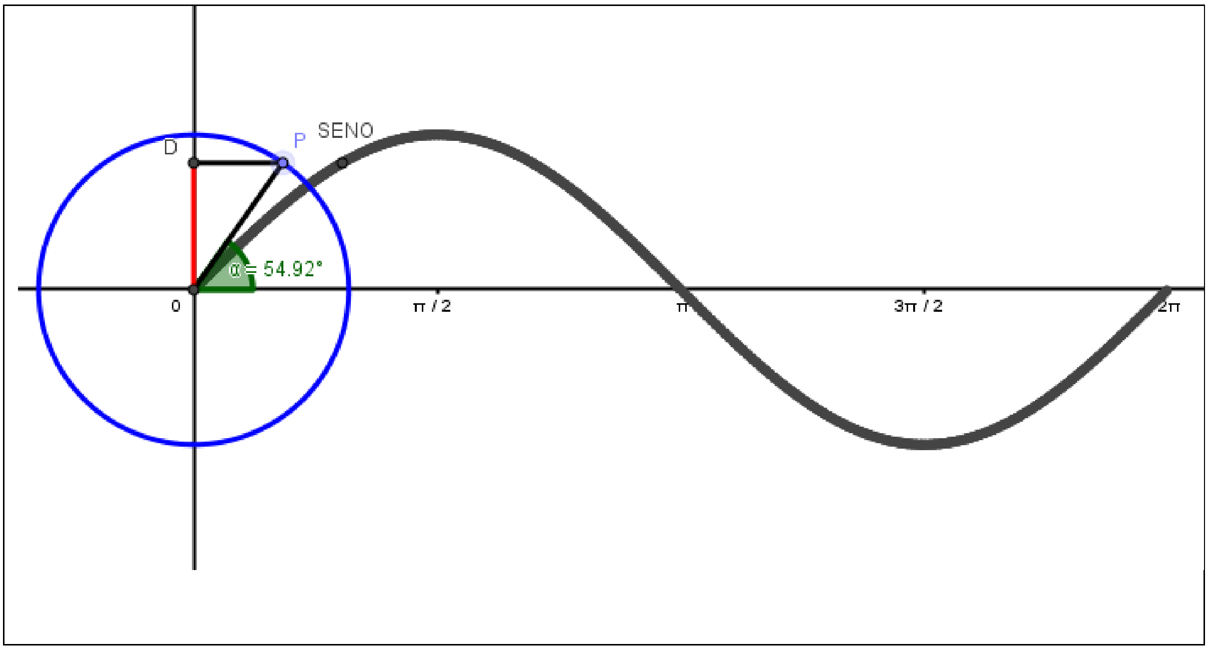
Fonte: Elaborado pelo autor do estudo

5- Inserir no campo de entrada o ponto de comando $(\alpha, \sin\alpha)$, renomeando o ponto para seno. Adicione o rastro a esse ponto seno e anime o ponto P. Assim poderemos observar que o rastro deixado pelo ponto seno vai criando a senóide.

Figura 13: Comandos

Fonte: Geogebra.org

Figura 14: Construção da função seno



Fonte: Elaborado pelo autor do estudo

Com este roteiro, é possível construir o gráfico da função seno no *Geogebra*, estabelecendo mais dinamismo ao ensino da função trabalhada, podendo desenvolver mais estímulo e garantindo a possibilidade do aluno se apropriar mais rápido dos conceitos trabalhados e produzir por si só o saber matemático.

A seguir apresentaremos um conjunto de atividades com objetivo de guiar o aluno nesse processo de ensino e aprendizagem da função seno diante da sua aplicação no *Geogebra.*

7- SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA TRABALHAR A FUNÇÃO SENO COM O AUXÍLIO DO *GEOGEBRA.*

Iremos estruturar as atividades da sequência didática a partir de concepções de Zabala (1998), que a define da seguinte forma: “Um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para realização de certos objetivos educacionais, que tem um princípio e um fim conhecidos pelo professor e pelos alunos” (ZABALA, 1998, p. 18). Ela se caracteriza por um planejamento bem estruturado com objetivos traçados, com ponto de partida e de chegada definidos. E importante que as atividades sejam organizadas observando níveis de dificuldades.

A sequência didática segundo Junior (2016), precisa atender, as necessidades educacionais dos alunos observando seus conhecimentos prévios, os objetivos traçados pelo professor, as características da turma na qual ela será aplicada, e favorecer o ensino do conteúdo etapa por etapa envolvendo atividades de aprendizagem e avaliação. Ainda segundo o autor o professor tem um papel importante nesse processo. Ele precisa ter autonomia para intervir nas atividades e até mudar se necessário sua rota, levando sempre em consideração o objetivo principal da sequência que é facilitar o processo de ensino e aprendizagem.

Como já descrito anteriormente utilizaremos conceitos da engenharia didática para construir a sequência didática. Segundo Almouloud (2007) a engenharia didática se caracteriza por um esquema experimental com base em realizações didáticas em sala de aula. Ela se divide em quatro etapas: Análises previas, analises a priori, experimentações, análises a posteriori e validação.

Iremos estruturar a sequência didática a partir das etapas: análises prévias, com a análise dos aspectos relacionados ao objeto de estudo que será a função seno, e análises a priori, análise de características relacionadas ao aluno e sua forma de resolução de problemas delimitando variáveis pertinentes para o ensino. Os conceitos aqui descritos da engenharia didática e suas etapas estão de acordo com Almouloud (2007), no seu livro fundamentos da didática da matemática.

Incialmente pretendíamos desenvolver a sequência didática em três etapas, as quais consistia em identificar os conhecimentos prévios dos alunos, explorar de forma oral e visual em quadro branco os conceitos de seno no arco trigonométrico e a função seno, e utilizando o *Geogebra* manusear o ciclo trigonométrico e a função seno. Logo, baseado em Costa (2013) e em seu estudo que utiliza o *Geogebra* para ensinar as funções trigonométricas sugerindo a utilização do *software* antes de introduzir os conceitos teóricos, decidimos inverter em partes essa sequência.

A proposta é realizar a sequência didática dividida em três momentos, os quais serão descritos a seguir:

Quadro3: Descrição das etapas da sequência didática

Etapas	Atividades
1ª etapa	Apresentar duas atividades cada uma com três questões como forma de avaliar conceitos prévios dos alunos.
2ª etapa	Inserir os conceitos do seno no ciclo trigonométrico e da função seno. Permitindo que os alunos desenvolvam o conhecimento na interação com o *Geogebra*, utilizando uma atividade como forma de guiá-los.
3ª etapa	Apresentar de forma oral e com a realização de uma atividade escrita os conceitos teóricos de seno e função seno.

Fonte: Elaborado pelo autor do estudo

A sugestão é que esse conjunto de atividades seja aplicado em um tempo estimado de 6 aulas, as quais serão divididas em duas para cada etapa. Os alunos trabalharão de forma individual em todas as etapas exceto na terceira, na qual formarão duplas para realização da atividade escrita, garantindo assim uma troca de saberes que podem ser ampliados com a socialização da atividade com os demais alunos da turma.

As habilidades que serão desenvolvidas pelos alunos ao longo desse conjunto de atividades estão relacionadas com o ensino de funções trigonométricas e explicitadas na BNCC, a qual será: “(EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.” (BRASIL, 2018, p.536)

De antemão podemos prevê maior dificuldade na segunda etapa do conjunto de atividades, observando como obstáculo a compreensão, a partir do manuseio do *Geogebra,* do conhecimento referente a função seno.

O aluno durante as atividades receberá o arquivo com as construções referente a cada uma delas no *software*, ele irá apenas manusear o recurso seguindo as instruções contidas em cada atividade proposta, uma vez que o objetivo da atividade não é ensinar o aluno a manusear o *Geogebra,* mas promover o seu aprendizado a partir do emprego do conteúdo nesse meio tecnológico.

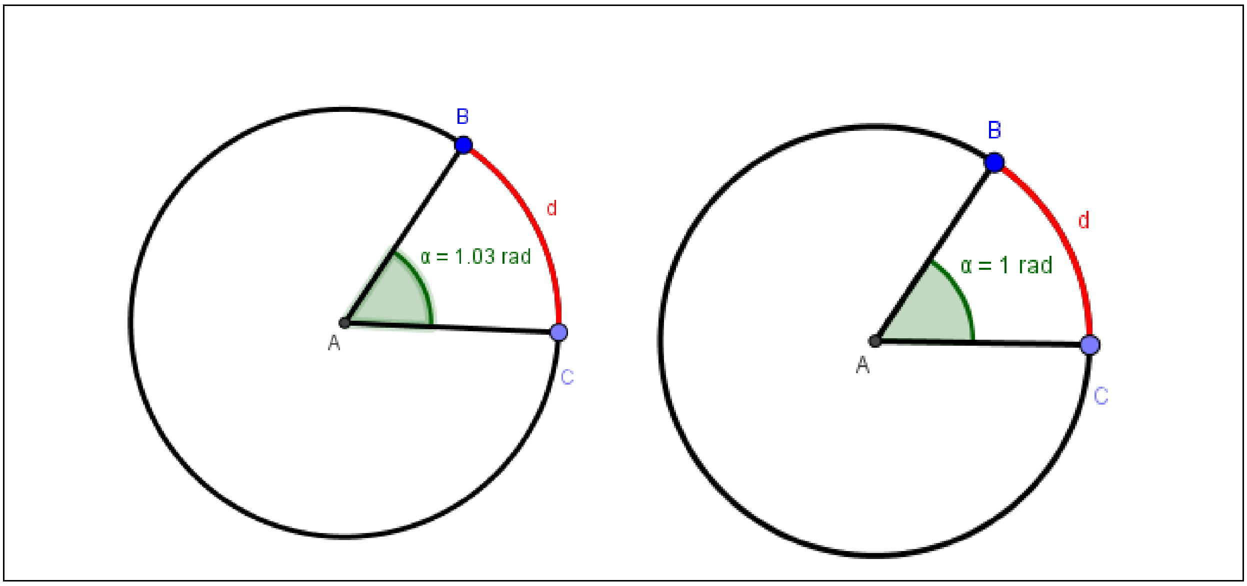
1ª ETAPA:

Atividade 1

Objetivo: Relacionar as medidas de graus e radianos, identificando seus respectivos valores na circunferência.

A atividade 1 consiste na identificação do ângulo de 1 rad. Abra o arquivo 1, mova o ponto C de tal forma que o comprimento do segmento BC representado pelo valor d tenha o mesmo valor que o raio da circunferência a.

Figura 15: O arco de 1 radiano



Fonte: elaborado pelo autor do estudo

Agora responda:

1- Que arco é esse?

R: Arco de 1 radiano.

2- Qual a medida em radianos do ângulo BÂC?

R: 1rad

3- Qual a relação entre o ângulo BÂC o arco BC e o raio da circunferência.

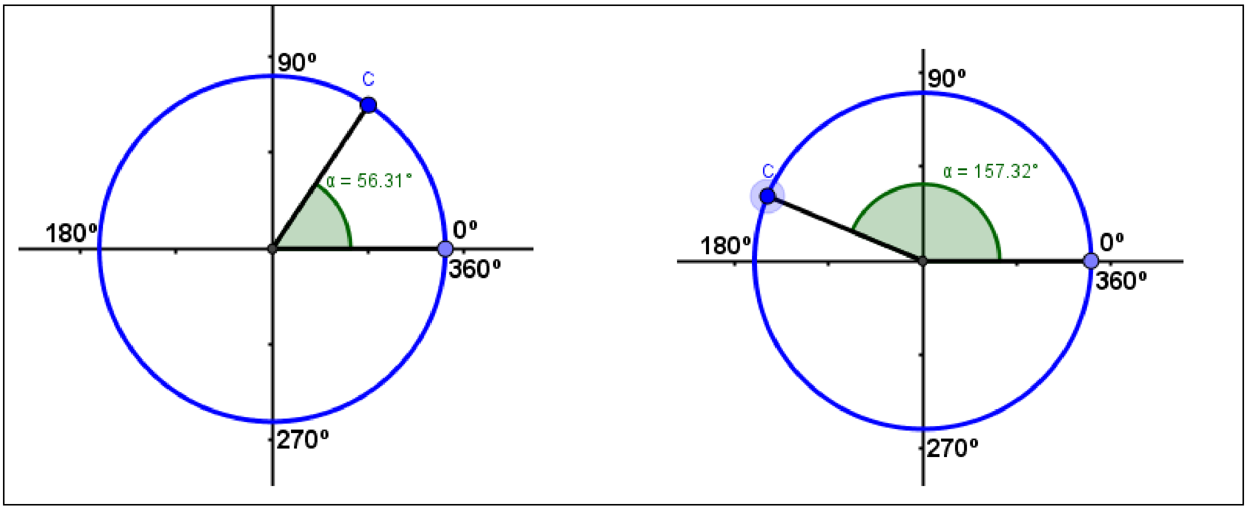
R: BÂC é igual a razão entre BC e o raio.

Atividade 2

Objetivo: Identificar a quais quadrantes pertencem cada ângulo.

Abra o arquivo 2, mova o ponto C e observe o ângulo formado pelo segmento que parte do centro da circunferência até o ponto C com o eixo das abscissas.

Figura 16: O ciclo trigonométrico observando quadrantes e seus respectivos ângulos.



Fonte: elaborado pelo autor do estudo

Agora responda:
1- Em qual quadrante está o ângulo de 45º?

R: No 1º quadrante.

2- Em qual quadrante está o ângulo de 120º?

R: No 2º quadrante.

3- Em qual quadrante está o ângulo de 300º?

R: No 4º quadrante.

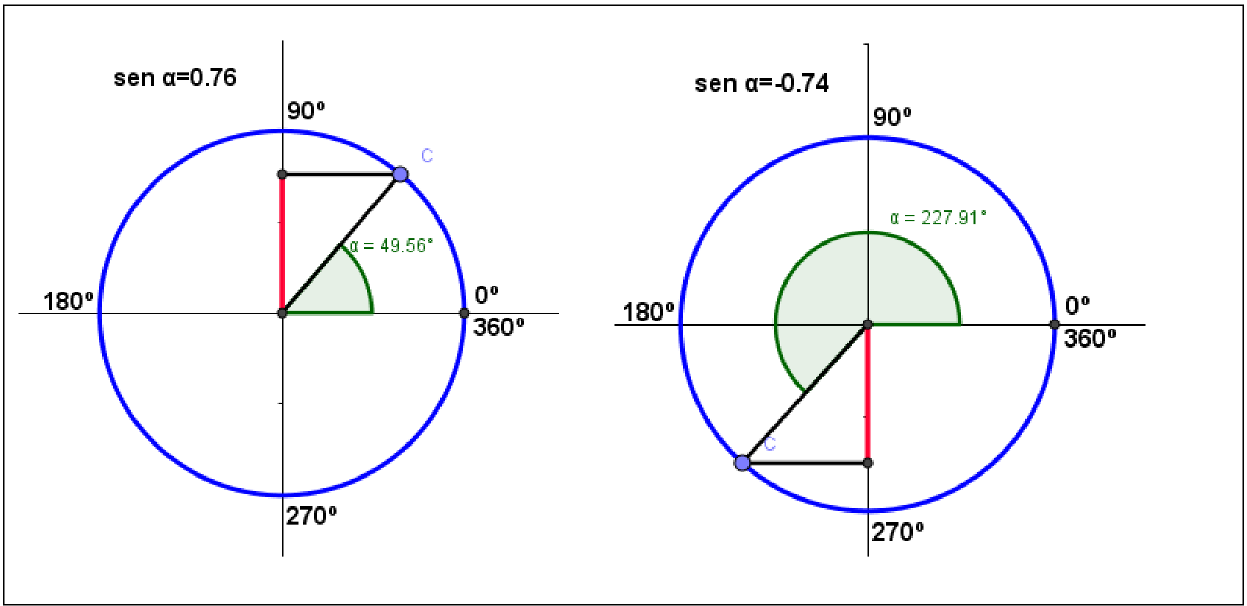
2ª ETAPA:

Atividade 1

Objetivo: Identificar o seno no ciclo trigonométrico.

Abra o arquivo 3, clique no botão reproduzir, o ponto C vai percorrer toda a circunferência. Observe o segmento em vermelho que representa o seno.

Figura 17: o seno no ciclo trigonométrico



Fonte: elaborado pelo autor do estudo

Agora responda:

1- Em quais quadrantes o seno cresce, e em quais decresce?

R: No 1º e 3º quadrantes.

2- Em quais quadrantes o seno é positivo, e em quais é negativo?

R: Ele é positivo no 1º e 2º quadrantes, e negativo no 3º e 4º.

3- Qual o valor do seno em 0º, 180º e 360º?

R: É 0 (zero).

4- Qual o valor do seno em 90º e 270º?

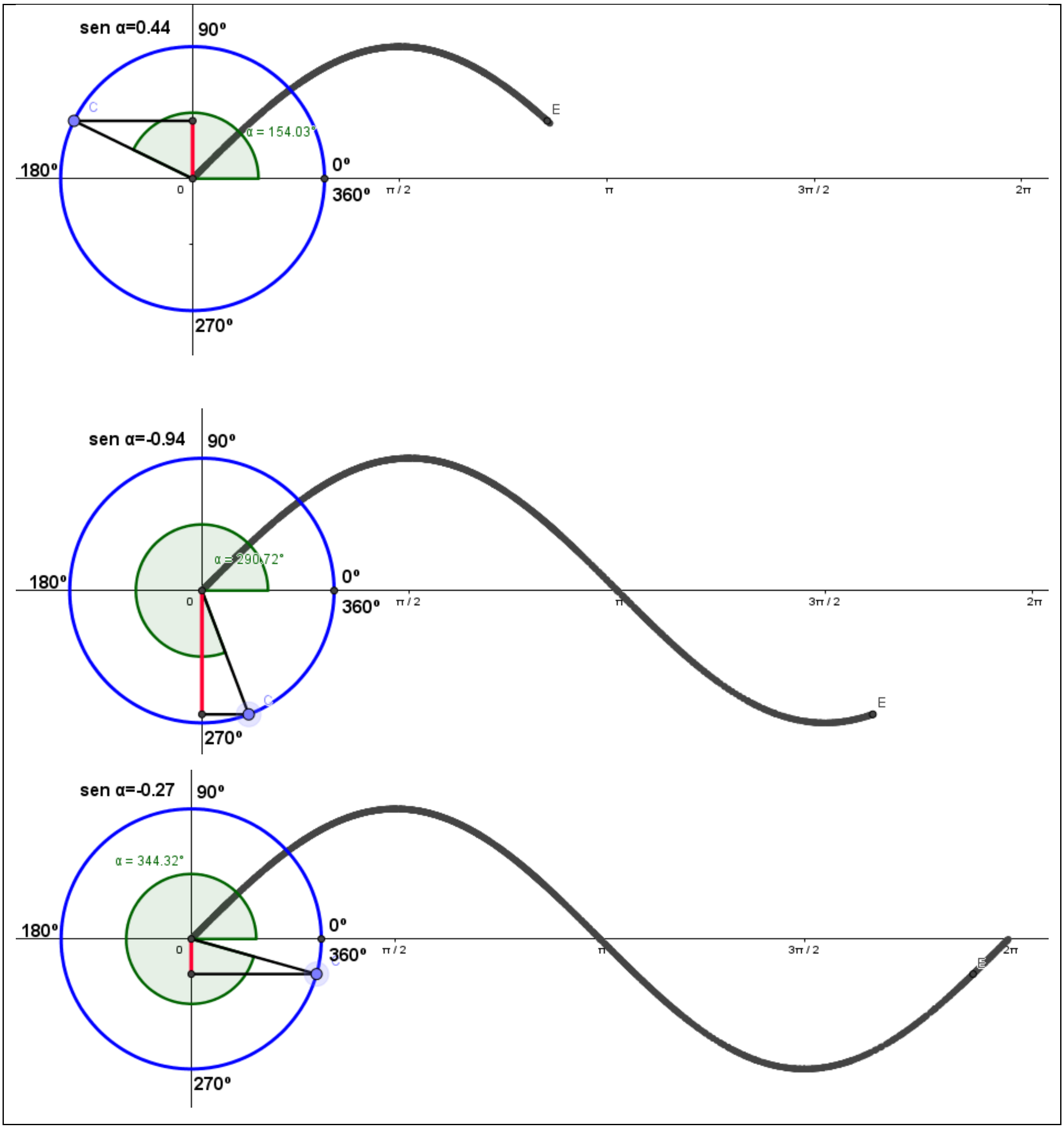
R: Seno de 90º é 1 e o seno de 270º é -1.

Atividade 2

Objetivo: identificar o período e outras características da função seno.

Abra o arquivo 4, clique no botão reproduzir, o ponto C vai percorrer toda a circunferência. Observe que ponto E se move no sentido positivo do eixo das abscissas deixando seu rastro que constitui o gráfico da função seno.

Figura 18: A função seno $f(x) = sen(x)$



Fonte: elaborado pelo autor do estudo

Agora responda:

1- Qual o período da função seno?

R: 2π

2- Onde que a função seno é crescente?

R: $\forall\, k \in Z$, a função seno cresce em $x \in [-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi]$.

3- Onde a função seno é decrescente?

R: $\forall\ k \in Z,$ a função seno decresce em $x \in [\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi]$.

4- Onde a função seno é igual a zero?

R: $\forall\ k \in Z,$ a função seno será igual a zero em $x = 0 + k\pi$.

5- Qual o domínio da função seno?

R: Todos o conjunto dos reais.

6- Qual é a imagem da função seno $f(x) = sen(x)$?

R: O intervalo [-1,1].

7- Para quais valores de $x \in D(f)$ a função $f(x) = sen(x)$, assume valores negativos? E positivos?

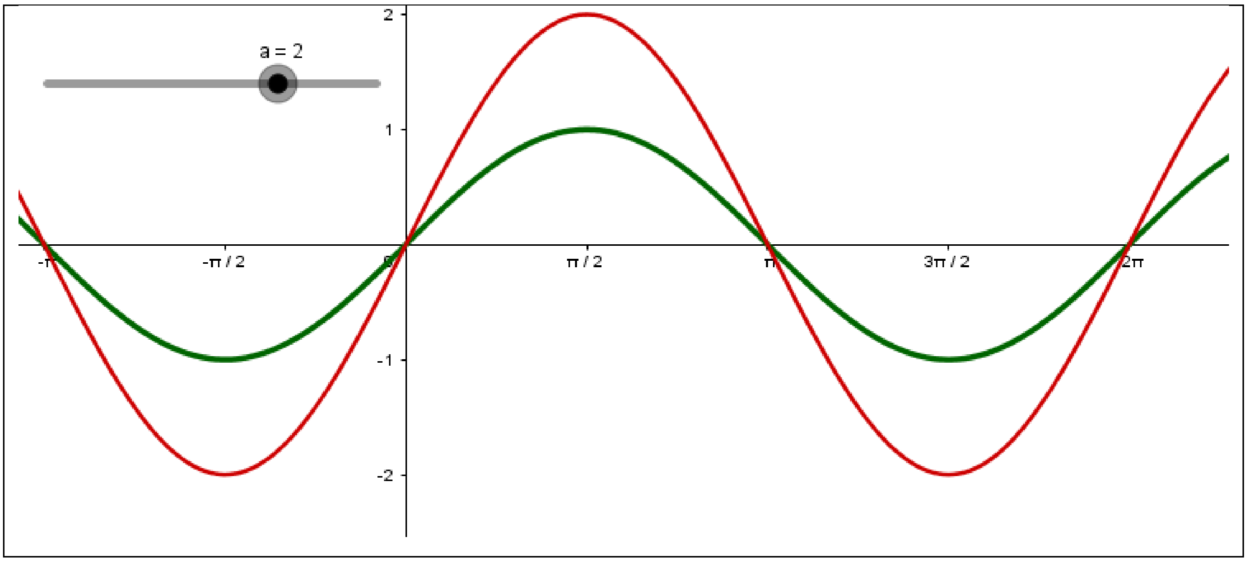
R: $f(x) > 0$ para $x \in [2k\pi, \pi + 2k\pi]$, $f(x) < 0$ para $x \in [-\pi + 2k\pi, 2k\pi]$, $\forall\ k \in Z$.

Atividade 3

Objetivo: Identificar o que acontece quando multiplicamos a função seno por um número real a.

Abra o arquivo 5, digite na barra de entrada os comandos $f(x) = sen(x)$ e $g(x) = a\ sen(x)$, criando um controle deslizante para a. Movimente esse controle deslizante e observe o que acontece com o gráfico dessa função em comparação com a função $f(x) = sen(x)$.

Figura 19: Gráfico das funções $\boldsymbol{f(x) = sen(x)}$ (verde) e $\boldsymbol{g(x) = 2sen(x)}$, (vermelho)



Fonte: elaborado pelo autor do estudo

Agora responda:

1- Quais as características que $g(x)$ assume ao variar o valor a, positivamente e negativamente, comparando com $f(x)$?

R: A imagem de $g(x)$ varia no intervalo $[-a, a]$. (Outras observações podem ser realizadas)

2- Qual período de $g(x)$?

R: 2π

3-Qual a imagem de $g(x)$ quando a varia no intervalo [-1, 1]?

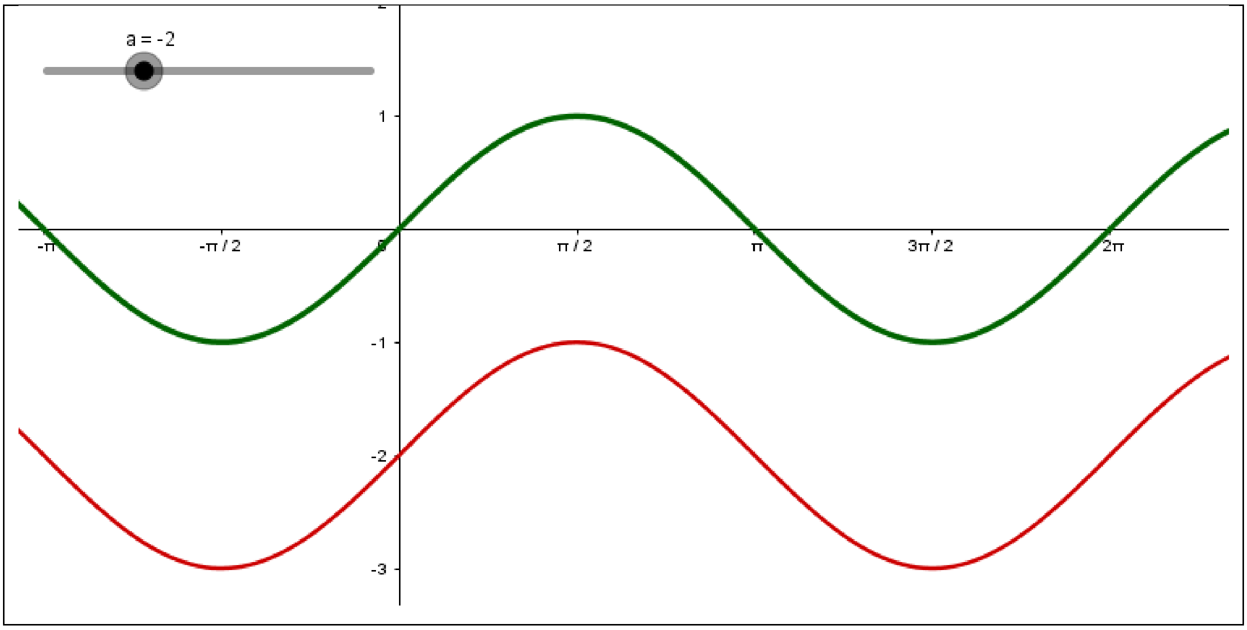
R: [-1,1]

Atividade 4

Objetivo: Identificar o que acontece quando somamos a função $f(x) = sen(x)$ número real a.

Abra o arquivo 6, digite na barra de entrada o comando $h(x) = a + sen(x)$, criando um controle deslizante para a. Movimente esse controle deslizante e observe o que acontece com o gráfico dessa função em comparação com a função $f(x) = sen(x)$.

Figura 20: Gráfico das funções $f(x) = sen(x)$ (verde) e $h(x) = a + sen(x)$, (vermelho)



Fonte: elaborado pelo autor do estudo

Agora responda:

1- Quais as características que $h(x)$ assume ao variar o valor a, positivamente e negativamente, comparando com $f(x)$?

R: $h(x)$ é deslocada na vertical a medida que a varia. (Outras observações podem ser realizadas)

2- Qual período de $h(x)$?

R: 2π

3-Qual a imagem de $h(x)$ quando a varia no intervalo [-2, 2]?

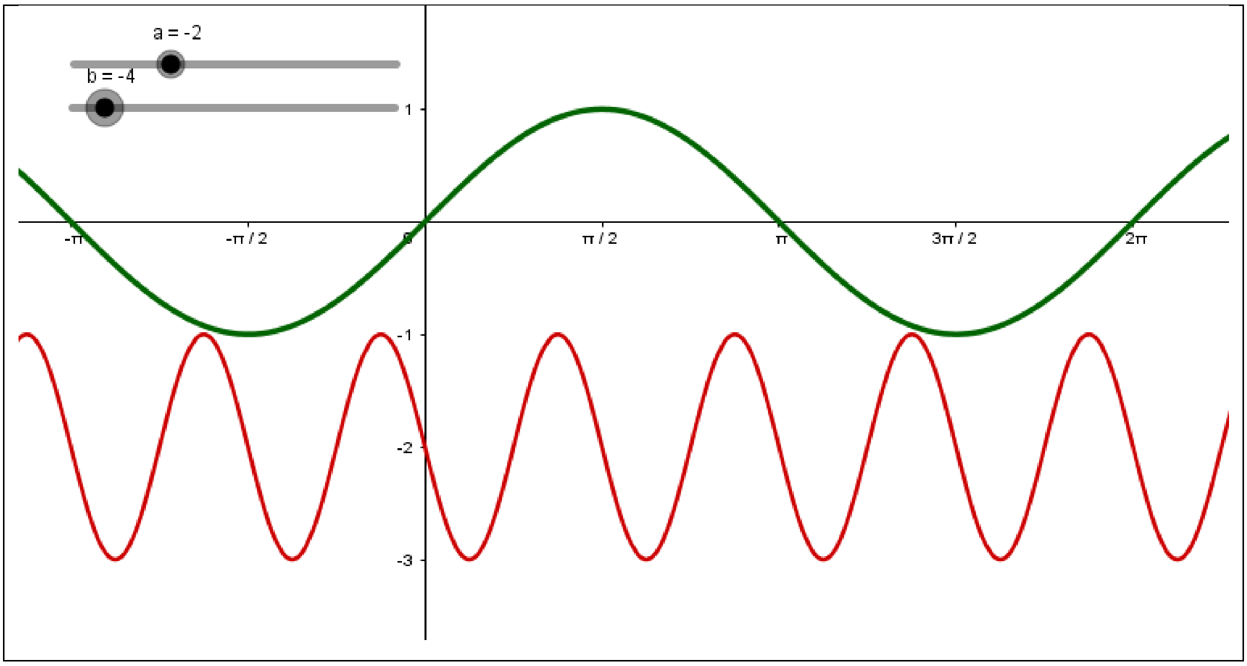
R: [-3,3]

Atividade 5

Objetivo: Identificar o que acontece quando somamos a função $f(x) = sen(x)$ número real a, e multiplicamos o ângulo dessa função por um número real b.

Abra o arquivo 7, digite na barra de entrada o comando $j(x) = a + sen(bx)$, criando controles deslizantes para a e b. Movimente o controle deslizante b e observe o que acontece com o gráfico dessa função em comparação com a função $f(x) = sen(x)$.

Figura 21: Gráfico das funções $f(x) = sen(x)$. (verde) e $j(x) = -2 + sen(4x)$, (vermelho)



Fonte: elaborado pelo autor do estudo

Agora responda:

1- Quais as características que $j(x)$ assume ao variar o valor b, positivamente e negativamente, comparando com $f(x)$?

R: O período de $j(x)$ varia. (Outras observações podem ser realizadas)

2- Qual período de $j(x)$?

R: $\frac{2\pi}{|b|}$, com b ≠ 0.

3-Qual a imagem de $j(x)$ quando b varia no intervalo [0, 3]?

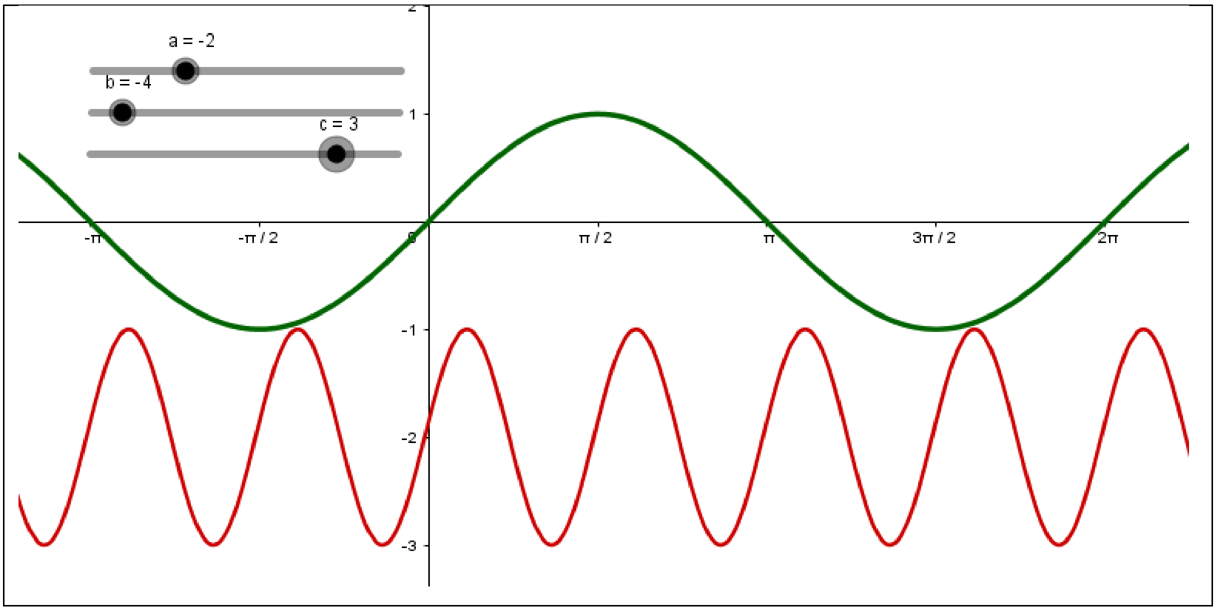
R: A imagem de $j(x)$ independe da variação de b.

Atividade 6

Objetivo: Identificar o que acontece quando somamos à função $f(x) = sen(x)$ um número real a, quando multiplicamos o ângulo dessa função por um número real b e depois somamos esse mesmo ângulo com um número real c.

Abra o arquivo 7, digite na barra de entrada o comando $m(x)a + sen(bx + c)$, criando um controle deslizante para a, b e c. Movimente controle deslizante c e observe o que acontece com o gráfico dessa função em comparação com a função $f(x) = sen(x)$.

Figura 22: Gráfico das funções $f(x) = sen(x)$ (verde) e $m(x) - 2 + sen(-4x + 3)$ (vermelho)



Fonte: elaborado pelo autor do estudo

Agora responda:

1- Quais as características que $m(x)$ assume ao variar o valor c, positivamente e negativamente, comparando com $f(x)$?

R: O gráfico de $m(x)$ se desloca horizontalmente sobre uma linha imaginária y=1. (Outras observações podem ser realizadas)

2- Qual período de $m(x)$?

R: $\frac{2\pi}{|b|}$, com $b \neq 0$.

3-Qual a imagem de $m(x)$ quando c varia no intervalo [-3, 2]?

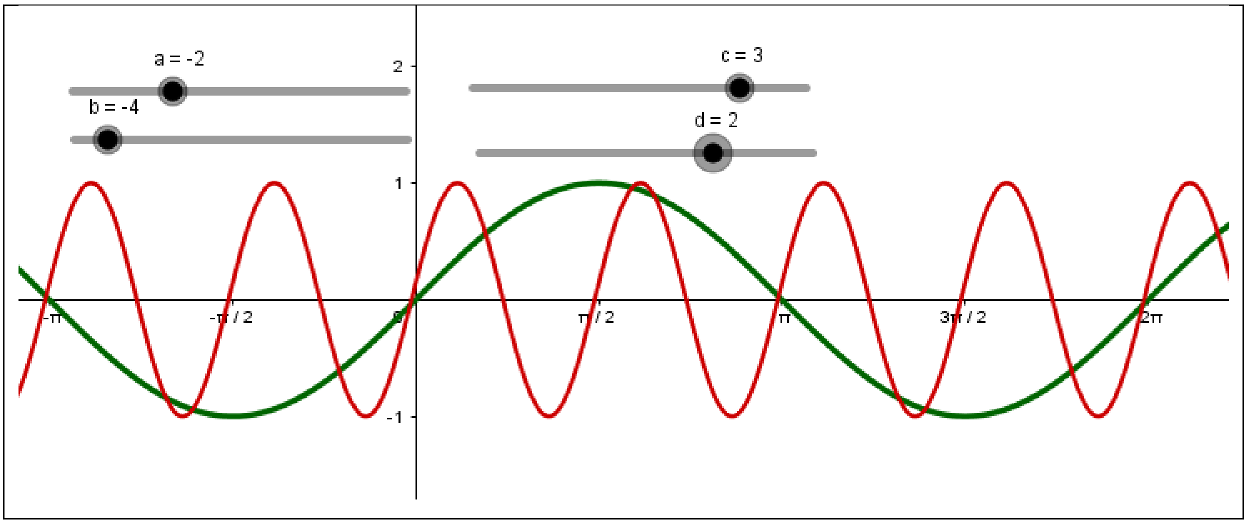
R: A imagem de $m(x)$ independe da variação de c.

Atividade 7

Objetivo: Identificar o que acontece quando somamos a função $f(x) = sen(x)$ um número real a, quando multiplicamos o ângulo dessa função por um número real b, quando somamos a esse mesmo ângulo com um número real c, e logo em seguida somamos a função a um número real d.

Abra o arquivo 7, digite na barra de entrada o comando $p(x) = a + sen(bx + c) + d$, criando um controle deslizante para a, b, c e d. Movimente o controle deslizante d e observe o que acontece com o gráfico dessa função em comparação com a função $f(x) = sen(x)$.

Figura 23: Gráfico das funções $\boldsymbol{f(x) = sen(x)}$ (verde) e $\boldsymbol{p(x) = -2 + sen(-4x + 3) + 2}$ (vermelho)



Fonte: elaborado pelo autor do estudo

Agora responda:

1- Quais as características que $p(x)$ assume ao variar o valor d, positivamente e negativamente, comparando com $f(x)$?

R: $p(x)$ desliza verticalmente a medida que d varia, semelhante ao que acontece na variação de a . (Outras observações podem ser realizadas)

2- Qual período de $p(x)$?

R: $\frac{2\pi}{|b|}$, com $b \neq 0$.

3-Qual a imagem de $p(x)$ quando d varia no intervalo [-2, 2]?

R: A imagem de $p(x)$ vai depender do valor que a assumir, uma vez que:

$p(x) = a + sen(bx + c) + d$
$p(x) = a + d + sen(bx + c) \qquad a + d = k$
$p(x) = k + sen(bx + c)$

Atividade 8

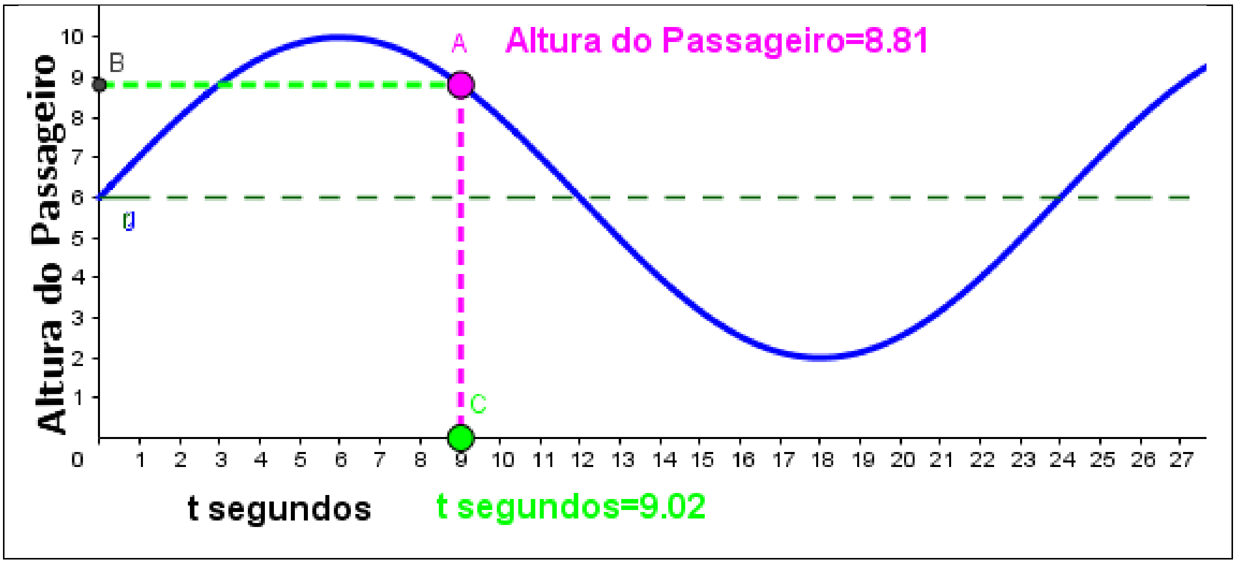
Objetivo: Observar a aplicação da função seno no estudo de fenômenos periódicos.

Questão[3] 1: Em uma pequena roda gigante, a altura (em metros) em que um passageiro se encontra no instante t (em segundos) é dada pela lei:

$h(t) = 6 + 4sen\left(\frac{\pi}{12}t\right), para\ t\ \in [0{,}270]$

Abra o arquivo 8, selecione o botão reproduzir (canto inferior esquerdo da tela) e observe o comportamento do ponto A, percorrendo o gráfico da função $h(t)$, que representa a altura do passageiro da roda gigante no instante t.

Figura 24: Gráfico da função $h(t) = 6 + 4sen\left(\frac{\pi}{12}t\right)$, representando o movimento de uma roda gigante



Fonte: elaborado pelo autor do estudo

Agora responda:

a) No início do passeio, a que altura se encontra o passageiro?

R: 6m

b) A que altura se encontra o passageiro após 9 s do início? Use aproximação de $\sqrt{2}$ =1,4.

R: aproximadamente 8,8 m

[3] Questão retirada do livro didático Matemática Ciências e Aplicações, 2: Ensino médio/ Gelson Iezzi ...[et al]. 6ª ed. São Paulo, 2010.

c) Qual é a altura máxima que esse passageiro atinge no passeio?

R: 10 m

d) Qual o tempo necessário para a roda gigante dar uma volta completa?

R: 24 s

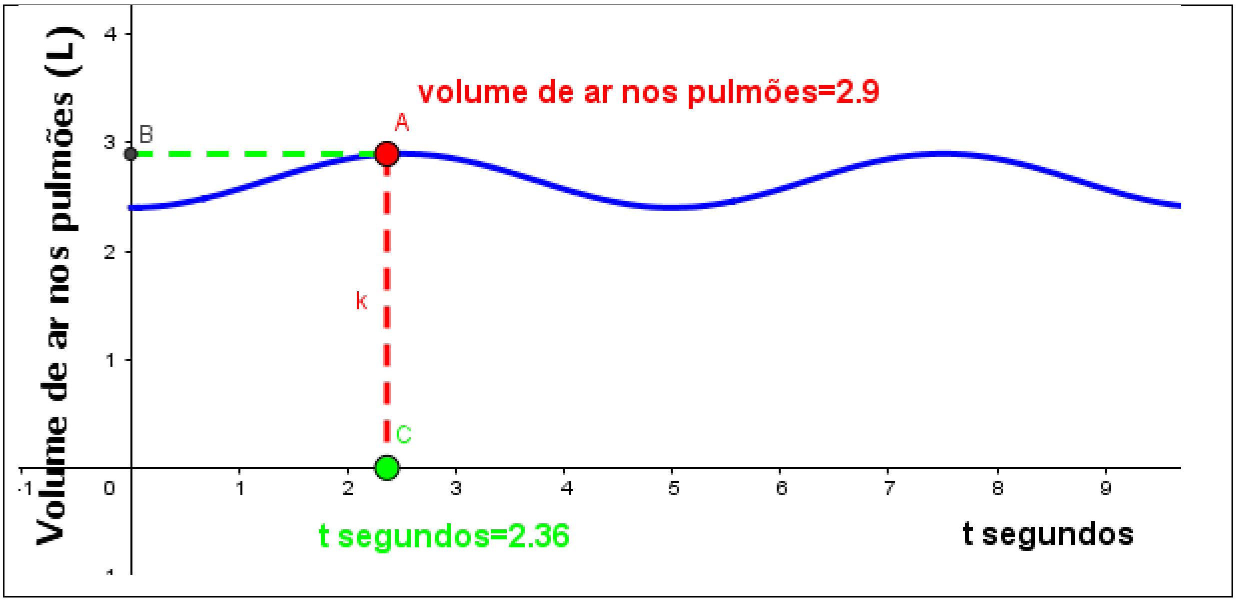
e) Quantas voltas completas ocorrem no passeio?

R: 11

Questão[4] 2: Suponha que o volume de ar nos pulmões de um indivíduo adulto saudável, do sexo masculino, em repouso, a partir de um instante $t = 0$, possa ser representado aproximadamente pela função $f(t) = 2{,}65 - 0{,}25\, sen\left(\frac{2\pi}{5}t + \frac{\pi}{2}\right)$, sendo $t = 0$ tempo em segundos e $f(t)$ o volume de ar nos pulmões, em litros, após t segundos do instante inicial.

Abra o arquivo 9, selecione o botão reproduzir (canto inferior esquerdo da tela) e observe o comportamento do ponto A, percorrendo o gráfico da função $f(t)$, que representa o volume de ar nos pulmões de um indivíduo no instante t.

Figura 24: Gráfico da função $(t) = 2,65 - 0,25\, sen\left(\frac{2\pi}{5}t + \frac{\pi}{2}\right)$, representando a respiração de um indivíduo



Fonte: elaborado pelo autor do estudo

[4] Questão retirada do livro didático Contato Matemática, 2º ano/ Joamir Roberto Souza, Jacqueline da Silva Ribeiro Garcia. -1.ed. São Paulo: FTD, 2016.

Agora responda:

a) Determine o volume de ar nos pulmões deste indivíduo no instante $t = 0, t = 2{,}5\ e\ t = 5$.

R: t=0→2,4 l

t=2,5→2,9 L

t=5→2,4 L

b) No processo de respiração, qual o volume máximo de ar nos pulmões desse indivíduo?

R: 2,9 L

3º ETAPA:

Nessa etapa será apresentada oralmente e no quadro branco os conceitos teóricos de ciclo trigonométrico e da função seno, levando em consideração o aprendizado do aluno durante as atividades das duas etapas anteriores. Em seguida será apresentada uma atividade por escrito para medir o desempenho dos alunos.

Atividade 1

Objetivo: Avaliar a aprendizagem dos alunos.

Questão 1: Expresse em radianos

a) 30º

b) 15º

c) 120º

d) 210º

e) 300º

f) 315º

Questão 2: Calcule o comprimento de um arco AB definido em uma circunferência de raio 8 cm por um ângulo central AÔB de 120º.

Questão 3: Qual o valor de:

a) $sen\ 240°$?

b) $sen\ 135°$?

c) $sen\ \frac{5\pi}{3}$

Questão 4: Determine o período e o conjunto imagem, construindo o gráfico de um período completo para cada função dada.

a) $f: R \to R$ definida por $f(x) = sen\ (x)$

b) g: $R \to R$ definida por g$(x) = 2\ sen\ (x)$

c) h: $R \rightarrow R$ definida por h$(x) = sen\ (3x)$
d) m: $R \rightarrow R$ definida por m$(x) = 3 + sen\ (x)$

Essa atividade foi retirada do livro didático Matemática Ciências e Aplicações de Gelson Iezzi e outros autores, volume 2, ensino médio, 6. Ed. Editora Saraiva, São Paulo, 2010.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho se propôs a desenvolver uma sequência didática para auxiliar o professor da educação básica no ensino da função seno em que ele utilize o *Geogebra* como recurso tecnológico. Esperamos que essas atividades sequenciais promovam e despertem no aluno a busca pelo saber matemático do referido conteúdo.

Os objetivos traçados, tanto o geral quanto os específicos, acreditamos terem sido alcançados, ao propor a elaboração de um conjunto de atividades que buscasse a utilização de um recurso tecnológico, utilizando um discurso baseado em alguns teóricos como Marchette e Klauss (2014), Vianna (2004), Costa (2019) e BNCC (2018).

Alguns métodos foram adotados na pesquisa como a revisão sistemática de acordo com Sampaio e Mancini (2007), também como alguns aspectos da engenharia didática baseado em Almouloud (2007).

Observamos a necessidade de o conjunto de atividades aqui desenvolvidas serem aplicados em sala de aula e seus resultados serem analisados e expostos em pesquisas posteriores.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini de. Educação e tecnologias no Brasil e em Portugal em três momentos de sua história. Educação, Formação & Tecnologias, vol. 1 (1), São Paulo - SP, maio 2008. Disponível em < http://www.eft.educom.pt/index.php/eft/article/view/19> Acesso em 04/04/2021.

ALMOULOUD, Saddo Ag. Fundamentos da Didática da Matemática. Editora UFPR. Curitiba-PR, 2007.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Mirian Godoy. Informática e Educação matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

BRASIL. MEC. SEMTEC. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Brasília, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. PCN+Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília,DF, MEC, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, DF, MEC, 2018.

COSTA, Thiago Bezerra da. Funções Trigonométricas com Auxílio do *Geogebra*. Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto- SP, 2019.

D' AMBROSIO, U. Educação matemática da teoria à prática. 22. ed. Campinas-SP, Papirus, 2011.

FERREIRA, Esmênia F. P.; CAMPONEZ, Liliane G. B.; SCORTEGAGNA, Liamara. Integração das Tecnologias com o Ensino da Matemática: transformações e perspectivas no processo de ensino e aprendizagem. Disponível em: < https://www.ufjf.br/emem/files/2015/10/INTEGRA%C3%87%C3%83O-DAS-TECNOLOGIAS-COM-O-ENSINO-DA-MATEM%C3%81TICA-TRANSFORMA%C3%87%C3%95ES-E-PERSPECTIVAS-NO-PROCESSO-DE-ENSINO-E-APRENDIZAGEM.pdf > acesso em 04/042021.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2012.

FRANCISCO, Anito Rufino. O uso do *software Geogebra* no ensino de funções trigonométricas na circunferência. Foz do Iguaçu-Paraná, 2014. Disponível em < http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_unioeste_mat_pdp_anito_rufino_francisco.pdf> Acesso em 23/01/2021.

GUERATO, Elizabete Teresinha. Um estudo sobre a demonstração em geometria plana com alunos do curso de licenciatura em matemática. Programa de pós-graduação em educação matemática, doutorado em educação matemática. Universidade Anhanguera, São Paulo – SP, 2016. Disponível em: <

https://repositorio.pgsskroton.com/handle/123456789/21797> acesso em 04/04/2021.

GRAVINA, Maria Alice, Santarosa, Lucila Maria Costi. (1998) A Aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizados. Informática na Educação: Teoria e Prática, vol. 1, n. 1. Porto Alegre: UFRGS – Curso de Pós-Graduação em Informática na Educação.

IEZZI, Gelson e et. al. Matemática: Ciências e Aplicações. Vol. 2. 6. ed. São Paulo-SP. Saraiva, 2010.

JUNIOR, Osvaldo Gebra. Uma proposta de sequência didática para o ensino de combinações simples no ensino médio através da resolução de problemas. Dissertação (mestrado profissional) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas. São José do Rio Preto - SP, 2016.

MAIA, Joaildo. PEREIRA, Marcelo Gomes. O *Software Geogebra*: Uma Estratégia de Aprendizagem Aplicada no Estudo de Funções Trigonométricas. Ciência e Natura, Santa Maria, v. 37 Ed. Especial PROFMAT, 2015, p. 401–410. Disponível em < https://periodicos.ufsm.br/cienciaenatura/article/download/14631/pdf> acesso em 21/01/2021.

MARCHETTI, Josiane Mazzurana; KLAUS, Vanessa Lucena Camargo de Almeida. *Software Geogebra*: um recurso interativo e dinâmico para o ensino de geometria planas. Foz do Iguaçu-Paraná, 2014. Disponível em <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_unioeste_mat_artigo_josiane_mazzurana.pdf > Acesso em 23/01/2021.

MIRANDA, Dimas Felipe de. LAUDARES, João Bosco. Informatização no Ensino de Matemática: Investindo no Ambiente de Aprendizagem. ZEZETIKÉ-Cempem-FE-Unicamp-v. 15, nº 27- Jan/Jun, 2007. <Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8647017/13918> Acesso em 25/01/2021.

PACHECO, Marina Buzin; ANDREIS, Greice da Silva Lorenzzetti. Causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática: percepção de professores e estudantes do 3º ano do Ensino Médio. João Pessoa-PB, 2018. Disponível em: < https://periodicos.ifpb.edu.br/index.php/principia/article/download/1612/806 > Acesso em 20/01/2021.

PERNAMBUCO, Secretaria Estadual Educação. Parâmetro Curricular do Estado de Pernambuco. Recife, 2012.

RESENDE, Flávia. As Novas Tecnologias na Prática Pedagógica Sob a Perspectiva Construtivista. Núcleo de Tecnologia Educacional para a Saúde, UFRJ. Pesquisa em Educação em Ciências, vol. 2, nº 1. Belo Horizonte-MG, 2002. < Disponível em: https://www.scielo.br/pdf/epec/v2n1/1983-2117-epec-2-01-00070.pdf> Acesso em 25/01/2021.

SAMPAIO, R. F.; MANCINI, M.C. Estudos de Revisão Sistemática: Um Guia Para Síntese Criteriosa de Evidência Científica. Rev. bras. fisioter. vol. 11, nº 1, p. 83-89, jan/fev. São Carlos-SP, 2007. Disponível em: < https://www.scielo.br/pdf/rbfis/v11n1/12.pdf> Acesso em 09/02/2021.

SILVA, Evandro Alves da. O ensino de funções trigonométricas com o auxílio do *Geogebra*. Juazeiro- Bahia,2013. Disponível em< http://www.univasf.edu.br/~tcc/000007/0000077f.pdf> Acesso em 23/01/2021.

SILVA, Ledevande Martins da. Compreensão de Ideias Essenciais ao Ensino-Aprendizagem de Funções Via Resolução, Proposição e Exploração de Problemas. Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande-PB, 2013.

SILVEIRA, M. R. A. "Matemática é difícil": um sentido pré-construído evidenciado na voz do aluno. Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, 2002, Caxambu. **Anais...** ANPED, 2002. Disponível em: <http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_25/matematica.pdf>. Acesso em 25/01/2021.

SOARES, Luis Havelange. Tecnologia computacional no ensino de matemática: o uso do *Geogebra* no estudo de funções. 1ª. Conferência Latino Americana de *Geogebra*. São Paulo-SP,2011. Disponível em < https://revistas.pucsp.br/IGISP/article/view/8923 > Acesso em 21/01/2021.

SOUZA, Jakson Idernando Gonzaga de. Utilização do *software Geogebra* no ensino das funções trigonométricas. 2014. 100 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Juazeiro do Norte, 2014.

SOUZA, Joaquim Roberto da; GARCIA, Jaqueline da Silva Ribeiro. Contato matemática. 1º ano, ed. 1. São Paulo, FTD, 2016.

VIANA, M. A. P. Internet na Educação: Novas formas de aprender, necessidades e competências no fazer pedagógico. In: MERCADO, L. P. L. (Org.) Tendências na utilização das tecnologias da informação e comunicação na educação. Maceió: EDUFAL, 2004. 228p.

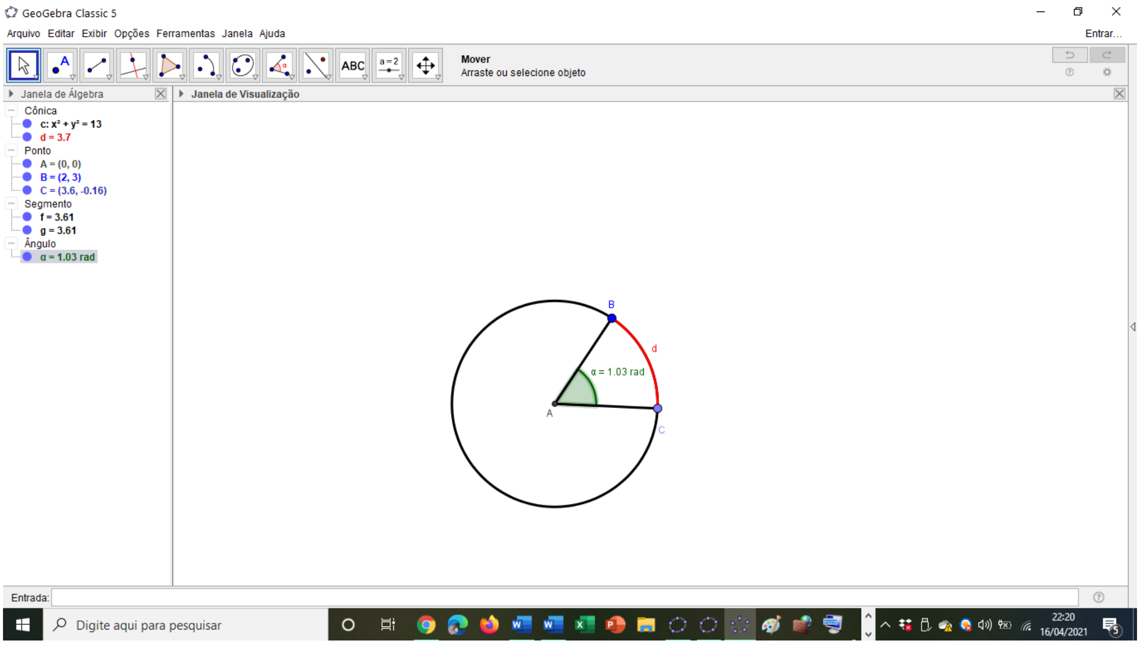
ZABALA, A. A prática educativa: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998. 224 p.

APÊNCICES

Os arquivos que serão disponibilizados para os alunos nas atividades durante o desenvolvimento da sequência didática, no momento da utilização do *software Geogebra,* e citados na seção 7 estão expostos em forma de apêndices.

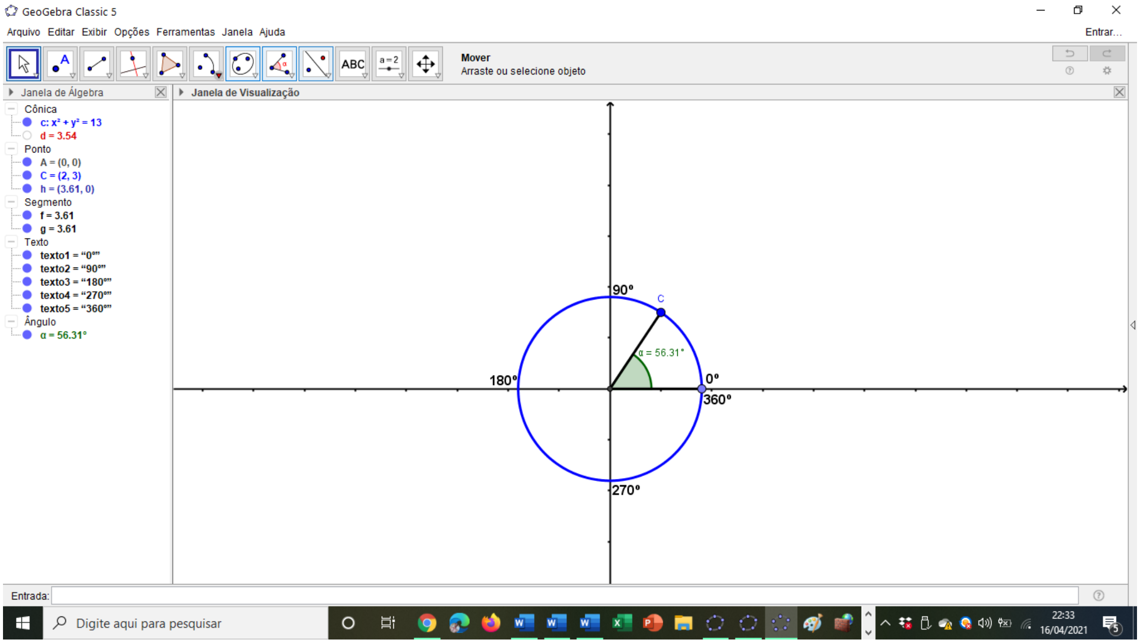
Apêndice A

Arquivo referente a 1ª etapa, atividade 1 na qual requer ao aluno identificar ângulo de 1 rad, recebendo a seguinte orientação: Abra o arquivo, mova o ponto C de tal forma que o comprimento do segmento BC representado pelo valor d tenha o mesmo valor que o raio da circunferência a.



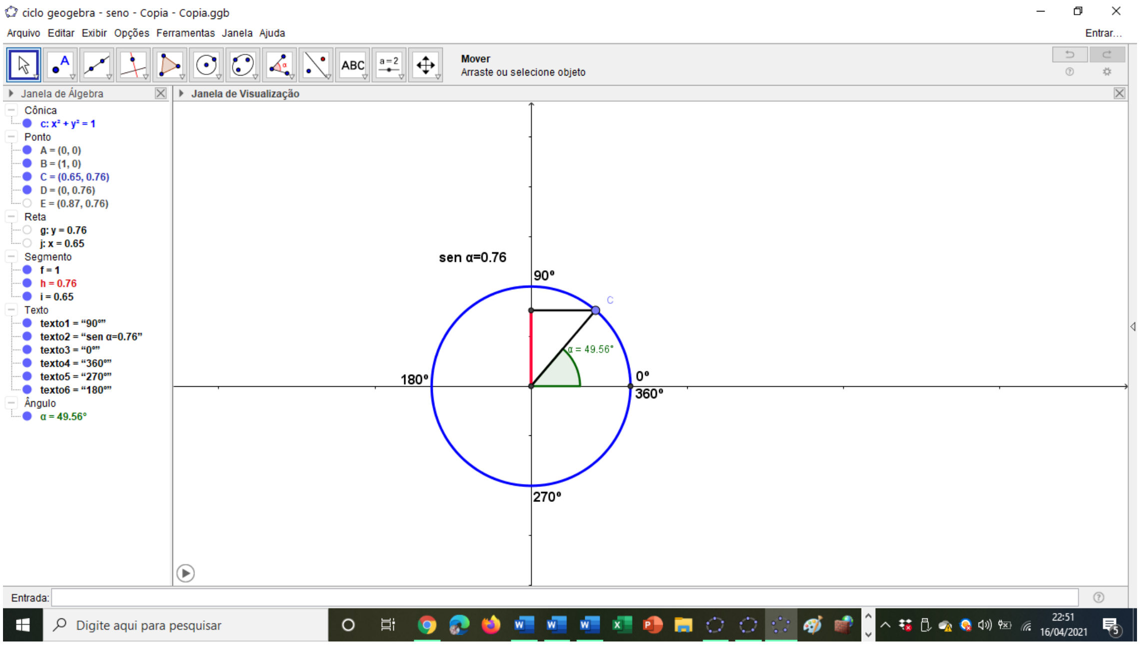
Apêndice B

Arquivo referente a 1ª etapa, atividade 2 na qual o requer ao aluno identificar a quais quadrantes pertencem cada ângulo, recebendo a seguinte orientação: Abra o arquivo, mova o ponto C e observe o ângulo formado pelo segmento que parte do centro da circunferência até o ponto C com o eixo das abscissas.



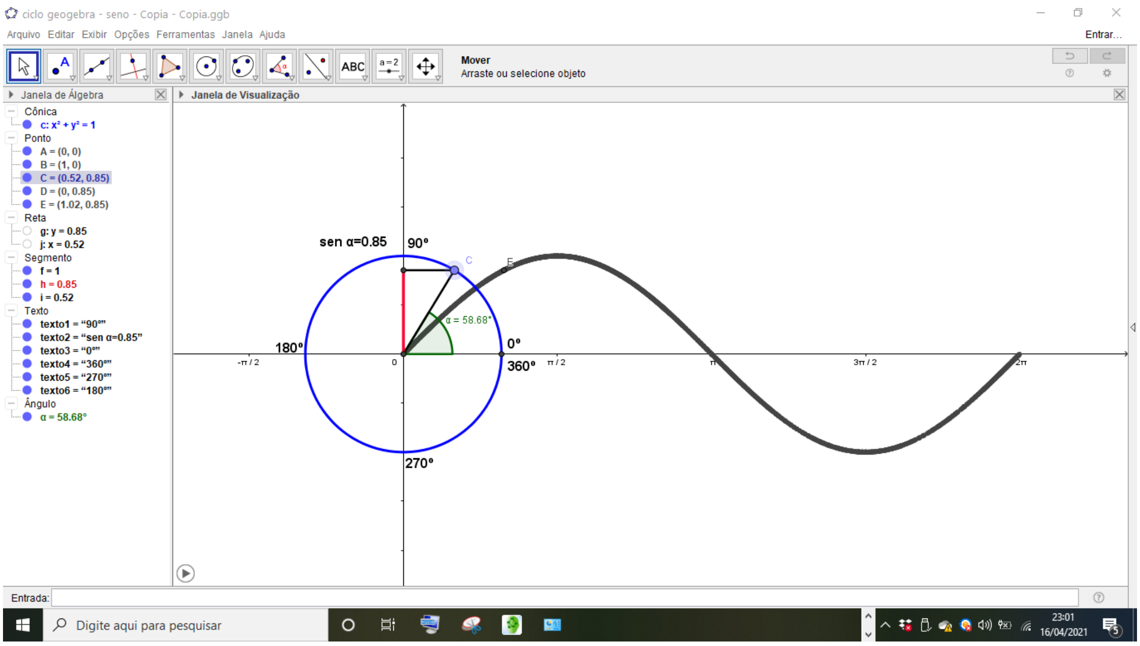
Apêndice C

Arquivo referente a 2ª etapa, atividade 1, na qual requer ao aluno identificar o seno no ciclo trigonométrico, recebendo a seguinte orientação: Abra o arquivo, clique no botão reproduzir, o ponto C vai percorrer toda a circunferência. Observe o segmento em vermelho que representa o seno.



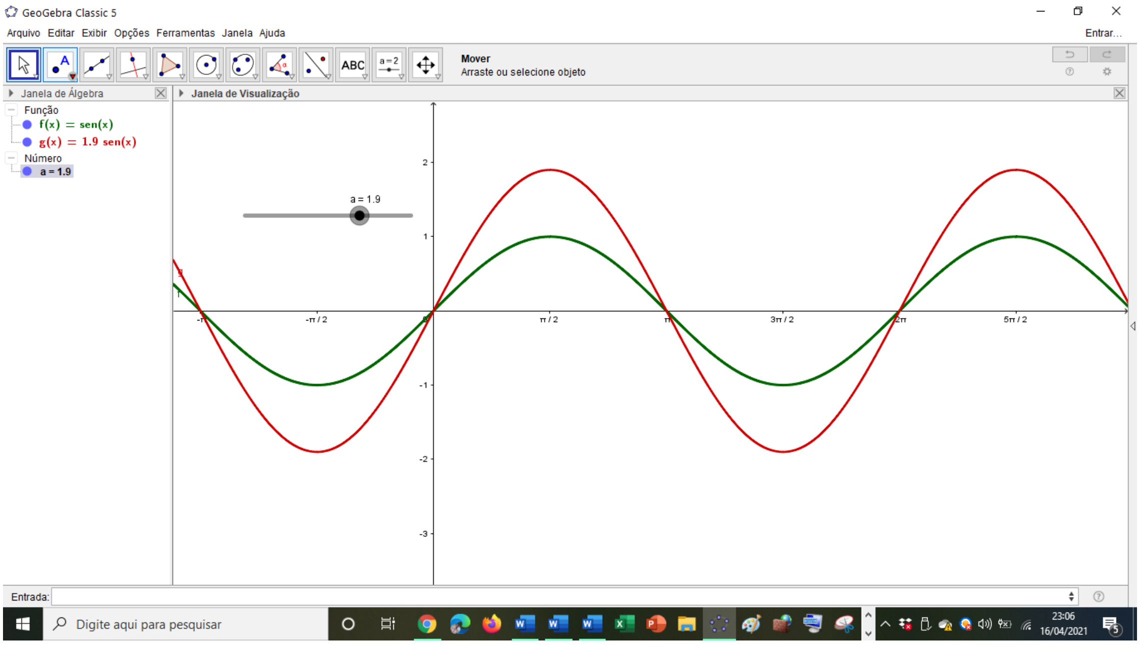
Apêndice D

Arquivo referente a 2ª etapa, atividade 2, na qual requer ao aluno identificar o período e outras características da função seno, recebendo a seguinte orientação: Abra o arquivo, clique no botão reproduzir, o ponto C vai percorrer toda a circunferência. Observe que ponto E se move no sentido positivo do eixo das abscissas deixando seu rastro que constitui o gráfico da função seno.



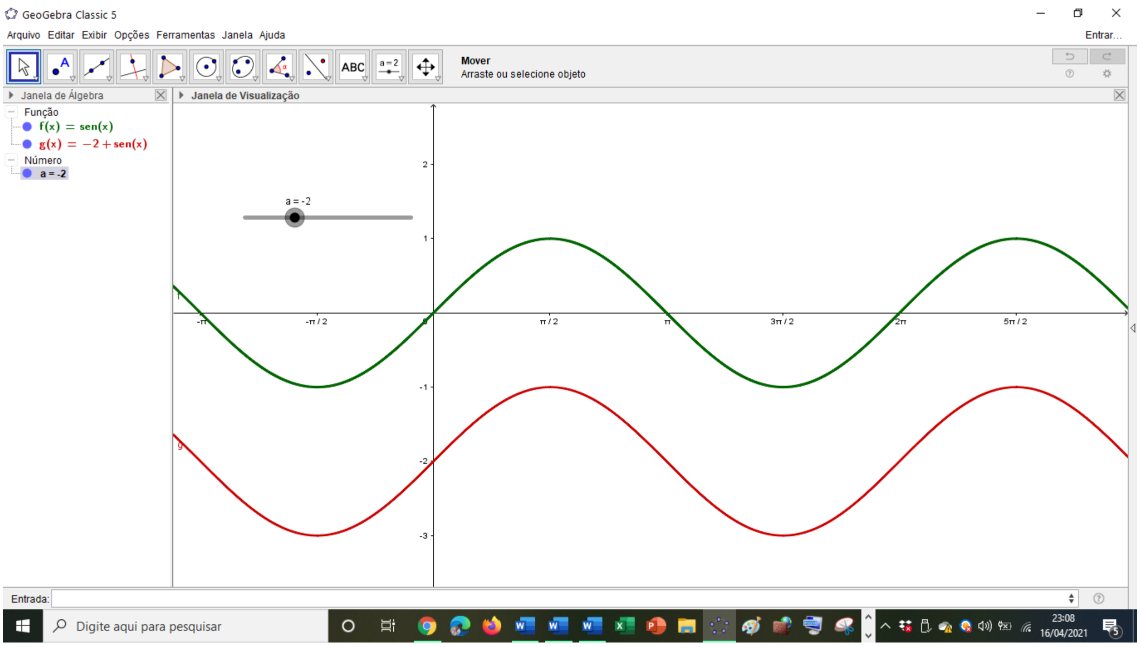
Apêndice E

Arquivo referente a 2ª etapa, atividade 3, na qual requer ao aluno identificar o que acontece quando multiplicamos a função seno por um número real a, recebendo a seguinte orientação: Abra o arquivo, digite na barra de entrada os comandos $f(x) = sen(x)$ e $g(x) = a\ sen(x)$, criando um controle deslizante para a. Movimente esse controle deslizante e observe o que acontece com o gráfico dessa função em comparação com a função $f(x) = sen(x)$.



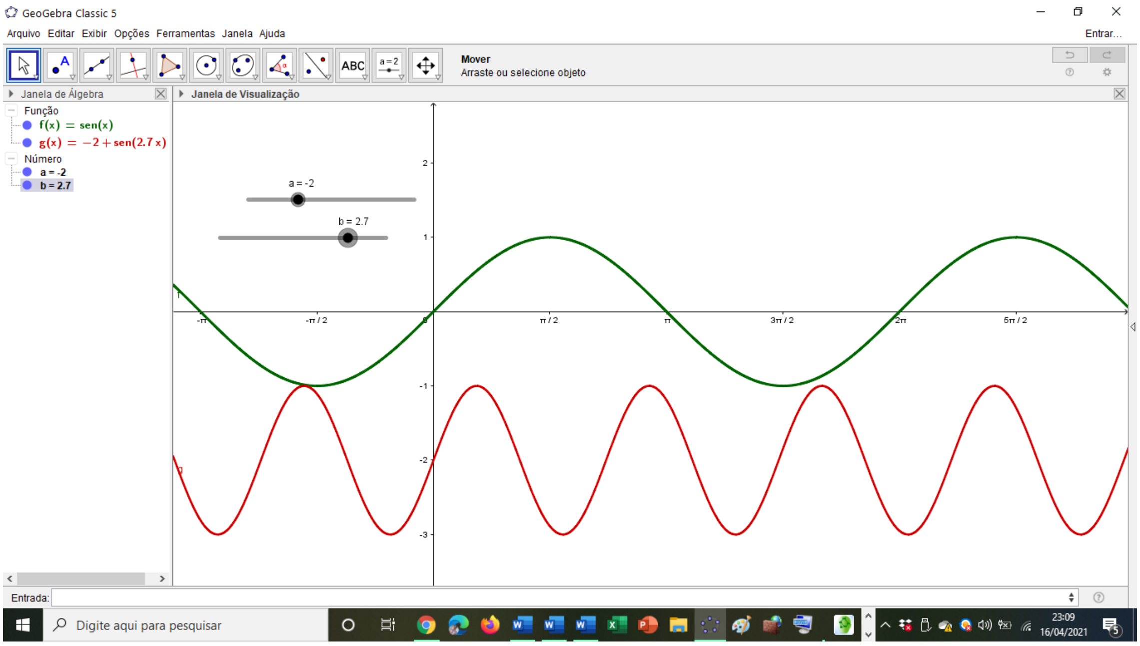
Apêndice F

Arquivo referente a 2ª etapa, atividade 4, na qual requer ao aluno identificar o que acontece quando somamos a função $f(x) = sen(x)$ número real a, recebendo a seguinte orientação: Abra o arquivo, digite na barra de entrada o comando $h(x) = a + sen(x)$, criando um controle deslizante para a. Movimente esse controle deslizante e observe o que acontece com o gráfico dessa função em comparação com a função $f(x) = sen(x)$.



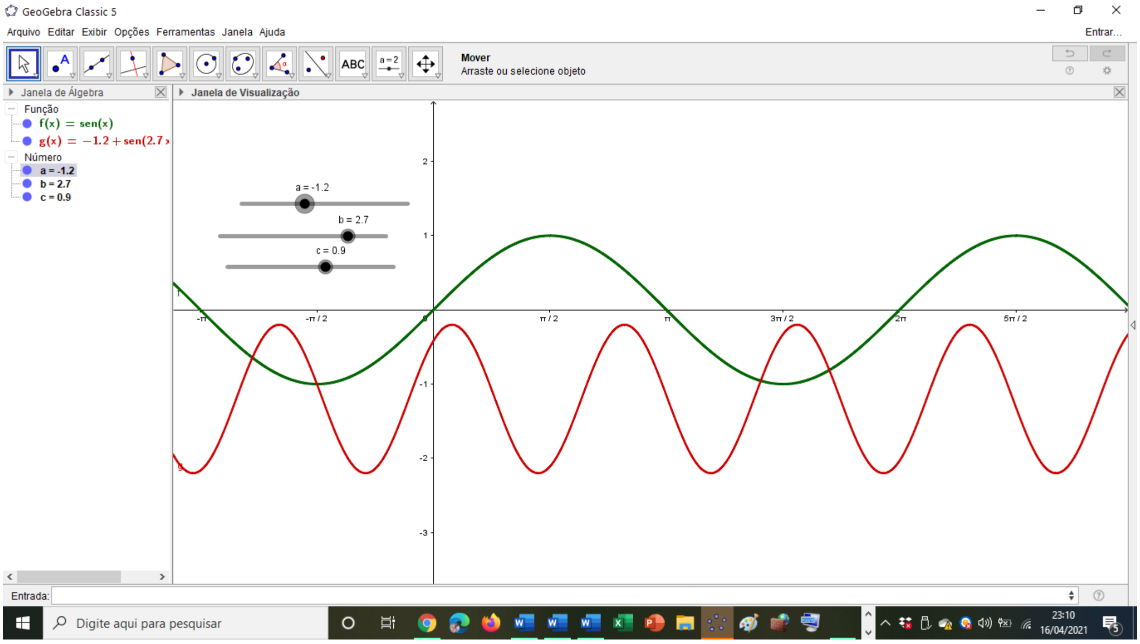
Apêndice G

Arquivo referente a 2ª etapa, atividade 5, na qual requer ao aluno identificar o que acontece quando somamos a função $f(x) = sen(x)$ número real a, e multiplicamos o ângulo dessa função por um número real b, recebendo a seguinte orientação: Abra o arquivo, digite na barra de entrada o comando $j(x) = a + sen(bx)$, criando controles deslizantes para a e b. Movimente o controle deslizante b e observe o que acontece com o gráfico dessa função em comparação com a função $f(x) = sen(x)$.



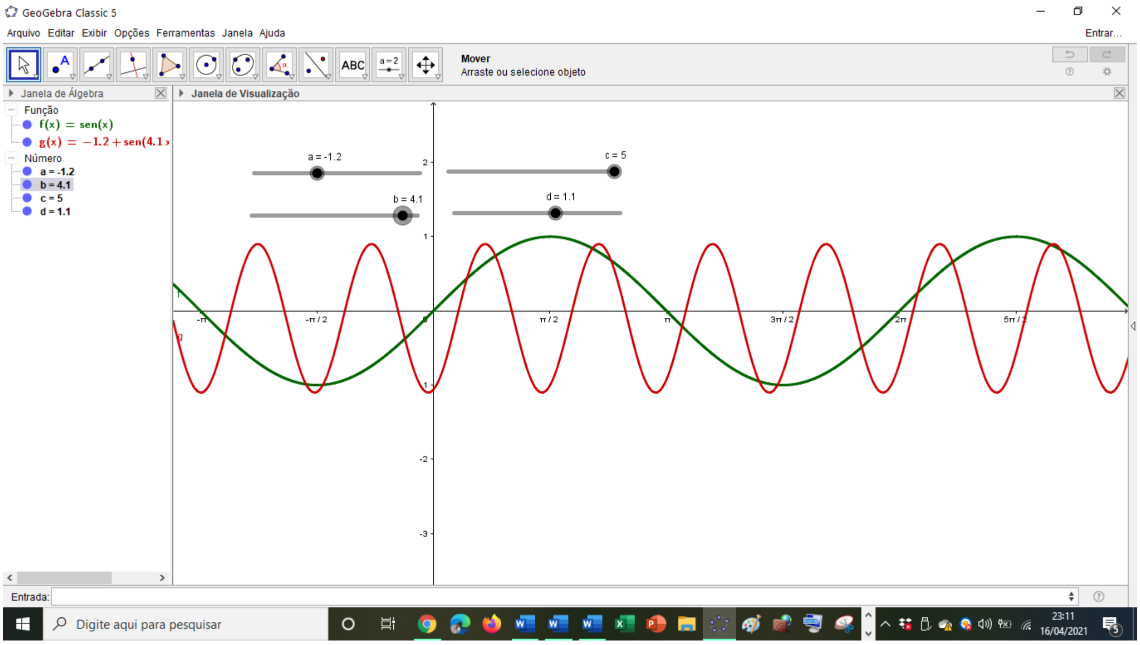
Apêndice H

Arquivo referente a 2ª etapa, atividade 6, na qual requer ao aluno identificar o que acontece quando somamos à função $f(x) = sen(x)$ um número real a, quando multiplicamos o ângulo dessa função por um número real b e depois somamos esse mesmo ângulo com um número real c, recebendo a seguinte orientação: Abra o arquivo, digite na barra de entrada o comando $m(x)a + sen(bx + c)$, criando um controle deslizante para a, b e c. Movimente controle deslizante c e observe o que acontece com o gráfico dessa função em comparação com a função $f(x) = sen(x)$.



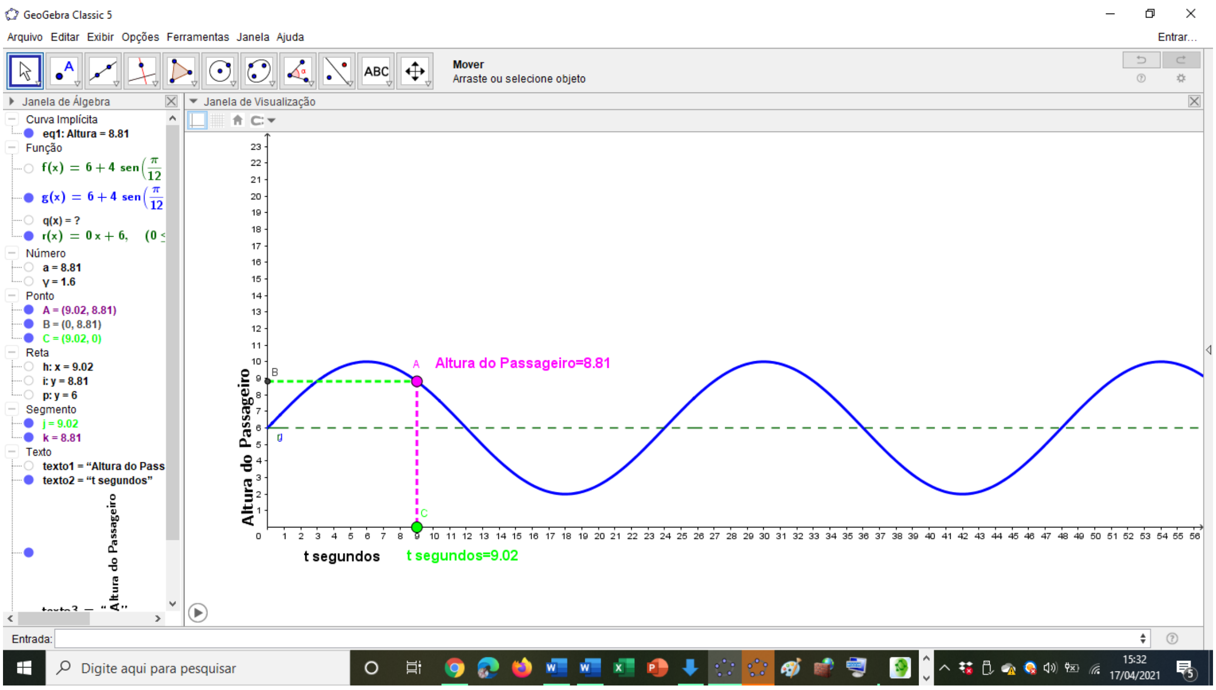
Apêndice I

Arquivo referente a 2ª etapa, atividade 7, na qual requer ao aluno identificar o que acontece quando somamos a função $f(x) = sen(x)$ um número real a, quando multiplicamos o ângulo dessa função por um número real b, quando somamos a esse mesmo ângulo com um número real c, e logo em seguida somamos a função a um número real d, recebendo a seguinte orientação: Abra o arquivo 7, digite na barra de entrada o comando $p(x) = a + sen(bx + c) + d$, criando um controle deslizante para a, b, c e d. Movimente o controle deslizante d e observe o que acontece com o gráfico dessa função em comparação com a função $f(x) = sen(x)$.



Apêndice J

Arquivo referente a 2ª etapa, atividade 8, questão 1, na qual requer ao aluno observar a aplicação da função seno no estudo de fenômenos periódicos, recebendo a seguinte orientação: Abra o arquivo 8, selecione o botão reproduzir (canto inferior esquerdo da tela) e observe o comportamento do ponto A, percorrendo o gráfico da função $h(t)$, que representa a altura do passageiro da roda gigante no instante t



Apêndice K

Arquivo referente a 2ª etapa, atividade 8, questão 2, na qual requer ao aluno observar a aplicação da função seno no estudo de fenômenos periódicos, recebendo a seguinte orientação: Abra o arquivo 9, selecione o botão reproduzir (canto inferior esquerdo da tela) e observe o comportamento do ponto A, percorrendo o gráfico da função $f(t)$, que representa o volume de ar nos pulmões de um indivíduo no instante t.