

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO DE PERNAMBUCO
DIRETORIA DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DA MATEMÁTICA

GUSTAVO ANTUNES COSTA

**UMA PROPOSTA DE INSTRUMENTO DE ANÁLISE DA
REPRESENTAÇÃO GRÁFICA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA**

Recife
2021

GUSTAVO ANTUNES COSTA

**UMA PROPOSTA DE INSTRUMENTO DE ANÁLISE DA
REPRESENTAÇÃO GRÁFICA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA**

Monografia apresentada à Coordenação do
Curso de Especialização do Ensino da
Matemática do IFPE, como requisito do grau
de Especialista.

Orientador: Prof. MSc. Filipe Mendonça de
Lima

Recife,
2021

C837p

Uma Proposta de Instrumento de Análise da Representação Gráfica para o Ensino de Geometria. [Monografia] / Gustavo Antunes Costa. – Recife: DEaD/IFPE, 2021.

45p.: il.

Formato: pdf

Monografia de conclusão de Especialização em Ensino da Matemática – EaD/IFPE

1. Geometria. 2. Modelos Geométricos. 3. Representação gráfica. 4. Ensino 5. Aprendizagem.

CDD: 516

Gustavo Antunes Costa

Uma proposta de instrumento de análise da representação gráfica para o ensino de geometria

Este Trabalho Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do Título de Especialista em Ensino de Matemática e aprovado em sua forma final pelo Curso de Especialização em Ensino de Matemática, oferecido pela Diretoria de Educação a Distância do IFPE.

Recife, 22 de abril de 2021.

Banca Examinadora:



Prof. Msc. Filipe Mendonça de Lima
Orientador

Universidade Federal Rural de Pernambuco UFRPE (Serra Talhada)



Prof(a). Msc. Edes da Rocha Araújo
Avaliadora

Instituto Federal de Educação de Pernambuco – IFPE (Recife)



SÉRGIO JOSÉ PESSOA DA SILVA BARRETO
SIAPE nº : 1202530

Prof. Msc. Sérgio José Pessoa da Silva Barreto
Avaliador

Instituto Federal de Educação de Pernambuco – IFPE (Recife)

"A Geometria é a arte de raciocinar sobre as figuras
mal desenhadas" (JULES HENRI POINCARÉ)

RESUMO

As representações gráficas e sua importância para a aprendizagem da Geometria é tema de diversas pesquisas. Entretanto, mesmo considerando que essas pesquisas tenham refletido numa maior atenção ao ensino da Geometria e às representações gráficas, o que observamos durante a nossa prática pedagógica é a dificuldade dos estudantes quanto aos conceitos, características, propriedades e representações das formas, mesmo aquelas que são estudadas desde a educação infantil. As representações, quando feitas, são apresentadas nas mesmas posições e proporções. Durante as aulas de Desenho Técnico ou Desenho arquitetônico, as propostas de soluções gráficas se restringem às formas retangulares. Mesmo que haja total liberdade de criação e que outras formas sejam mais adequadas. Uma verdadeira ditadura dos ângulos retos. As formas curvas e oblíquas são claramente evitadas. As avaliações de conhecimentos prévios aplicadas em cursos do IFPE (Campus Recife) que têm as representações gráficas como fundamento, já nos indicam essas dificuldades com o conhecimento e repertório geométrico. Foi a partir daí que verificamos a necessidade da elaboração de um instrumento que possibilite o registro e posterior análise dos conceitos e representações das formas feitas por estudantes do ensino médio técnico. Surge, então, a proposta dos Instrumentos de Análise da Representação Gráfica (IARG), Instrumento de Análise da Elaboração de Definições (IAED) e Instrumento de Análise de Reconhecimento da Forma (IARF), que, aplicados em conjunto, visam detectar as relações entre o reconhecimento, representações e definições das formas. Pretendemos aplicar o instrumento e, a partir de uma análise minuciosa, apresentar resultados que possam colaborar com o ensino da Geometria e das diversas disciplinas que se utilizam das representações gráficas.

Palavras-chave: Geometria, Representação gráfica, Modelos mentais, Ensino e Aprendizagem.

ABSTRAT

Graphical representations and their importance for learning Geometry are the subject of much research. However, even considering that this body of research has led to greater attention to the teaching of Geometry and graphical representations, what we observe during our teaching practice is the difficulty of students regarding the concepts, characteristics, properties and representations of shapes, even those that are studied since kindergarten. Representations, when made, are presented in the same positions and proportions. During Technical Drawing or Architectural Drawing classes, proposals for graphic solutions are restricted to rectangular shapes, even though there is total freedom of creation and other shapes are more appropriate. A dictatorship of right angles. Curved and oblique shapes are clearly avoided. Exams applied in courses at the Federal Institute of Pernambuco (Recife campus) that have graphic representations as a foundation indicate these difficulties with geometric knowledge and repertoire. It was from there that we verified the need to develop an instrument that allows the registration and subsequent analysis of concepts and representations of shapes made by students in high school. Thus, we propose the Graphical Representation Analysis Tools ("Instrumentos de Análise da Representação Gráfica", IARG), the Definitions Elaboration Analysis Tool ("Instrumento de Análise da Elaboração de Definições", IAED) and the Shape Recognition Analysis Tool ("Instrumento de Análise de Reconhecimento da Forma", IARF), which, when applied together, aim to detect the relationships among recognition, representations and definitions of shapes. We intend to apply the instrument and, from a thorough analysis, present results that can collaborate with the teaching of Geometry and the various disciplines that use graphic representations.

Keywords: Geometry, Graphic Representation, Mental Models, Teaching and Learning.

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 -RGS para comparação entre níveis de eficácia para avaliação. PADOVANI (2012).....	24
Figura 2 - Instrumento de Análise de Representação Gráfica. Fonte, o autor (2021).	39
Figura 3 - Instrumento de Análise da Elaboração de Definições. Fonte, o autor (2021).....	39
Figura 4 - Instrumento de Análise do reconhecimento das Formas. Fonte, o autor (2021).....	40

GLOSSÁRIO/SIGLAS /ABREVIATURAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
IAED	Instrumento de Análise de Elaboração de Definições
IARF	Instrumento de Análise do Reconhecimento das Formas
IAEF	Instrumento de Análise da Representação Gráfica
IFPE	Instituto Federal de Educação de Pernambuco
RGS	Representações Gráficas em Síntese

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	9
JUSTIFICATIVA	14
3 QUESTÃO NORTEADORA DA PESQUISA.....	19
4 OBJETIVOS	19
4.1 Objetivo Geral.....	19
4.2 Objetivos Específicos	19
5 REFERENCIAL TEÓRICO.....	20
5.1 A linguagem gráfica	21
5.2 Intervenções gráficas	23
5.3 Modelos mentais e o desenvolvimento cognitivo.....	26
5.4 A importância da Geometria.....	30
5.5 Um pouco de História	32
5.6 Modelagem matemática como recurso motivador para o ensino de Geometria	33
6 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	35
6.1 Seleção dos conteúdos propostos	35
6.2 Seleção das turmas que participarão da pesquisa.....	36
6.3 Elaboração dos instrumentos de verificação de representações e sua aplicação	36
7. INSTRUMENTO DE ANÁLISE.....	38
7.1 Instrumento de Análise da Representação Gráfica – IARG.....	38
7.2 Instrumento de Análise da Elaboração de Definições – IAED.....	39
7.3 Instrumento de Análise do Reconhecimento das Formas - IARF	40
7.4 Quadro resumo de instruções.....	40
8. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	42
REFERÊNCIAS.....	44

1 INTRODUÇÃO

Nas escolas brasileiras, o ensino de Geometria enfrenta um grave problema: a quase completa ausência. Desde a Educação Infantil, passando pelas séries iniciais do Ensino Fundamental até o Ensino Médio, a Geometria é a área da Matemática que tem sido deixada de lado no processo de ensino. Diversos fatores podem ser apontados para tentar explicar essa situação. Segundo Dionísio (2019), algumas vezes, professores alegam até a insegurança e falta de tempo para justificar o diminuto tempo dedicado ao Ensino da Geometria, principalmente nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

A disciplina de Desenho Geométrico, antes presente no Ensino Básico, deixou de ser obrigatória com a promulgação da LDB 5692/71, e pode ser apontado como um dos fatores externos que colaboram com a ausência da Geometria nas salas de aula (LORENZATO, 1995).

Num breve recorte histórico sobre o ensino de Geometria no Brasil, Bastos (2016) cita que:

No Brasil, houve um período em que o Desenho vigorou como disciplina no que hoje é o Ensino Fundamental II, e sua base era o desenho geométrico. Já na etapa do Ensino Básico designada por Ensino Médio, o predomínio da disciplina era a geometria descritiva; mas ela, deixou de ser currículo base e foi amplamente retirada do ensino público poucos anos após sua obrigatoriedade por lei. E a partir da LDB 5.692/71 o Desenho foi substituído por Educação Artística.

Considerando as escolas públicas, excetuando-se as escolas técnicas e militares, o estudo das formas passou a ser feito apenas na disciplina de Matemática. As representações gráficas, comuns durante as aulas de Desenho Geométrico, deixam de ser relevantes na construção de conceitos geométricos (CORREIA, 2011).

Nesse sentido, Dionísio (2019) cita que:

Acrescentamos a essa especificidade do conhecimento geométrico a necessidade de uma atenção especial para a geometria por parte do professor, pois se trata de uma área da matemática que normalmente tem sido deixada de lado no processo de ensino.

Outros fatores também podem ser apontados para a quase total exclusão dos conteúdos de Geometria nas salas de aulas brasileiras, fundamentalmente no que se refere às representações gráficas das formas. Os cursos de formação de professores (e aqui estamos tratando mais especificamente do curso de Licenciatura em Matemática) ajudam a perpetuar tal situação. A carga horária destinada às disciplinas que estudam a Geometria com uso das representações gráficas é baixíssima, principalmente se comparada às outras áreas da Matemática. Tomamos como exemplo os cursos de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) – *Campi* Recife e Caruaru. No *Campus* Recife, o perfil curricular do curso apresenta a disciplina de Geometria Gráfica (60 h/a) que, em sua ementa, se refere ao estudo da Geometria a partir de elaboração de representações. No *Campus* Caruaru, a disciplina de Desenho Geométrico (30 h/a) é a única do perfil curricular que indica que há elaboração de representações para o estudo das formas. Tais Licenciaturas têm, respectivamente, cargas horárias totais de 2.955 h/a e 3150 h/a.

Outro aspecto, segundo Lorenzato (1995), é que a quase totalidade dos professores de Matemática formados nos últimos anos só tiveram acesso ao estudo das formas utilizando representações gráficas no Ensino Superior. Assim, ele ressalta:

Essa quase total ausência da Geometria nos currículos escolares gera uma, se não trágica curiosa situação: muitos jovens professores tentam ensinar geometria sem que nunca tenham estudado na sua formação Fundamental ou Média (mesmo que essa tentativa seja apenas para cumprir os programas curriculares estabelecidos pelos livros).

Considerando que o professor que não conhece Geometria também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, então, tudo indica que, para esses professores, o dilema é tentar ensinar Geometria sem conhecê-la ou então não ensiná-la.

Ao longo dos anos, após a exclusão da disciplina de Desenho Geométrico dos currículos escolares, professores e pesquisadores que acreditam na importância do estudo da Geometria através de representações gráficas desde o Ensino Fundamental, passaram a publicar estudos sobre as possíveis consequências dessa ausência, não só para a habilidade da representação gráfica, mas, também, para o desenvolvimento do raciocínio abstrato e espacial do estudante. Nesse percurso,

disciplinas que envolvem o estudo das formas e suas representações passaram a ser chamadas de Geometria Gráfica, como define Correia (2011):

[...] é a área de conhecimento vinculada à Matemática, que tem como objeto de estudo as propriedades das formas e sua representação, por meio de traçados gráficos. Das representações obtidas é possível extrair todos os dados qualitativos e quantitativos da forma em estudo, possibilitando, inclusive, fazer interferências de modo a transformar o objeto em um outro, fornecer-lhe uma função, comunicar idéias, além da sua construção em modelo real.

Nos livros didáticos de matemática, os capítulos que abordam Geometria são, grande parte das vezes, recheados com imagens de formas e fórmulas. Mesmo considerando que nos últimos anos a qualidade e variações das representações presentes nos livros tenham melhorado, as formas e imagens se repetem, ano a ano, ainda que haja um aprofundamento dos conteúdos estudados. Algumas vezes, essas formas são apresentadas como elementos do cotidiano, numa tentativa salutar de aproximar a geometria das vivências dos alunos. Entretanto, a utilização dessas imagens precisa estar associada a um preparo pedagógico, caso contrário, o livro didático passa a ser subutilizado. (BASTOS 2016).

Mesmo considerando que alguns objetos do cotidiano sejam utilizados para um primeiro contato, o estudo se dará utilizando representações gráficas, imagens projetadas nas páginas dos livros, em telas do computador ou no quadro.

Outras vezes, o estudo das formas acontece apenas abstratamente, através dessas representações, e a sua perfeição e pouca habilidade do professor com o desenho parecem inibir a diversidade nas representações. Prismas, pirâmides, cones, cilindros e até mesmo as formas bidimensionais são apresentadas, grande parte das vezes, nas mesmas proporções e posições.

As representações gráficas não mudam mesmo com as possibilidades proporcionadas por softwares de gráficos e o estudo da geometria dinâmica, que introduziu movimento às representações. Neste ponto, é importante salientar que, para a qualidade das representações, não bastará ao professor o conhecimento sobre a geometria das formas, mas, também o domínio da ferramenta utilizada.

No estudo da Geometria Gráfica, a representação das formas é fundamental, entretanto, não podem ser confundidas com o próprio objeto matemático. A distinção entre o objeto e sua representação é ponto fundamental para a aprendizagem matemática. Nesse sentido, Duval (2012) cita que:

[...] as diversas representações semióticas de um objeto matemático são absolutamente necessárias. De fato, os objetos matemáticos não estão diretamente acessíveis à percepção ou à experiência intuitiva imediata, como são os objetos comumente ditos “reais” ou “físicos”. É preciso, portanto, dar representantes.

Isto pode ser considerado, portanto, um paradoxo cognitivo do pensamento matemático: de um lado, a apreensão dos objetos matemáticos não pode ser mais do que uma apreensão conceitual e, de outro, é somente por meio de representações semióticas que a atividade sobre objetos matemáticos se torna possível. Este paradoxo pode constituir-se num grande círculo para a aprendizagem.

Para tratar das representações semióticas citadas por Duval (2012), é necessário fazer uma abordagem dessas representações enquanto linguagem matemática. Segundo Santaella (2017), a semiótica é a ciência que investiga as linguagens, considerando o contexto cultural e de comunicação.

Desse modo, é compreensível que, assim como os signos e símbolos utilizados pela Álgebra e Aritmética são fundamentais para seu estudo, as representações gráficas são essenciais para a comunicação nas aulas de Geometria. Entretanto, segundo Duval (2012), as representações semióticas não devem ser consideradas apenas como um simples meio de comunicação das ideias sobre um objeto, elas são “igualmente essenciais à atividade cognitiva do pensamento”.

É certo que as dificuldades que porventura são apresentadas por estudantes quanto ao aprendizado da Geometria podem não estar relacionadas diretamente com as representações gráficas utilizadas, porém fica claro que a tentativa de comunicação a ser estabelecida se dá grande parte das vezes, através dos desenhos. Assim, o conhecimento das características e propriedades das formas acaba estando diretamente relacionado a tais representações.

As pesquisas de Duval (2012), Dionísio (2019), Corradi e Franco (2020) são algumas das que fundamentaram esse trabalho monográfico.

Nesse sentido, considerando os aspectos históricos, semióticos e cognitivos, do ensino das disciplinas que envolvem conhecimentos da Geometria Gráfica, as atividades pedagógicas cotidianas, nos levaram para a busca da compreensão das representações gráficas e conceitos das formas bi e tridimensionais realizadas por estudantes das disciplinas de Desenho dos cursos técnicos do IFPE – *Campus*

Recife. Para tal, propõe-se aqui a criação de um instrumento, a partir desse referencial teórico, que possibilite a coleta e posterior análise dessas representações e conceitos.

JUSTIFICATIVA

O raciocínio geométrico e o desenvolvimento da percepção visual são fatores imprescindíveis para a compreensão de questões das diversas áreas do conhecimento humano, além de contribuir para o desenvolvimento de habilidades que visem resolver situações geometrizadas do cotidiano.

Assim concebidos, o raciocínio geométrico e o desenvolvimento da percepção espacial devem fazer parte da formação integral do indivíduo, ideia corroborada por Lorenzato (1995), para quem: “Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão matemática torna-se distorcida”.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC - 2018), estabelece que, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, o ensino da matemática deve contemplar o reconhecimento de figuras geométricas espaciais e planas a partir das vivências cotidianas das crianças, iniciando a sistematização dessas noções. Prismas, pirâmides, cones e cilindros são formas que devem ser identificadas desde o 1º ano do Ensino Fundamental.

Quando o objetivo é a construção do saber científico, a transformação dos elementos concretos em entes abstratos, seguramente, não é simples, mas deve ser feita. A utilização de elementos do cotidiano para o ensino de geometria não garante a efetivação do conhecimento de um determinado conteúdo, por outro lado, o ensino de uma Geometria apenas teórica, parece afastá-la dos estudantes, da vida cotidiana, das aplicações.

A modelagem matemática e outras tantas metodologias já foram propostas por professores, pesquisadores e autores de livros didáticos. No caso da representação das formas, essas metodologias e instrumentos vão desde o uso das receitas de construção passo a passo com uso de régua e lápis, passando por metodologias ativas com o uso de softwares gráficos.

O estudo das representações gráficas está entre as habilidades estabelecidas pela BNCC para o estudo da Matemática no âmbito do Ensino Fundamental. A indicação é de que esse estudo deve ser feito com a utilização de formas do cotidiano, softwares de geometria dinâmica e manipulação dessas formas. Entretanto, no caso do estudo da Matemática e suas tecnologias no Ensino Médio, a

realização de representações das formas pelo estudante não é, no documento, estimulada.

O que se observa, na maioria das vezes, é que alunos que ingressam no Ensino Técnico e até no Ensino Superior, mesmo em áreas que têm sua fundamentação na Geometria (Edificações, Engenharias, Arquitetura, Design, entre outras), não tiveram, no Ensino Fundamental ou Médio contato com a Geometria nem mesmo através de fórmulas ou receitas. Vale salientar que, os profissionais das áreas citadas devem estar habilitados para a concepção de projetos, e que a comunicação é estabelecida através das representações gráficas, o que exige conhecimentos sobre as características e propriedades das formas para a sua adequada utilização, além da capacidade de interpretação das representações.

A Geometria Espacial, conteúdo normalmente trabalhado apenas em uma das séries do Ensino Médio, tem sido limitada ao cálculo da área e volume dos prismas e pirâmides. O estudo dos poliedros é resumido às formas cúbicas, com pouquíssimas variações. Os poliedros regulares (platônicos) e semirregulares equiangulares (arquimedianos), suas características, propriedades e aplicações, são temas excluídos, via de regra, até mesmo do Ensino Superior.

Como professor do Instituto Federal de Educação de Pernambuco (IFPE), em cursos técnicos de Edificações e Saneamento Ambiental, lecionando disciplinas na área de Representação Gráfica, tenho percebido a dificuldade dos estudantes com o conhecimento e representações das formas. Isso se agrava, quando se constata que, mesmo nesses cursos técnicos, houve substancial redução da carga horária de disciplinas que apresentavam conteúdos de representação gráfica e estudo das formas. A disciplina de Desenho Geométrico foi excluída da grade curricular dos cursos. Outra disciplina que sofreu redução de carga horária foi a de Desenho Técnico, que apresenta fundamentos da Geometria Descritiva, essenciais para o desenvolvimento e percepção espacial. Nesse sentido, Ferreira (2011), comenta que:

Se por um lado, a geometria descritiva requer esta habilidade para o seu estudo e, o seu estudo colabora com o seu desenvolvimento, por outro, a baixa habilidade de visualização espacial pode ser fator de dificuldade e desestímulo à aprendizagem desta e de outras importantes disciplinas, básicas e aplicadas.

Nessa perspectiva, os estudantes dos cursos técnicos do IFPE, em particular, os de Edificações e Saneamento Ambiental, nas avaliações de conhecimentos prévios, normalmente realizadas nas aulas iniciais das disciplinas de Desenho Técnico, é perceptível a dificuldade com reconhecimento, representação gráfica e elaboração de conceitos das formas bidimensionais e tridimensionais. Aqui, alguns pontos devem ser considerados:

1. As formas utilizadas nessas avaliações são as mesmas estudadas desde os primeiros contatos com a Matemática;
2. Alguns desses estudantes são alunos da matemática no IFPE;
3. A ementa da disciplina de Desenho Técnico não contempla o ensino dos conceitos, características e propriedades das formas.

As representações gráficas apresentadas pelos estudantes, tanto nesse tipo de avaliação de conhecimentos prévios, assim como no decorrer das aulas, representam as formas quase sempre em uma mesma posição e com as mesmas proporções. O cone, por exemplo, é apresentado com sua altura tendo, aproximadamente, duas vezes o diâmetro da base, normalmente uma circunferência.

A simples modificação na posição de uma figura, sem alterar sua forma ou características, causa dúvidas na leitura do que está sendo representado. Grande parte das vezes, as propostas de soluções para problemas que envolvem a geometria das formas se resumem a esses mesmos modelos.

No curso técnico de Edificações, durante as aulas de Desenho de Arquitetura 1, ministradas no segundo semestre de 2020, as propostas de Plantas Baixas elaboradas pelos alunos revelam uma característica comum a todos os projetos: os ambientes representados são formados tão somente por ângulos retos. É certo que essa característica não é exclusividade das representações feitas pelos estudantes. Os projetos apresentados pelos professores revelam que o ângulo reto é o preferido. O reforço a essa escolha é também feito caso sejam observadas as edificações do cotidiano.

A preferência pelo ângulo reto, no entanto, não garante que haja conhecimento sobre os polígonos formados tão somente por lados perpendiculares.

Em um artigo, parte de uma pesquisa que visa investigar a atividade de visualização na resolução de uma tarefa de Geometria Euclidiana, com estudantes

de um curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade do Estado do Paraná, Corradi e Franco (2020) apresentam uma série análises sobre as respostas e interações dos estudantes com a representação gráfica existente na questão envolvendo quadrados, dentre elas, os indícios de produção de imagem mental, a utilização de representação externa e se as respostas são matematicamente aceitáveis. Na descrição e análise das interações dos estudantes com as representações gráficas utilizadas, Corradi e Franco (2020), relatam que parte do grupo pesquisado apresentam dificuldade quanto a definição formal do quadrilátero:

“Já as outras cinco respostas se aproximam do conceito matemático de quadrado. Pode-se inferir que eles têm ideia do que é um quadrado, porém não são matematicamente aceitáveis por apresentarem incoerências do ponto de vista formal da matemática em sua formulação.”

As experiências vividas nas aulas de Desenho (ou Geometria Gráfica) e a análise da consolidação dos conceitos matemáticos a partir das representações das formas sempre foi motivo de inquietação e nos trouxe a essa pesquisa.

Desde o processo formativo inicial, o professor necessita aprender a ensinar Geometria, tendo as representações gráficas parte importante nesse processo. É imprescindível que o professor que está mediando a aprendizagem esteja consciente se a forma representada e interpretada satisfaz o conhecimento objetivado.

É certo que a representação das formas está também relacionada com a habilidade do desenho, assim como a compreensão que os alunos têm de uma representação, seja da forma tridimensional ou bidimensional, certamente difere conforme suas vivências. Entretanto, a exagerada repetição das formas e suas representações em posições invariáveis nos indica um condicionamento indesejável, que em nada contribui para as soluções de problemas geométricos presentes nas áreas de atuação dos futuros técnicos. A escolha por formas compostas apenas ângulos retos (sejam bidimensionais ou tridimensionais) não pode ser atribuída tão somente a falta de criatividade ou inabilidade para a representação, mas parece estar relacionada ao baixo repertório de possibilidades e, mais importante, a falta de conhecimentos sobre as propriedades de outros ângulos. O conhecimento, reconhecimento e representação das formas, suas características e propriedades é

de crucial importância para que haja a possibilidade da escolha de soluções mais adequadas.

Nas salas de aulas de Desenho do IFPE – disciplinas de Desenho Técnico, Desenho de Arquitetura, Desenho AutoCad e Computação Gráfica - as constantes e necessárias representações e a fundamental importância que suas interpretações têm na formação dos conceitos, torna necessária a busca do entendimento sobre como são formados e externalizados esses conceitos. É preciso compreender como os alunos interpretam os modelos gráficos e como são formados os conceitos, buscando evitar interferências que prejudiquem a aprendizagem.

Durante as aplicações das avaliações de conhecimentos prévios, verificamos que o próprio instrumento avaliativo utilizado necessitava de uma elaboração para resguardar a boa qualidade dos resultados. Durante o cotidiano da prática docente, as dificuldades quanto à representação e conhecimento das formas eram confirmadas, entretanto, a elaboração de um instrumento para registrar e analisar, de modo quantitativo e qualitativo, as representações se faz necessária, para que, assim, haja a possibilidade de buscar alternativas de qualificar o ensino da Geometria e das diversas disciplinas que estudam as formas, suas representações e aplicações.

3 QUESTÃO NORTEADORA DA PESQUISA

Como elaborar um instrumento que possibilite o registro, e posterior análise, das representações gráficas e conceitos de formas feitas por estudantes do Ensino Médio Técnico do IFPE, campus Recife?

4 OBJETIVOS

Com esta monografia, tomando como base a questão norteadora e fundamentado pelo trabalho de Duval (2012), elaboramos um instrumento que apresenta o seguinte objetivo geral e objetivos específicos.

4.1 Objetivo Geral

Elaborar um instrumento de análise das representações gráficas de formas feitas por estudantes do Ensino Médio Técnico do IFPE.

4.2 Objetivos Específicos

Tendo por base o objetivo geral especificado, pretende-se atingir os seguintes objetivos específicos:

1. Identificar autores que fundamentem a relação das representações gráficas com a aprendizagem.
2. Elaborar critérios para subsidiar a criação dos instrumentos de análise.
3. Definir os modelos gráficos de forma que estarão presentes no instrumento de análise.

5 REFERENCIAL TEÓRICO

A preocupação com os processos cognitivos e, mais especificamente, de como se dá à compreensão de uma situação nova tem causado importantes debates entre filósofos da educação. Na área educacional, é fundamental conhecer os processos cognitivos que levam a construção do conhecimento e, além disso, refletir sobre experiências anteriores que possam levar a uma melhor compreensão desses processos.

Para estudar a teoria do conhecimento é necessária, inicialmente, uma breve introdução à filosofia. A palavra 'filosofia' é de origem grega e significa amor à sabedoria; aspiração ao saber, ao conhecimento (HESSEN, 2000). Entretanto, esse significado etimológico não é suficiente para conhecermos a filosofia na essência. Para se chegar a uma definição mais satisfatória dessa essência o caminho proposto é buscar uma representação geral comum a partir das definições históricas como as de Aristóteles, Platão, Descartes, Leibniz, Kant e Hegel. Algumas das características comuns são: a atenção dada à totalidade dos objetos e o caráter cognoscitivo dessa atenção. A filosofia é, então, a tentativa da compreensão do mundo através de uma autorreflexão (HESSEN, 2000).

A teoria do conhecimento é parte da filosofia e, junto com a lógica, faz parte da teoria da ciência. A lógica investiga a correção formal do pensamento, enquanto a teoria do conhecimento se há verdade na relação pensamento-objeto. Assim, um pensamento lógico pode não ser verdadeiro.

Ainda segundo Hessen (2000), o conhecimento possui três elementos principais: o sujeito, a imagem e o objeto. O conhecimento é resultante da correlação entre sujeito e objeto. O sujeito é aquele que irá apreender e o objeto o que será apreendido. Nessa relação o sujeito cognoscente, receptivo e ativo, faz imagens determinantes do objeto. Os objetos são divididos em reais (ou efetivos) e ideais. Os objetos do pensamento são os ideais, como exemplo, as estruturas matemáticas e formas geométricas. Os reais são todos que são dados da experiência externa ou interna ou são inferidos a partir dela. Um conhecimento será válido quando for verdadeiro. Introduce-se, portanto, o conceito de verdade: será verdadeiro um conhecimento, quando a 'figura' (imagem) concordar com o objeto. O conteúdo do pensamento deve estar de acordo com o objeto.

A apreensão que um indivíduo tem do objeto depende dos instrumentos de registro, das estruturas mentais e das estruturas orgânicas específicas para o ato de conhecer disponíveis naquele momento (PILLAR, 1996).

Refletir sobre as relações existentes entre sujeito, imagem e objeto é fundamental para entender como se dá a natureza do conhecimento.

5.1 A linguagem gráfica

Na Matemática, a relação entre o sujeito e objeto é mediada por uma série de representações, imagens. Hessen (2000), aponta os números e as formas geométricas como exemplos objetos ideais, ou seja, aqueles que são meramente fruto do pensamento. A apreensão do objeto transforma o sujeito e as representações, mesmo que no âmbito mental, feitas desses objetos ideais são chamadas de imagens ou figuras. Tais imagens, entretanto, não são o objeto propriamente dito, mas tão somente, a imagem que aquele sujeito apreendeu.

Sobre esse aspecto, Duval (2012), diz:

[...] os traçados e figuras representam objetos matemáticos: um segmento, um ponto, um círculo. Isto quer dizer que os objetos matemáticos não devem ser jamais confundidos com a representação que se faz dele. De fato, toda confusão acarreta, em mais ou menos a longo termo, uma perda de compreensão e os conhecimentos adquiridos tornam-se rapidamente inutilizáveis ao longo de seu contexto de aprendizagem: seja por não lembrar ou porque permanecem como representações “inertes” que não sugerem nenhum tratamento. A distinção entre um objeto e sua representação é, portanto, um ponto estratégico para a compreensão da matemática.

São diversos os vocábulos utilizados no estudo da Geometria, assim como, são diversas as concepções atribuídas a esses termos. Como muitos deles serão utilizados nesse trabalho, faz-se necessário, então, não só relacionar alguns deles, mas também, estabelecer as concepções que aqui serão atribuídas a eles. Uma breve análise sobre as expressões que fazem referência às imagens utilizadas para o estudo das formas.

A mais comum delas é ‘representação’. Segundo Duval (2012), na Matemática, essa palavra, e suas derivações, é importante e marginal.

Para estabelecer a diferença entre desenho e figura, Platão diz que “A figura geométrica é um objeto ideal, do qual os desenhos concretos, que se possa fazer, são apenas representações imperfeitas”. Deste modo, a figura é entendida como o objeto ideal utilizado pelo sujeito para a elaboração do raciocínio, do pensamento. O desenho é a representação sobre uma superfície. Essa ‘representação desenhada’ é apenas um modelo do objeto matemático.

No Design, e mais especificamente na área do Design da Informação, as representações tem fundamental importância para que as informações possam ser utilizadas com eficiência e eficácia. Para Engelhardt (2002), a representação gráfica pode ser definida como um “artefato visível em uma superfície razoavelmente plana, criado com o objetivo de expressar informação”. Nessa definição fica claro o propósito de comunicação, ou seja, a intenção de a leitura possa ser feita sem ambiguidades.

Essa mesma intenção acompanha as representações gráficas nas diversas áreas do Desenho Técnico. A partir das normas e convenções, a representação deve conter todas as informações e proporcionar uma leitura clara sem causar desvios. Sem perder de vista a formação do indivíduo para a solução de problemas, o ensino dessas disciplinas, além das normas e convenções de representação gráfica, também deve contemplar o estímulo à criação de melhores soluções. No Desenho Técnico, então, a comunicação clara e precisa é um dos fundamentos. Para Duval (2012), a comunicação é uma das funções das representações. A representação com função de comunicação deve transmitir uma mensagem ou informação entre indivíduos que estão habilitados a compreender um código.

A compreensão dessas definições torna-se relevante para essa discussão na medida em que é possível estabelecer, em sala de aula, as concepções etimológicas e a relação entre a Geometria ideal e a Geometria real, ou seja, entre a matemática estudada a partir dos desenhos e representações e as figuras abstratas, do mundo do pensamento. Essa compreensão também nos conduz para a reflexão sobre importância das representações gráficas como elementos mediadores entre o concreto e o abstrato. Ciente dessa importância, a atenção não deve ser voltada apenas para aquelas representações presentes nos livros didáticos, mas também para aquelas utilizadas e elaboradas por professores e estudantes, já que o conjunto das representações podem facilitar ou dificultar a compreensão dos objetos e revelar a apropriação os conceitos.

5.2 Intervenções gráficas

As intervenções didáticas, para o ensino de Geometria, quando formuladas considerando a relevância das representações gráficas podem contribuir para a compreensão das relações existentes entre os conceitos externalizados e o objeto estudado. Outro aspecto pedagógico relevante é a possibilidade da construção de um maior repertório de representações e possibilidades das formas, o que ajudará na escolha de soluções mais adequadas a cada situação.

Alguns exemplos de intervenções didáticas que colocam as representações no centro do processo de aprendizagem também são encontrados em outras disciplinas. Padovani (2012) apresenta um trabalho que utiliza as chamadas 'Representações Gráficas em Síntese' (RGS) como modo de apresentar conteúdos aos estudantes de Design (Figura 1).

Segundo a autora, os alunos do curso de Design da Universidade Federal de Pernambuco, acostumados com a linguagem gráfica, apresentam dificuldades quando têm que trabalhar com disciplinas de modo exclusivamente textual. A partir dessa constatação, a autora do trabalho, passou a utilizar durante as aulas uma série de representações gráficas para descrever conceitos, processos e modelos estudados nessas disciplinas. As representações apresentam em síntese cada conteúdo estudado. Num segundo momento, os estudantes são estimulados a elaborar as próprias representações dos conteúdos, aproveitando suas habilidades. Dentre as diversas considerações, Padovani (2012), cita que:

A assunção por trás das RGSs é de que, ao ser convocado a produzir uma representação gráfica sobre um determinado assunto, o estudante precise compreender densamente esse assunto para, então, selecionar formas compreensíveis de representá-lo.

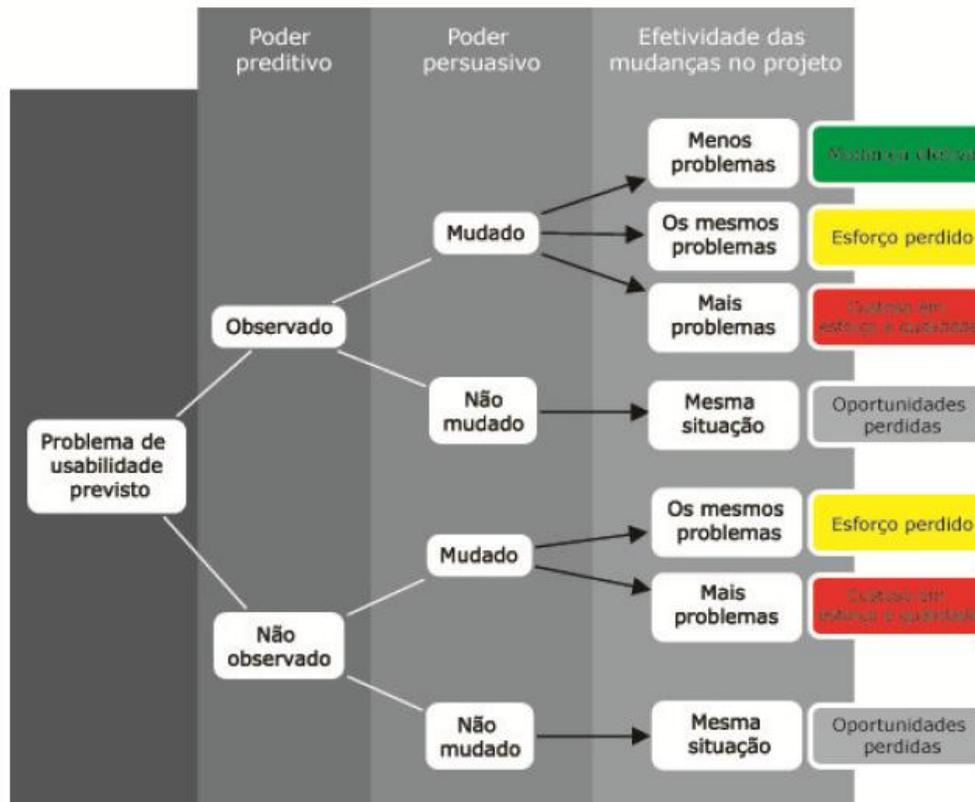


Figura 1 -RGS para comparação entre níveis de eficácia para avaliação. PADOVANI (2012).

No mesmo artigo, Padovani (2012) descreve outro trabalho realizado por ela e outros pesquisadores que analisaram o papel das representações utilizadas para o ensino de Geometria Descritiva no curso universitário de Design. Com a participação dos estudantes, o material didático da disciplina foi modificado, com um intuito de auxiliar a visualização dos conceitos e enunciados dos problemas propostos, representações gráficas foram feitas ou modificadas pelos próprios estudantes. Esse trabalho, no entanto, não chegou a ser testado para verificar se os benefícios efetivamente se comprovariam.

Os dois exemplos citados relatam intervenções feitas com a participação de estudantes e ressaltam a importância das representações gráficas na elaboração de conceitos, tanto para disciplinas que estudam as formas e suas representações quanto para disciplinas de outras áreas do conhecimento.

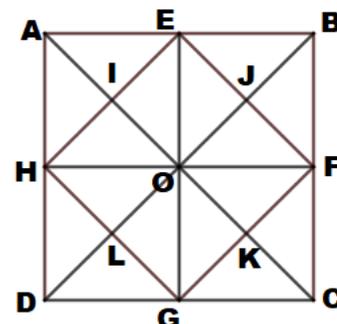
A pesquisa de Corradi e Franco (2020) – já citada na introdução desse trabalho monográfico - tem uma característica que deve ser ressaltada: a participação de estudantes de Licenciatura em Matemática, tanto dos que estão no início do curso quanto dos concluintes. Esse espectro permite analisar as possíveis

diferenças nas capacidades de visualização, elaboração de conceitos e resolução dos problemas. Outro aspecto importante é a fundamentação nas pesquisas de Raymond Duval (2012) sobre representação semiótica e cognição, mesmo pesquisador que fundamenta nosso trabalho.

No estudo de caso, os estudantes deveriam resolver o seguinte problema:

Observe a figura ao lado e responda:

- Identifique quantos quadrados há na figura ao lado. Descreva com suas palavras o que o levou a sua conclusão.
- Identifique os segmentos paralelos às diagonais do quadrilátero ABCD.
- Explique com suas palavras qual é a relação entre os quadriláteros $AEOH$, $EBFO$, $OFCG$ e $HOGD$.
- O quadrilátero $EFGH$ pode ser considerado como um quadrado. Explique com suas palavras o porquê.



Dentre os aspectos considerados por Corradi e Franco (2020), estão:

- Indícios de produção e tipos de imagem baseado na resolução escrita e na fala do participante;
- Utilização da imagem dada e/ou produção de outras representações externas na resolução escrita e na fala do participante;
- Percepção de posição espacial; percepção de relação espacial; discriminação visual, rotação mental e memória visual;
- Realização de medições e cálculos;
- Apresenta respostas aceitáveis em termos matemáticos, justifica de modo matematicamente coerente.

A partir da metodologia adotada, num trecho do artigo em que destacam os resultados apresentados, Corradi e Franco (2020), comentam:

Notamos, durante a resolução da tarefa, três dos entrevistados do GJ realizaram a ação de girar a folha contendo o enunciado e o uso dos termos “quadrado rotacionado” e “quadrado inclinado” por parte de dois integrantes do GI. Esses detalhes nos levam a inferir que há indícios de produção de imagens mentais e, também, uma dificuldade na mobilização da habilidade de rotação mental, indicando a possível produção de uma imagem mental de quadrado

incoerente do ponto de vista matemático, por considerarem que os quadrados são figuras com um dos pares de lados oposto na horizontal.

A relação entre os estudantes e representação gráfica, desde a disposição do quadrado na folha, passando pela descrição verbal e construção de outras representações gráficas devem ser aspectos importantes na análise da construção de conceitos matemáticos.

No artigo, Corradi e Franco (2020) apresentam algumas conclusões que devem ser consideradas. Mesmo considerando que o problema proposto foi resolvido satisfatoriamente pela maior parte dos estudantes, os autores observaram dificuldades em relação à interpretação da forma, principalmente quanto ao uso da função discursiva. No grupo dos estudantes iniciantes no curso de Licenciatura em Matemática foi identificada uma dificuldade em relação ao conceito de quadrado.

A representação do quadrado posicionado de modo que os lados do polígono estão paralelos às margens da folha de papel, comumente encontrado nas representações dos livros e nas salas de aula, parece interferir na resolução do problema proposto. Esse tipo de constatação não é incomum para aqueles que lidam diariamente com as representações gráficas em sala de aula, mas o registro dessas interações é significativo para subsidiar as intervenções didáticas.

5.3 Modelos mentais e o desenvolvimento cognitivo

As ciências educacionais vêm, há muito, tentando entender como os indivíduos assimilam cognitivamente as informações. Por que pessoas que têm acesso a uma informação veiculada de uma mesma maneira pode ter interpretações tão distintas de um mesmo evento? Não é raro um professor se perguntar: 'o que levou esse aluno a pensar assim? Por que será que pensa assim?' (GRECA, 1999).

Várias teorias tentam responder as essas questões, o racionalismo, o empirismo, o intelectualismo e o apriorismo são algumas delas.

É certo que, além dos fatores cognitivos, fatores ambientais, socioeconômicos e afetivos são importantes na determinação de como um indivíduo processará as informações a que teve acesso (CORREIA, et al., 2001).

Nos estudos sobre modelos mentais, Johnson-Laird (1983) apresenta algumas importantes considerações que tentam elucidar os questionamentos apresentados por Greca (1999).

De uma maneira geral pode-se dizer que modelo é uma representação, em pequena escala, de um objeto, uma ideia ou sistema que se deseja construir; e que representação é uma notação, signo ou conjunto de símbolos que representa algo, mesmo que na ausência deste. Moreira (1999), ao abordar os estudos dos modelos mentais classifica as representações em externas e internas ou mentais.

As representações externas são descrições físicas feitas por um indivíduo para apresentar um evento, seja ele físico ou fruto do pensamento. Esse tipo de representação pode ser feita através da palavra e gestos (linguística); ou por signos simbólicos (pictorial).

As representações internas ou mentais, (KRAPAS, et al., 2016) por sua vez, podem ser caracterizadas como:

- Localizada - quando a partir de um símbolo ou signo têm-se as representações mentais de diversas características do evento.
- Distribuída - quando a partir de várias representações obtêm-se a “re-criação” do evento.
- Analógica – quando é feita por meio de comparação com o mundo exterior (visual, auditiva, tácteis, etc.).
- Proposicional – Quando são expressas por meio de símbolos ou verbalmente (equações matemáticas, grafismos), são mais abstratas.

No entanto, Johnson-Laird (1983) distingue três diferentes tipos de representações mentais:

- As representações proposicionais que são externalizadas por meio de signos simbólicos, que são geralmente pouco precisas e descrevem vários possíveis estados.
- Os modelos mentais que são análogos estruturais de um evento.
- As imagens que são os diversos tipos de percepção de um mesmo modelo mental.

Em uma sala de aula, pode se perceber cada um dos tipos de representação (localizada, distribuída, analógica e proposicional), porém, mais importante que sua identificação, é a compreensão de como são formulados os modelos mentais e as consequentes definições a respeito de um evento. As decisões para uma intervenção didática construtiva dependem fundamentalmente de um melhor entendimento de como funcionam as redes cognitivas que geram os modelos mentais.

As Ciências Cognitivas, entre elas a Psicologia Cognitiva, a Linguística e a Filosofia, partem do princípio de que a mente humana é um sistema simbólico que processa informações comparativamente, gerando representações internas do evento. Os indivíduos raciocinam usando seus modelos mentais. Assim, a capacidade de elaborar explicações ou definir um evento parece estar diretamente relacionada à maneira como são formados esses modelos. Todo conhecimento a respeito de algo dependerá da capacidade de construção dos modelos mentais e consequentemente da percepção que se tem do evento. É, portanto, a partir da percepção que irá se gerar os modelos mentais. Nesse sentido, Piaget e Inhelder (1993) comentam que:

A percepção é o conhecimento dos objetos resultante de um contato direto com eles. A representação consiste, ao contrário -, seja ao evocar objetos em sua ausência, seja quando duplica a percepção em sua presença -, em completar seu conhecimento perceptivo referindo-se a outros objetos não atualmente percebidos (por exemplo, quando reconhecendo um “triângulo”, assimilamos a figura dada perceptivamente a toda classe das formas comparáveis não percebidas simultaneamente). Se a representação em um sentido prolonga a percepção, ela também introduz um elemento novo, que lhe é irreduzível: um sistema de significações que comporta uma diferenciação entre o significante e o significado.

Reforçamos, então, o que já foi dito em outros momentos nesse trabalho, na Geometria as representações gráficas fazem a mediação entre o objeto de estudo e a apresentação dos conceitos. Não funcionam apenas como ilustração de um determinado tema, são fundamentais para a compreensão do objeto estudado.

Os desenhos são, portanto, representações proposicionais que contém ‘localizadamente’ uma série de conceitos e, como representações proposicionais,

são imprecisas. Esses desenhos ou representações gráficas são os, aqui denominados também de 'modelos gráficos' ou 'pictoriais'.

Piaget e Inhelder (1993) fazem um estudo que considera a origem e a evolução das funções psíquicas na representação do espaço. Tal estudo considera os estágios de desenvolvimento cognitivo já, anteriormente, pesquisados por Piaget. Nas representações espontâneas feitas por crianças um dos estágios descritos é o da incapacidade sintética: o desenho, mesmo de formas bastante conhecidas e cotidianas, não corresponde à percepção. "Há, neste caso, intervalo entre a imagem e o desenho...". É certo que, muitas vezes o que impede uma representação gráfica mais precisa é a inabilidade técnica.

Nos modelos gráficos, há conceitos que não são expressos na linguagem do professor. Da mesma forma, os conteúdos conceituais existentes nas modelagens feitas por um educando não podem ser mensurados. Para Piaget e Inhelder (1993, p.32):

O desenho é uma representação, isto é, supõe a construção de uma imagem bem distinta da percepção, e nada prova que as relações espaciais de que esta imagem é feita sejam do mesmo nível das relações que a percepção correspondente testemunha.

Entretanto, não sem motivos, a correção de um conceito é avaliada pela concordância entre a representação e o próprio objeto do conhecimento (HESSEN, 2000).

Uma representação inadequada, por sua vez, pode ser verdadeira, pois apesar de ser incompleta pode ser correta, se as características que contém existirem efetivamente no objeto.

As representações são de uma forma geral, instrumentos fundamentais para tentar entender como pensam alunos e professores e, assim, tornar possível uma relação ensino-aprendizagem com maior qualidade.

Em uma de suas pesquisas sobre a produção e interpretação de desenhos, Piaget e Inhelder (1993), apontam a complexidade da separação entre uma representação (significante) e o seu significado, pois há, entre eles, uma grande analogia. No entanto, ressaltam que, uma representação é tão somente uma "cópia evocadora" do significado, sendo, assim, diferenciada do objeto propriamente dito. Ou seja, uma representação deve nos remeter ao objeto do conhecimento, ao

evento, mas não deve se confundir com ele. Nesse sentido, Pillar (1996), reafirma que:

O desenho, enquanto imagem visual, não seria uma cópia dos objetos, mas sim uma interpretação, uma recriação desses objetos pela criança numa linguagem gráfica.

Duval (2012) salienta que o desenvolvimento das representações mentais depende da interiorização das representações semióticas, e essas preenchem algumas funções cognitivas essenciais. O autor ainda reforça: “O funcionamento cognitivo do pensamento humano se revela inseparável da existência de uma diversidade de registros semióticos de representação” (DUVAL, 2012).

O questionamento é: professores e alunos, em diferentes níveis, fazem satisfatoriamente a diferenciação entre a representação e o conhecimento objetivado?

As análises das relações entre as representações gráficas e o funcionamento do pensamento indicam que há aspectos distintos nas funções cognitivas. O interesse pelo conhecimento das relações cognitivas existentes entre as representações gráficas e a apreensão do conhecimento se dá pela importância que tais representações têm na educação matemática.

5.4 A importância da Geometria

Para aqueles que atuam em áreas em que as formas são o próprio objeto de trabalho (Arquitetura e Urbanismo, Engenharias, Design, etc.), parece desnecessário justificar a importância do Ensino de Geometria e das representações gráficas na Educação Básica. Entretanto, o argumento premente não considera a especificidade apenas de algumas áreas de trabalho, mas a necessidade do desenvolvimento do raciocínio geométrico e da percepção espacial como parte da formação integral do indivíduo, o que é corroborado por Lorenzato (1995), para quem:

Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das idéias fica reduzida e a visão matemática torna-se distorcida.

A Geometria também se mostra fundamental para facilitar a compreensão de conteúdos de outras áreas. Habilidades desenvolvidas no estudo da Geometria são importantes para as Artes, a Geografia, a Física, a Estatística, entre outras, como está ressaltado no trabalho de Manoel (2014):

A respeito das outras áreas do conhecimento, os autores citaram a importância dos conteúdos geométricos nas áreas de exatas: engenharias, física, estatística e arquitetura, mas também em outras áreas do conhecimento como história, geografia, artes e língua portuguesa, uma vez que para eles a Geometria auxilia por meio do estudo de tabelas, gráficos, mapas, na leitura e na escrita.

Manoel (2014) ressalta ainda a significativa importância do estudo da Geometria para a aprendizagem de outras áreas da Matemática:

Ao relacionar a Geometria com outras áreas da Matemática, as pesquisas apontaram, principalmente, o apoio que esta área do conhecimento pode apresentar para o ensino de álgebra e de aritmética, por facilitar a compreensão das ideias matemáticas e também por tornar o ensino de matemática menos linear e fragmentado.

A Geometria está em tudo. No cotidiano, não só observamos a Geometria das formas, mas interagimos com elas. Mobiliários, quando ergonomicamente projetados, consideram as relações antropométricas, dimensões e formas para proporcionar um uso mais confortável, eficiente e seguro.

Lorenzato (1995), afirma que:

[...] ideias de paralelismo, perpendicularismo, congruência, semelhança, proporcionalidade, medição (comprimento, área, volume), simetria: seja pelo visual (formas), seja pelo uso no lazer, na profissão, na comunicação oral, cotidianamente estamos envolvidos com a Geometria.

Einstein tinha o hábito de geometrizar suas ideias e dizia que isso facilitava a comunicação delas e a evolução de seu pensamento. Assim em 1921, ele escreveu: “Atribuo especial importância à visão que tenho da geometria, porque sem ela eu não teria sido capaz de formular a teoria da relatividade”.

5.5 Um pouco de História

Precisar uma data para o surgimento da geometria seria fazer conjectura, mera suposição. É certo que seus primórdios são mais antigos que a escrita. A necessidade de medir, as noções de comprimento, de área e de volume, talvez tenham surgido junto com o problema da contagem.

Heródoto, pai da História, atribui à civilização egípcia o desenvolvimento inicial da Geometria. Segundo ele, o rei Sesóstris (antigo Egito, 1878 - 1843 a.C.) fez uma repartição de terras entre os habitantes do seu território. Durante as enchentes anuais do rio Nilo, parte dessas terras eram encobertas. A necessidade de se fazer novas medidas após cada inundação teria encaminhado às descobertas geométricas.

Já Aristóteles (discípulo de Platão) acreditava que a existência no Egito de uma classe sacerdotal com lazes é que teria conduzido ao estudo da Geometria. Não há convicção sobre qual das duas teorias é a correta ou qual outra motivação levou a produção da Geometria. A falta de registros, documentos, torna essa missão impossível. Porém os desenhos e as figuras feitas por homens neolíticos sugerem uma preocupação com as formas e dimensões - raízes da Geometria (BOYER, 2019).

Apesar das divergências entre os historiadores quanto ao surgimento da Geometria, é consenso que toda sua construção foi feita a partir de problemas práticos, vivenciados no dia a dia (modelos reais), posteriormente sistematizados, satisfazendo os preceitos científicos.

A História da Geometria assim seguiu (e segue): a ciência se desenvolve progressivamente negando as impossibilidades, servindo às necessidades do homem. Os percalços, incertezas e contradições levaram (e levam) às extensões, aos avanços.

No entanto, o ensino de Geometria, atualmente, parece esquecer o empirismo e as relações práticas tão presentes em sua origem. Muitas vezes, não há 'manipulação' do que está sendo estudados, os conteúdos se sucedem e nem parecem estar tão presentes no cotidiano. Vivencia-se, assim, uma metodologia de estudo completamente desvinculada da história do conhecimento geométrico. As formas estudadas são apresentadas, grande parte das vezes, abstratamente e a sua

perfeição parece inibir a utilização de modelagens, distanciando os temas do mundo real.

5.6 Modelagem matemática como recurso motivador para o ensino de Geometria

Não há aprendizagem efetiva e duradoura sem que haja interesse, motivação. Educador e educandos precisam estar empolgados com o conteúdo que está sendo lecionado. O processo de incentivação da aprendizagem requer o uso de alguns procedimentos didáticos para tornar o conteúdo acessível, compreensível e motivador. A historicidade e a correlação do que está sendo ensinado e aprendido com o real, são alguns desses procedimentos. É importante haver uma relação entre o conteúdo e o ambiente imediato (físico ou social), e com as vivências dos alunos. A partir daí chega-se à abstração, à generalização e à elaboração teórica gerando a reflexão e o raciocínio (HAIDT, 2011).

O uso de analogias e modelos em sala de aula é um recurso há muito utilizado e capaz de aproximar uma situação abstrata de uma situação concreta, de nossa realidade. Para Medeiros (2000), “A idealização de uma problemática real é usualmente chamada de um modelo na educação matemática”

A utilização de modelos para descrever e interpretar situações abstratas está presente em diversas áreas do conhecimento humano. Na área educacional os modelos são utilizados para relacionar um conhecimento abstrato novo com algo já conhecido pelos alunos. Krapas, et al. (2016) os denominam como modelos pedagógicos.

Vale esclarecer que um modelo nem sempre é algo concreto e manipulável, e que modelagem é o processo de construção de modelos. É ainda necessário enfatizar que um modelo é uma aproximação e essas aproximações não retratam necessariamente a realidade. Assim, muitas vezes, a obtenção do conhecimento mais abstrato está exposta a desvios. O objetivo deve estar vinculado à obtenção do conhecimento mais ‘puro’ da Geometria.

Nessa área, alguns importantes trabalhos vêm sendo desenvolvidos. Como um que relata a experiência com estudos sobre modelagem matemática e o desenvolvimento de um modelo para o ensino de matemática na 5ª série do Ensino

Fundamental (BIEMBENGUT, 2004). Tal modelo tem como tema 'construção civil', apresentando elementos e conceitos da geometria plana e espacial durante as etapas da construção de uma casa. Alguns autores apresentam um trabalho voltado para a construção de uma sequência de modelos de Geometria Primitiva e Interpretada que levem à Geometria Abstrata. No caso, a Geometria Euclidiana é obtida a partir de interpretações de telhados e seus elementos, utilizando também dobraduras de papel (SANTOS, et al., 2000).

A correta utilização de modelos como mediadores entre uma situação concreta e a abstração, indica uma prática pedagógica com a relação teoria-prática na construção do conhecimento.

6 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para o cumprimento do objetivo da pesquisa, buscou-se fazer um levantamento bibliográfico e documental, sobre teorias, métodos de abordagem, além de instrumentos voltados à análise das representações gráficas no ensino de Geometria.

Durante esse processo, verificamos a necessidade da realização não apenas de representações gráficas, mas, também da identificação das formas e dos conceitos verbais. Desse modo, deve ser realizada uma análise para definir quais conceitos serão considerados pertinentes para as respostas verbais dos estudantes. Essa escolha foi fundamentada pelo trabalho de Duval (2012), no qual o autor considera que é fundamental que a representação seja identificável; que possa ser transformada conservando a totalidade ou uma parte da representação inicial; e o tratamento da representação, quando cita a anamorfose (projeções são anamorfozes) como exemplo de tratamento da representação presente na Geometria. A representação de formas tridimensionais em uma superfície bidimensional necessitará do tratamento, que levará, necessariamente à deformações. Porém, nesse caso, as deformações estão fundamentadas nos conceitos de projeções estudados pela Geometria Projetiva e Geometria Descritiva.

Após a revisão de literatura e a verificação das formas estudadas no Ensino Fundamental e Médio, foram delimitados o universo conceitual e as representações que estarão presentes no Instrumento de Análise.

6.1 Seleção dos conteúdos propostos

A partir da observação na nossa prática pedagógica, foram selecionados conteúdos de Geometria Euclidiana do Ensino Médio, sendo escolhidas onze formas para serem analisadas: prisma, pirâmide, hexaedro regular, cone, cilindro, quadrado, retângulo, losango, triângulo, triângulo retângulo e elipse, buscando abranger as formas bidimensionais e tridimensionais mais tradicionalmente trabalhadas.

Evitamos a escolha de formas que tem uma representação gráfica mais elaborada, como, por exemplo, o octaedro regular, dodecaedro regular e icosaedro

regular, mesmo que esses sejam temas comuns no estudo da Geometria no Ensino Médio.

No caso do hexaedro regular, poliedro que tem representação gráfica que consideramos simples e conhecida para a maioria dos estudantes, decidimos por não usar o termo 'cubo' para designá-lo. A intenção é verificar a apropriação do termo 'hexaedro regular', bem como, se etimologicamente, é feita a relação com o número de faces.

6.2 Seleção das turmas que participarão da pesquisa

Os instrumentos elaborados serão aplicados no Instituto Federal de Educação de Pernambuco, *campus* Recife, nos cursos Técnicos de Edificações e Saneamento Ambiental, na disciplina de Desenho Técnico. A escolha de tal universo foi feita considerando que a formação de técnicos nessas áreas pressupõe uma atuação de proximidade com as representações gráficas nos projetos. Outra razão para essa escolha é que esses estudantes têm, na grade curricular de seus cursos, outras disciplinas em que as representações gráficas são comumente utilizadas.

Considerando que esses cursos técnicos estão divididos em 'integrado' (para estudantes que estão fazendo o Ensino Médio no IFPE) e 'subsequente' (para estudantes que já concluíram o Ensino Médio), a análise irá distinguir os dois grupos e, desse modo, avaliar as possíveis diferenças na elaboração das representações e conceitos.

Os instrumentos de verificação de representações serão aplicados conforme as características previstas na sua elaboração.

6.3 Elaboração dos instrumentos de verificação de representações e sua aplicação

Durante a elaboração do instrumento, diversos aspectos foram levados em consideração. Uma deles é a posição em que as formas estarão impressas nas folhas, já que mesmo a escolha do posicionamento do papel será analisado. Desse modo, a escolha foi por entregar cada uma das formas em papéis adesivos, para que o estudante possa escolher a posição tanto do uso do papel quanto da representação gráfica da forma. A excessão se dará no instrumento que analisará o

reconhecimento das formas, já que a intenção é estabelecer um posicionamento não convencional para as formas.

As representações devem ser feitas à lápis, para facilitar as possíveis correções nas representações durante a execução. Não é necessário o uso de instrumentos de desenho para a representação gráfica das formas propostas, entretanto, caso a escolha do estudante seja pelo uso desses instrumentos, essa informação deve constar nas fichas.

Na elaboração de conceitos o estudante poderá utilizar representações, caso considere necessário.

Propõe-se que toda a aplicação do instrumento seja gravada, para que as indagações que por ventura aconteçam sejam registradas e analisadas. As possíveis descrições verbais podem ser relevantes para a análise dos conceitos.

7. INSTRUMENTO DE ANÁLISE

No intuito de verificar quais os modelos a priori existentes e a interferência das representações na elaboração e externalização dos conceitos de formas geométricas foram desenvolvidos três instrumentos de análise:

1. Da representação gráfica;
2. Da elaboração das definições e,
3. Do reconhecimento das formas.

Cada um dos alunos deve responder os três instrumentos. Considerando que a ordem de aplicação pode interferir nas respostas, então os instrumentos devem ser aplicados em seis diferentes sequências. Desse modo, a escolha é que, para cada turma, seja definida uma ordem de aplicação das etapas do instrumento.

O tempo estimado para a aplicação de cada uma das etapas do instrumento é de 20 minutos, perfazendo um total de 60 minutos para a aplicação das 3 etapas.

As fichas das 3 etapas foram confeccionadas em papel opaco, liso, formato A5 (210 mm x 148 mm).

7.1 Instrumento de Análise da Representação Gráfica – IARG

Nesta etapa, os alunos pesquisados deverão fazer representações gráficas das formas. Cada forma será representada isoladamente em uma ficha. O IARG tem por objetivo analisar as representações gráficas das formas selecionadas. Os nomes das formas a serem representadas devem ser entregues em papel adesivo, de modo a dar maior liberdade quanto ao posicionamento da representação na ficha. Em cada ficha deverá ser colado o nome da respectiva forma representada. Assim, é possível ainda verificar possíveis condicionamentos também em relação à posição do papel na prancheta, e entre este e a posição da representação (Figura 2).

Será permitido que realizem mais de uma representação para cada forma. Essa possibilidade será explicitada nas instruções.

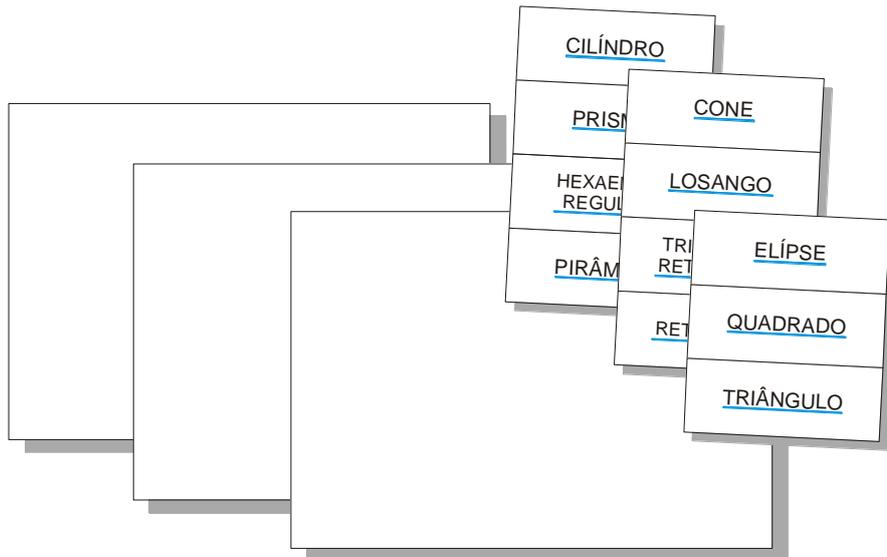


Figura 2 - Instrumento de Análise de Representação Gráfica. Fonte, o autor (2021).

7.2 Instrumento de Análise da Elaboração de Definições – IAED

O objetivo do IAED é verificar como são definidas as formas, qual é o nível de elaboração da linguagem geométrica e se o sujeito se utiliza de representação gráfica complementar à linguagem escrita (Figura 3). Assim, a cada aluno pesquisado serão entregues fichas com o nome das formas também em papéis adesivos. O instrumento tem como objetivo verificar as definições que serão dadas às formas a partir de seus nomes. Deverá ser considerada a alternativa do uso da representação gráfica.

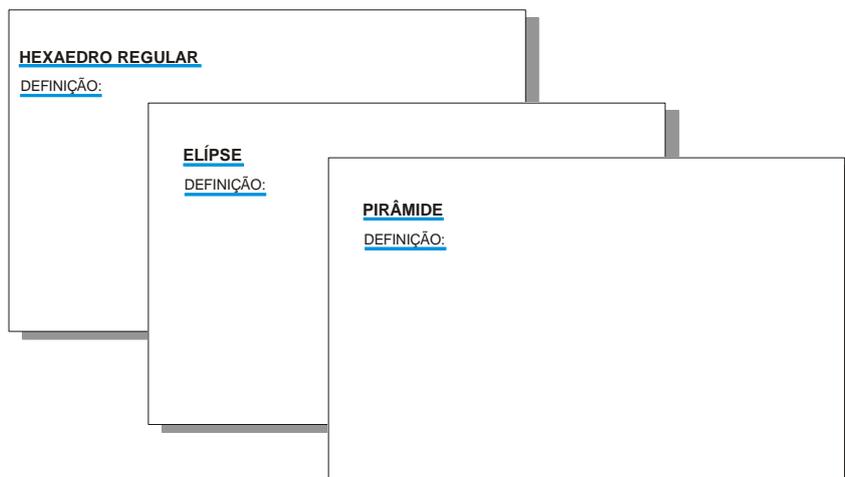


Figura 3 - Instrumento de Análise da Elaboração de Definições. Fonte, o autor (2021).

7.3 Instrumento de Análise do Reconhecimento das Formas - IARF

A partir de uma representação, os sujeitos devem reconhecer as formas citando seus nomes e formulando definições. As formas estão impressas em fichas distintas e têm representações não convencionais, diferentes daquelas comumente apresentadas pelos livros didáticos e pelos professores (Figura 4).

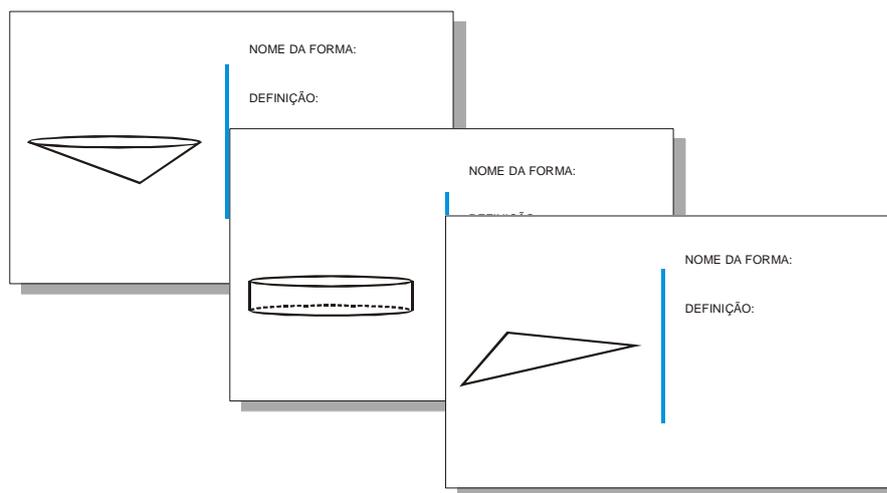


Figura 4 - Instrumento de Análise do reconhecimento das Formas. Fonte, o autor (2021).

Durante a análise dos instrumentos é fundamental relacionar as representações e definições feitas em cada um deles e considerar a ordem de aplicação, uma vez que um instrumento pode conduzir a reelaborações das representações e definições seguintes.

Durante a análise dessa etapa, serão observadas possíveis alterações nas definições elaboradas pelos estudantes quando comparadas com as definições presentes no IAED.

7.4 Quadro resumo de instruções

Mesmo considerando que o instrumento é autoexplicativo e de fácil aplicação, a formulação de instruções visa esclarecer possíveis dúvidas existentes. Para tal, o quadro apresentado abaixo resume as instruções para a aplicação de cada etapa.

Instrumento	Objetivo	Instruções	Tempo (minutos)
IARG	Realizar representações gráficas das formas propostas.	<p>Serão entregues aos estudantes as fichas (em papel formato A5) e papel adesivo com os nomes das formas a serem representadas.</p> <p>As representações devem ser feitas à lápis e podem ser utilizados instrumentos tais como régua e esquadros.</p> <p>Os estudantes podem fazer mais de uma representação por ficha.</p>	20
IAED	Elaborar definições sobre as formas propostas.	A elaboração da definição pode ser composta por representações gráficas.	20
IARF	Reconhecer a forma representada dando o nome e a definição.	Mesmo que o estudante já tenha respondido a IAED, ele deve elaborar a definição.	20

É certo que dúvidas, não previstas no momento da elaboração, podem ocorrer durante o processo de aplicação. Esses casos devem ser registrados para a posterior descrição, quando da análise dos resultados.

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A realização desse trabalho se deu a partir das inquietações geradas pelas repetições nas propostas de soluções de problemas gráficos apresentadas por estudantes em disciplinas como Geometria Gráfica, Desenho Técnico, Desenho de Arquitetura e Desenho AutoCad de diversas instituições de ensino Fundamental, Médio e Superior. Nos últimos anos, mais especificamente, do IFPE – *Campus* Recife. Mesmo quando tem liberdade para propor formas, os estudantes se restringem ao uso dos ortoedros.

A elaboração de um instrumento de análise das representações gráficas e conceitos das formas visa permitir um diagnóstico que reflita as dificuldades, limitações e condicionamentos apresentados pelos estudantes e possibilite aos professores intervenções e práticas pedagógicas em que as múltiplas representações, características e propriedades das formas sejam consideradas fundamentais para a resolução de problemas.

O levantamento bibliográfico nos permitiu contato com diversos trabalhos sobre a importância das representações gráficas no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, mais especificamente, da Geometria; além de colaborar na elaboração de conceitos e criação de um repertório de imagens. Nesse sentido, tomamos como referência Duval (2012), Piaget e Inhelder (1996), Johnson-laird (1983) e Corradi e Franco (2020).

As hipóteses que surgiram durante o processo de elaboração nos levaram a ponderar sobre os conhecimentos específicos e habilidades que os professores de Matemática precisam mobilizar para que a aprendizagem tenha o êxito esperado. Entretanto, a opção inicial é a de aplicação do instrumento para registrar as representações e conceitos dos estudantes do IFPE – *campus* Recife. Consideramos que adaptações podem ser feitas para a aplicação entre professores das áreas de Matemática e Desenho do mesmo Instituto.

É importante salientar que não consideramos que o modelo mental seja definidor de uma limitação do conhecimento das formas, entretanto, é importante que seja estimulado um repertório diversificado, permitindo possibilidades de aplicações e soluções mais adequadas a cada situação. Esse estímulo deve estar

presente na formação básica do indivíduo, desde os primeiros anos de escola e deve permanecer durante toda sua formação.

Espera-se que o instrumento possibilite a verificação dos modelos mentais, do repertório de representações gráficas e conceitos construídos pelos estudantes como também avaliar as diferenças de cada grupo analisado.

Durante a elaboração do trabalho, diversas possibilidades foram consideradas, tanto para a elaboração do instrumento quanto para a sua aplicação. Sobre a aplicação, uma das possibilidades aventadas é a de que a representação gráfica seja feita antes mesmo da escolha da disposição do adesivo na folha. Outra consideração é que a representação gráfica feita, mesmo quando o primeiro instrumento aplicado é o IARG, não necessariamente reflete o modelo mental da forma. A inabilidade e a complexidade do objeto podem causar diferenças entre o modelo mental e a representação gráfica elaborada.

Diversas pesquisas enfatizam a importância da representação gráfica para o ensino e aprendizagem da Matemática. Consideramos que as representações gráficas funcionam não apenas como mais um instrumento auxiliar para o estudo, mas como fundamental para a apreensão do conhecimento. Para as tantas outras diversas áreas, as representações gráficas propiciam testar e investigar soluções antes da execução de um projeto.

Pretendemos dar continuidade a esse estudo com a aplicação, registro e posterior análise dos resultados, tanto para os estudantes do IFPE quanto para os professores. Numa outra etapa, pretendemos que a análise das representações gráficas seja feita com estudantes dos cursos superiores de Design e Engenharia Civil do mesmo IFPE.

REFERÊNCIAS

- BASTOS, Charles Lourenço de et al. **Representações em matemática: observações para o ensino e a aprendizagem em geometria**. 2016.
- BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem matemática & Implicações no Ensino e na Aprendizagem de Matemática**. Ed. da FURB, 2004.
- BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. **História da matemática**. Editora Blucher, 2019.
- CORRADI, Raquel Polizeli; FRANCO, Valdeni Soliani. **Visualização em Geometria, aproximações entre as perspectivas de Duval e Gutiérrez: um estudo com acadêmicos de um curso de licenciatura em Matemática**. Revista BOEM, v. 8, n. 16, p. 32-51, 2020.
- CORREIA, Ana Magda Alencar e CHENG, Liang-Yee. 2001. **Criadores de Enigmas**. 2001. In. Anais do GRAPHICA, CDROM.
- CORREIA, Ana Magda Alencar. **Geometria nas escolas**.
- DIONIZIO, Fátima Aparecida Queiroz et al. **Aprendizagem da docência para o ensino de geometria na infância no contexto da formação e da prática pedagógica**. 2019.
- DUVAL, Raymond; MORETTI, Trad Méricles Thadeu. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.
- ENGELHARDT Y. (2002). **The language of graphics: a framework for the analysis of syntax and meaning in maps, charts and diagrams**. Amsterdam: ILLC Publications.
- GRECA, Ileana M. 1999. Modelos Mentales. **Programa Internacional de Doctorado en Enseñanza de las Ciencias Universidad de Burgos**. 1999. Texto de apoio nº 07.
- HAYDT, Regina Célia. **Curso de didática geral**. 1ª Edição-São Paulo: Ática, 2011.
- HESSEN, Johannes; CORREIA, António. **Teoria do conhecimento**. São Paulo: Martins fontes, 1999.
- INHELDER, Bärbel. **A representação do espaço na criança**. Trad. Bernardina, 1993.
- JOHNSON-LAIRD, Philip Nicholas. **Mental models: Towards a cognitive science of language, inference, and consciousness**. Harvard University Press, 1983.

KRAPAS, Sonia et al. **Modelos: uma análise de sentidos na literatura de pesquisa em ensino de ciências**. Investigações em Ensino de Ciências, v. 2, n. 3, p. 185-202, 2016.

LORENZATO, S. **Porque não ensinar Geometria?** A Educação Matemática em Revista. Blumenau, ano III, n. 4, 1995.

MANOEL, Wagner Aguilera et al. **A importância do ensino de geometria nos anos iniciais do ensino fundamental: razões apresentadas em pesquisas brasileiras**. 2014.

MEDEIROS, Cleide Farias de. Modelos mentais e metáforas na resolução de problemas matemáticos verbais. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 7, n. 2, p. 209-234, 2001.

MOREIRA, M. A. **Modelos Mentales**. Programa Internacional de Doctorado em Enseñanza de las Ciencias. Universidad de Burgos, España, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil. Texto de Apoyo, n. 8, 1999.

PADOVANI, Stephania. **Representações gráficas de síntese: artefatos cognitivos no ensino de aspectos teóricos em design de interface**. Educação Gráfica, Bauru, v. 16, n. 2, p. 123-142, 2012.

PILLAR, Analice D. 1996. **Desenho e Construção de Conhecimento na Criança**. 1996.

SANTAELLA, Lúcia. **O que é semiótica**. Brasiliense, 2017.